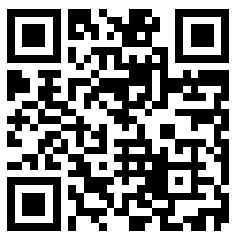
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

THE LIBRARY
OF THE

SCI.-TECH COLLECTION
CLASS T 506
BOOK .q K81b2 S

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

JAHRGANG 1927

PHYSIKALISCH-MATHEMATISCHE KLASSE

VERZEICHNIS DER MITGLIEDER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN AM 1. JANUAR 1927
ÖFFENTLICHE SITZUNG ZUR FEIER DES JAHRESTAGES KÖNIG FRIEDRICHS II. AM 27. JANUAR 1927
ÖFFENTLICHE SITZUNG ZUR FEIER DES LEIBNIZISCHEN JAHRESTAGES AM 30. JUNI 1927
VERZEICHNIS DER VOM 1. DEZEMBER 1926 BIS 30. NOVEMBER 1927 EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN

STÜCK I—XXXIV. MIT ZWEI TAFELN

UNIVERSITY OF MINNESOTA LIBRARY

BERLIN 1927

VERLAG DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

IN KOMMISSION BEI WALTER DE GRUYTER U. CO.

Digitized by Google

UNIVERSITY OF
MINNESOTA
LIBRARY

Digitized by Google

T506
.K81b25

INHALT

	Seite
Verzeichnis der Mitglieder der Akademie der Wissenschaften am 1. Januar 1927	I
Öffentliche Sitzung zur Feier des Jahrestages König Friedrichs II. am 27. Januar 1927	XVII
Rubner: Ansprache	XVII
Rubner: Personalveränderungen	XXVI
v. Harnack: Bericht über die Ausgabe der griechischen Kirchenväter der drei ersten Jahrhunderte (1916—1926)	XXVI
Schlenk: Über die Bedeutung der Radikale für die organische Chemie	XXXI
Jahresbericht über die griechisch-römische Altertumskunde	XXXVI
Jahresbericht über die Sammlung der griechischen Inschriften	XXXVI
Jahresbericht über die Sammlung der lateinischen Inschriften	XXXVII
Jahresbericht über das griechische Münzwerk	XXXVII
Jahresbericht über die Prosopographia imperii Romani saec. I—III	XXXVIII
Jahresbericht über das Corpus Inscriptionum Etruscarum	XXXVIII
Jahresbericht über die Preußische Kommission	XXXIX
Jahresbericht über die Herausgabe der Werke von Weierstrass	XXXIX
Jahresbericht über die Kant-Ausgabe	XXXIX
Jahresbericht über die Ibn-Saad-Ausgabe	XXXIX
Jahresbericht über das Wörterbuch der ägyptischen Sprache	XL
Jahresbericht über das »Tierreich«	XL
Jahresbericht über den Nomenclator animalium generum et subgenerum	XLI
Jahresbericht über das »Pflanzenreich«	XLIII
Jahresbericht über die Geschichte des Fixsternhimmels	XLIV
Jahresbericht über die Leibniz-Ausgabe	XLIV
Jahresbericht über das Corpus Medicorum Graecorum	XLV
Jahresbericht über die Deutsche Literaturzeitung	XLV
Jahresbericht der Deutschen Commission	XLV
Jahresbericht über die Forschungen zur neuhochdeutschen Sprach- und Bildungsgeschichte	LVIII
Jahresbericht der Orientalischen Kommission	LIX
Jahresbericht über die Spanische Kommission	LX
Jahresbericht der Dilthey-Ausgabe	LXI
Jahresbericht der Kronecker-Kommission	LXI
Jahresbericht der Oskar-Mann-Nachlaß-Kommission	LXI
Jahresbericht des Vocabularium Jurisprudentiae Romanae	LXI
Jahresbericht der Savigny-Stiftung	LXI
Jahresbericht der Hermann-und-Elise-geb.-Heckmann-Wentzel-Stiftung	LXII
Jahresbericht der akademischen Commission für das Wörterbuch der deutschen Rechtssprache	LXII
Jahresbericht der Kirchenväter-Kommission	LXVI
Jahresbericht über die Bearbeitung der Flora von Papuasien und Mikronesien	LXVI
Jahresbericht über die Texte zur Geschichte des römischen und kanonischen Rechts im Mittelalter	LXVI
Jahresbericht über die Erforschung der Geschichte unserer Nationalitätsgrenze (Forschungen zum Deutschtum der Ostmarken)	LXVII
Jahresbericht über das Deutsche Biographische Jahrbuch	LXVIII
Öffentliche Sitzung zur Feier des Leibnizischen Jahrestages am 30. Juni 1927	LXIX
Heymann: Ansprache	LXIX
v. Ficker: Antrittsrede	LXXVII
Planck: Erwiderung	LXXIX
Hesse: Antrittsrede	LXXX
Rubner: Erwiderung	LXXXII
Lietzmann: Antrittsrede	LXXXIII
Lüders: Erwiderung	LXXXV
Lietzmann: Gedächtnisrede auf Karl Holl	LXXXVI
von Wilamowitz-Moellendorff: Gedächtnisrede auf Gustav Roethe	CI
Verleihungen der Leibniz-Medaille	CIII
Heymann: Schlußwort	CV
Verzeichnis der vom 1. Dezember 1926 bis 30. November 1927 eingegangenen Druckschriften	CVII

473357

Digitized by Google

Inhalt

	Seite
Einstein und J. Grommer: Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz	2
Landau: Über die Nullstellen Dirichletscher Reihen. Zweite Abhandlung	19
Einstein: Zu Kaluzas Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität. Erste Mitteilung	23
Einstein: Zu Kaluzas Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität. Zweite Mitteilung	26
Haberlandt: Zur Zytologie und Physiologie des weiblichen Gametophyten von *Oenothera*	33
Adresse an Hrn. Karl von Goebel zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 24. Februar 1927	48
Erklärung über die Schutzfrist des Urheberrechtes	53
Schur: Über die rationalen Darstellungen der allgemeinen linearen Gruppe	58
J. v. Neumann: Zur Theorie der Darstellungen kontinuierlicher Gruppen	76
W. Kolhörster und G. von Salis: Die tägliche Periode der Höhenstrahlung	92
Der Royal Society in London zur Feier des hundertsten Geburtstages von Joseph Lister	107
Guthnick: Vergleichung lichtelektrischer, photographischer und visueller photometrischer Beobachtungen der vier hellen Jupitersatelliten	112
Adresse an Hrn. Hofrat Prof. Dr. C. Grobben zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 11. Mai 1927	135
Nernst und W. Orthmann: Die Verdünnungswärme von Salzen bei sehr kleinen Konzentrationen. II	136
Adresse an Hrn. Hermann Dessau zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 10. Juni 1927	145
E. Hopf: Elementare Bemerkungen über die Lösungen partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischen Typus	147
Academia Scientiarum Borussica Collegis Londinensibus S. P. D.	155
G. Pólya: Elementarer Beweis einer Thetaformel	158
Koebe: Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen	164
Adresse an Hrn. Hans Horst Meyer zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 3. August 1927	202
Paschen: Die Lichtanregung durch den metastabilen Zustand der Edelgasatome	207
Schottky: Einige Folgerungen aus bekannten Thetaformeln	215
R. Brauer u. E. Noether: Über minimale Zerfällungskörper irreduzibler Darstellungen	221
H. Hasse: Existenz gewisser algebraischer Zahlkörper	229
Einstein: Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz	235
v. Ficker: Das meteorologische System von Wilhelm Blasius	248
W. Cauer: Über die Variabeln eines passiven Vierpols	268
Hahn: Das Protactinium als radioaktives und als chemisches Element	275
Planck: Über die Potentialdifferenz verdünnter Lösungen	285
H. Seifert: Die Symmetrie von Kristallen des Pentaerythrit	289
Namen- und Sachregister	294

Digitized by Google

VERZEICHNIS

DER

MITGLIEDER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

AM 1. JANUAR 1927

1. BESTÄNDIGE SEKRETARE

	Gewählt von der	Datum der Bestätigung
Hr. *Planck*	phys.-math. Klasse	1912 Juni 19
- *Rubner*	phys.-math. -	1919 Mai 10
- *Lüders*	phil.-hist. -	1920 Aug. 10
- *Heymann*	phil.-hist. -	1926 Nov. 30

2. ORDENTLICHE MITGLIEDER

Physikalisch-mathematische Klasse	Philosophisch-historische Klasse	Datum der Bestätigung
	Hr. *Eduard Sachau*	1887 Jan. 24
Hr. *Adolf Engler*		1890 Jan. 29
	- *Adolf von Harnack*	1890 Febr. 10
- *Max Planck*		1894 Juni 11
	- *Carl Stumpf*	1895 Febr. 18
	- *Adolf Erman*	1895 Febr. 18
- *Emil Warburg*		1895 Aug. 13
	- *Max Lenz*	1896 Dez. 14
	- *Ulrich von Wilamowitz-Moellendorff*	1899 Aug. 2
	- *Konrad Burdach*	1902 Mai 9
- *Friedrich Schottky*		1903 Jan. 5
	- *Dietrich Schäfer*	1903 Aug. 4
	- *Eduard Meyer*	1903 Aug. 4
	- *Wilhelm Schulze*	1903 Nov. 16
	- *Alois Brandl*	1904 April 3
- *Hermann Zimmermann*		1904 Aug. 29
- *Walter Nernst*		1905 Nov. 24
- *Max Rubner*		1906 Dez. 2
- *Albrecht Penck*		1906 Dez. 2
	- *Friedrich Müller*	1906 Dez. 24
	- *Heinrich Lüders*	1909 Aug. 5

Digitized by Google

Physikalisch-mathematische Klasse	Philosophisch-historische Klasse	Datum der Bestätigung
Hr. *Gottlieb Haberlandt*		1911 Juli 3
- *Gustav Hellmann*		1911 Dez. 2
	Hr. *Eduard Norden*	1912 Juni 14
	- *Karl Schuchhardt*	1912 Juli 9
- *Albert Einstein*		1913 Nov. 12
	- *Otto Hintze*	1914 Febr. 16
	- *Max Sering*	1914 März 2
	- *Adolf Goldschmidt*	1914 März 2
- *Fritz Haber*		1914 Dez. 16
	- *Friedrich Meinecke*	1915 Febr. 15
- *Karl Correns*		1915 März 22
	- *Paul Kehr*	1918 März 4
	- *Ulrich Stutz*	1918 März 4
	- *Ernst Heymann*	1918 März 4
- *Karl Heider*		1918 Aug. 1
- *Erhard Schmidt*		1918 Aug. 1
- *Rudolf Fick*		1918 Aug. 1
- *Josef Pompeckj*		1920 Febr. 18
- *Max von Laue*		1920 Aug. 14
	- *Ulrich Wilcken*	1921 Jan. 7
- *Issai Schur*		1921 Dez. 31
	- *Johannes Bolte*	1922 Okt. 23
	- *Julius Petersen*	1922 Okt. 23
	- *Theodor Wiegand*	1922 Okt. 23
- *Wilhelm Schlenk*		1922 Okt. 23
- *Hans Ludendorff*		1922 Okt. 23
	- *Heinrich Maier*	1922 Okt. 23
- *Arrien Johnsen*		1922 Okt. 23
	- *Erich Marcks*	1922 Dez. 9
- *Paul Guthnick*		1923 Jan. 11
- *Franz Keibel*		1923 Jan. 11
	- *Otto Franke*	1923 Juni 4
	- *Werner Jaeger*	1924 Febr. 5
- *Ludwig Bieberbach*		1924 April 11
- *Otto Hahn*		1924 Dez. 2
	- *Eduard Spranger*	1925 Jan. 16
	- *Hermann Abert*	1925 Jan. 16
- *Karl Andreas Hofmann*		1925 Jan. 21
- *Max Bodenstein*		1925 Jan. 21
- *Friedrich Paschen*		1925 Febr. 9
	- *Albert Brackmann*	1925 Juli 3
- *Karl Willy Wagner*		1925 Dez. 5
- *Johannes Stumpf*		1926 Jan. 27
- *Heinrich von Ficker*		1926 Juli 28
- *Richard Hesse*		1926 Dez. 31

Digitized by Google

3. AUSWÄRTIGE MITGLIEDER

Physikalisch-mathematische Klasse	Philosophisch-historische Klasse	Datum der Bestätigung
	Hr. *Max Lehmann* in Göttingen	1887 Jan. 24
Hr. *Wilhelm Branca* in München		1899 Dez. 18
	- *Theodor Nöldeke* in Karlsruhe	1900 März 5
	- *Andreas Heusler* in Basel	1907 Aug. 8
	- *Panagiotis Kabbadias* in Athen	1908 Sept. 25
	- *Heinrich Wölfflin* in Zürich	1910 Dez. 14
	- *Hugo Schuchardt* in Graz	1912 Sept. 15
- *Richard Willstätter* in München		1914 Dez. 16
	- *Hans Dragendorff* in Freiburg i. Br.	1916 April 3
- *Konstantin Carathéodory* in München		1919 Febr. 10
	- *Karl von Amira* in München	1925 Dez. 5

4. EHRENMITGLIEDER

	Datum der Bestätigung
Bernhard Fürst *von Bülow* in Klein-Flottbek bei Hamburg	1910 Jan. 31
Hr. *August von Trott zu Solz* in Kassel	1914 März 2
- *Friedrich Schmidt-Ott* in Berlin	1914 März 2
- *Wilhelm von Bode* in Berlin	1925 Dez. 9

5. KORRESPONDIERENDE MITGLIEDER

Physikalisch-mathematische Klasse

	Datum der Wahl
Karl Frhr. *Auer von Welsbach* auf Schloß Welsbach (Kärnten)	1913 Mai 22
Hr. *Friedrich Becke* in Wien	1920 Dez. 9
- *Niels Bohr* in Kopenhagen	1922 Juni 1
- *Waldemar Christofer Brögger* in Oslo	1924 Jan. 17
- *Hugo Bücking* in Heidelberg	1920 Jan. 8
- *Theodor Curtius* in Heidelberg	1919 Juni 26
- *William Morris Davis* in Cambridge, Mass.	1910 Juli 28
- *Peter Debye* in Zürich	1920 März 11
- *Carl Duisberg* in Leverkusen	1921 Juni 21
Gerard Frhr. *de Geer* in Stockholm	1922 Nov. 23
Hr. *Karl von Goebel* in München	1913 Jan. 16

Digitized by Google

Physikalisch-mathematische Klasse

		Datum der Wahl
Hr.	*Karl Graebe* in Frankfurt a. M.	1907 Juni 13
-	*Karl Grobben* in Wien	1922 Nov. 23
-	*Allvar Gullstrand* in Uppsala	1924 Febr. 7
-	*Johannes August Hammar* in Uppsala	1924 Febr. 7
-	*Sven Hedin* in Stockholm	1918 Nov. 28
-	*Richard von Hertwig* in München	1898 April 28
-	*David Hilbert* in Göttingen	1913 Juli 10
-	*Arvid G. Högbom* in Uppsala	1922 Nov. 23
-	*Ludwig Jost* in Heidelberg	1925 Nov. 19
-	*Hans Oscar Juel* in Uppsala	1925 Nov. 19
-	*Emanuel Kayser* in München	1917 Juli 19
-	*Adolf Kneser* in Breslau	1923 Juni 7
-	*Martin Knudsen* in Kopenhagen	1921 Juni 23
-	*Paul Koebe* in Jena	1925 Febr. 5
-	*Wladimir Köppen* in Graz	1922 März 9
-	*Eugen Korschelt* in Marburg	1920 Dez. 9
-	*Johannes von Kries* in Freiburg i. Br.	1923 Jan. 18
-	*Friedrich Küstner* in Bonn	1910 Okt. 27
-	*Eduard Landau* in Göttingen	1924 Febr. 21
-	*Philipp Lenard* in Heidelberg	1909 Jan. 21
-	*Karl von Linde* in München	1916 Juli 6
-	*Hans Lohmann* in Hamburg	1924 Juli 24
-	*Hendrik Antoon Lorentz* in Haarlem	1905 Mai 4
-	*Felix Marchand* in Leipzig	1910 Juli 28
-	*Franz Mertens* in Wien	1900 Febr. 22
-	*Hans Horst Meyer* in Wien	1920 Okt. 28
-	*Svante Murbeck* in Lund	1925 Nov. 19
-	*Friedrich Oltmanns* in Freiburg i. Br.	1921 Dez. 8
-	*Wilhelm Ostwald* in Groß-Bothen, Sachsen	1905 Jan. 12
-	*Ludwig Radlkofer* in München	1900 Febr. 8
-	*Theodore William Richards* in Cambridge, Mass.	1909 Okt. 28
-	*Georg Ossian Sars* in Oslo	1898 Febr. 24
-	*Otto Schott* in Jena	1916 Juli 6
-	*Arnold Sommerfeld* in München	1920 März 11
-	*Svante Elis Strömgren* in Kopenhagen	1925 Jan. 15
-	*Eduard Study* in Bonn	1923 Mai 17
-	*Gustav Tammann* in Göttingen	1919 Juni 26
Sir	*Joseph John Thomson* in Cambridge	1910 Juli 28
Hr.	*Gustav* Edler *von Tschermak* in Wien	1881 März 3
-	*Hugo de Vries* in Lunteren	1913 Jan. 16
-	*Otto Wallach* in Göttingen	1907 Juni 13
-	*Richard Wettstein von Westersheim* in Wien	1921 Dez. 8
-	*Emil Wiechert* in Göttingen	1912 Febr. 8
-	*Wilhelm Wien* in München	1910 Juli 14
-	*Edmund B. Wilson* in New York	1913 Febr. 20

Digitized by Google

Physikalisch-mathematische Klasse

		Datum der Wahl
Hr.	*Wilhelm Wirtinger* in Wien	1925 Febr. 5
-	*Max Wolf* in Heidelberg	1925 Jan. 15
-	*Pieter Zeeman* in Amsterdam	1922 Juni 1

Philosophisch-historische Klasse

		Datum der Wahl
Hr.	*Willy Bang-Kaup* in Berlin	1919 Febr. 13
-	*Georg von Below* in Freiburg i. Br.	1922 Juni 22
-	*Friedrich von Bezold* in Bonn	1907 Febr. 14
-	*Joseph Bidez* in Gent	1914 Juli 9
-	*Franz Boas* in New York	1920 Juli 15
-	*Erich Brandenburg* in Leipzig	1925 Juni 18
-	*James Henry Breasted* in Chicago	1907 Juni 13
-	*René Cagnat* in Paris	1904 Nov. 3
-	*Willem Caland* in Utrecht	1923 Juni 21
-	*Benedetto Croce* in Neapel	1925 Febr. 5
-	*Franz Cumont* in Rom	1911 April 27
-	*Olof August Danielsson* in Uppsala	1924 Jan. 17
-	*Georg Dehio* in Tübingen	1920 Okt. 28
-	*Gustav Ehrismann* in Heidelberg	1923 Dez. 6
-	*Franz Ehrle* in Rom	1913 Juli 24
-	*Ernst Fabricius* in Freiburg i. Br.	1926 Nov. 25
-	*Heinrich Finke* in Freiburg i. Br.	1922 Juni 22
-	*Paul Foucart* in Paris	1884 Juli 17
Sir	*James George Frazer* in Cambridge	1911 April 27
Hr.	*Percy Gardner* in Oxford	1908 Okt. 29
-	*Rudolf Eugen Geyer* in Wien	1922 Febr. 23
-	*Francis Llewellyn Griffith* in Oxford	1900 Jan. 18
-	*Ignazio Guidi* in Rom	1904 Dez. 15
-	*Karl Hampe* in Heidelberg	1925 Febr. 19
-	*Joseph Hansen* in Köln	1925 Febr. 19
-	*Georgios N. Hatzidakis* in Athen	1900 Jan. 18
-	*Bernard Haussoullier* in Paris	1907 Mai 2
-	*Johan Ludvig Heiberg* in Kopenhagen	1896 März 12
-	*Antoine Héron de Villefosse* in Paris	1893 Febr. 2
-	*Gerardus Heymans* in Groningen	1920 Juli 15
-	*Alfred Hillebrandt* in Breslau	1925 Nov. 5
-	*Christian Hülsen* in Florenz	1907 Mai 2
-	*Hermann Jacobi* in Bonn	1911 Febr. 9
-	*Adolf Jülicher* in Marburg	1906 Nov. 1
-	*Hermann Junker* in Wien	1922 Juli 27
Sir	*Frederic George Kenyon* in London	1900 Jan. 18
Hr.	*Axel Kock* in Lund	1917 Juli 19
-	*Sten Konow* in Oslo	1923 Juni 21
-	*Karl von Kraus* in München	1917 Juli 19

Digitized by Google

Philosophisch-historische Klasse

		Datum der Wahl
Hr.	*Bruno Krusch* in Hannover	1925 Febr. 19
-	*Friedrich Loofs* in Halle a. S.	1904 Nov. 3
-	*Karl Luick* in Wien	1922 Juni 1
-	*Arnold Luschin Ebengreuth* in Graz	1904 Juli 21
-	*Giovanni Mercati* in Rom	1925 Nov. 5
-	*Johannes Mewaldt* in Königsberg	1924 Febr. 7
-	*Wilhelm Meyer-Lübke* in Bonn	1905 Juli 6
-	*Georg Elias Müller* in Göttingen	1914 Febr. 19
-	*Karl von Müller* in Tübingen	1917 Febr. 1
-	*Martin Nilsson* in Lund	1924 Febr. 7
-	*Hermann Oncken* in München	1922 Juni 22
-	*Franz Praetorius* in Breslau	1910 Dez. 8
-	*Pio Rajna* in Florenz	1909 März 11
-	*Ernest Cushing Richardson* in Princeton	1924 Nov. 6
-	*Michael Rostowzew* in New Haven (Connecticut)	1914 Juni 18
-	*Edward Schröder* in Göttingen	1912 Juli 11
-	*Aloys Schulte* in Bonn	1922 Juni 22
-	*Eduard Schwartz* in München	1907 Mai 2
-	*Kurt Sethe* in Berlin	1920 Juli 15
-	*Bernhard Seuffert* in Graz	1914 Juni 18
-	*Eduard Sievers* in Leipzig	1900 Jan. 18
-	*Franz Studniczka* in Leipzig	1924 Mai 8
-	*Friedrich Teutsch* in Hermannstadt	1922 Juli 27
Sir	*Edward Maunde Thompson* in London	1895 Mai 2
Hr.	*Vilhelm Thomsen* in Kopenhagen	1900 Jan. 18
-	*Rudolf Thurneysen* in Bonn	1925 Juli 23
-	*Girolamo Vitelli* in Florenz	1897 Juli 15
-	*Jakob Wackernagel* in Basel	1911 Jan. 19
-	*Karl Robert Wenck* in Marburg	1925 Juni 18
-	*Leopold Wenger* in Wien	1926 Juli 15
-	*Paul Wernle* in Basel	1923 Dez. 6
-	*Adolf Wilhelm* in Wien	1911 April 27
-	*Franz Winter* in Bonn	1925 Dez. 17
-	*Paul Wolters* in München	1924 Mai 8
-	*Otto von Zallinger* in Salzburg	1924 Mai 8
-	*Karl Zetterstéen* in Uppsala	1922 Febr. 23

Digitized by Google

INHABER DER BRADLEY-MEDAILLE

Hr. *Friedrich Küstner* in Bonn (1918)

INHABER DER HELMHOLTZ-MEDAILLE

Hr. *Santiago Ramón Cajal* in Madrid (1905)
- *Max Planck* in Berlin (1915)
- *Richard von Hertwig* in München (1917)

INHABER DER LEIBNIZ-MEDAILLE

a. Der Medaille in Gold (bzw. Eisen)

Hr. *James Simon* in Berlin (1907)
Joseph Florimond Duc *de Loubat* in Paris (1910)
Hr. *Hans Meyer* in Leipzig (1911)
Frl. *Elise Koenigs* in Berlin (1912)
Hr. *Leopold Koppel* in Berlin (1917)
- *Heinrich Schnee* in Berlin (1919)
- *Karl Siegismund* in Berlin (1923)
- *Franz von Mendelssohn* in Berlin (1924)
- *Arthur Salomonsohn* in Berlin (1925)

b. Der Medaille in Silber

Hr. *Adolf Friedrich Lindemann* in Sidmouth, England (1907)
- *Johannes Bolte* in Berlin (1910)
- *Albert von Le Coq* in Berlin (1910)
- *Johannes Ilberg* in Leipzig (1910)
- *Max Wellmann* in Potsdam (1910)
- *Werner Janensch* in Berlin (1911)
- *Hans Osten* in Leipzig (1911)
- *Robert Davidsohn* in Florenz (1912)
- *N. de Garis Davies* in Kairo (1912)
- *Edwin Hennig* in Tübingen (1912)
- *Hugo Rabe* in Hannover (1912)
- *Josef Emanuel Hibsch* in Tetschen (1913)
- *Karl Richter* in Berlin (1913)
- *Hans Witte* in Neustrelitz (1913)
- *Georg Wolff* in Frankfurt a. M. (1913)
- *Walter Andrae* in Assur (1914)
- *Erwin Schramm* in Dresden (1914)
- *Richard Irvine Best* in Dublin (1914)
- *Otto Baschin* in Berlin (1915)
- *Albert Fleck* in Berlin (1915)
- *C. Dorno* in Davos (1919)
- *Johannes Kirchner* in Berlin (1919)
- *Edmund von Lippmann* in Halle a. S. (1919)

Digitized by Google

Freiherr *von Schrötter* in Berlin (1919)
Hr. *Otto Wolff* in Berlin (1919)
- *Otto Paiower* in Berlin (1922)
- *Karl Steinbrinck* in Lippstadt (1922)
- *Ernst Vollert* in Berlin (1922)
- *Max Blankenhorn* in Marburg (1923)
- *Albert Hartung* in Weimar (1923)
- *Richard Jecht* in Görlitz (1923)
- *Hermann Ambronn* in Jena (1924)

Frl. *Lise Meitner* in Berlin (1924)
Hr. *Karl Rothe* in Mosau bei Züllichau (1925)
- *Werner Kolhörster* in Berlin (1925)
- *Hans von Ramsay* in Berlin (1925)
- *Hugo Ibscher* in Berlin (1926)
- *Walter Lenel* in Heidelberg (1926)
- *Hugo Seemann* in Freiburg i. Br. (1926)

BEAMTE DER AKADEMIE

Bibliothekar und Archivar der Akademie: Dr. *Eduard Sthamer*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter.

Archivar und Bibliothekar der Deutschen Kommission: Dr. *Fritz Behrend*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter.

Wissenschaftliche Beamte: Dr. *Hermann Harms*, Prof. — Dr. *Carl Schmidt*, Prof. — Dr. *Friedrich* Frhr. *Hiller von Gaertringen*, Prof. — Dr. *Paul Ritter*, Prof. — Dr. *Karl Apstein*, Prof. — Dr. *Hans Paetsch*, Prof. — Dr. *Hugo Gaebler*, Prof. — Dr. *Hermann Grapow*, Prof.

Schriftleiter bei der Redaktion der Deutschen Literaturzeitung: Dr. *Paul Hinneberg*, Prof.

Wissenschaftliche Hilfsarbeiter: Dr. *Eberhard* Frhr. *von Künßberg*, Prof. (Heidelberg). — Dr. *Wilhelm Siegling*. — Dr. *Erich Hochstetter*. — Dr. *Lothar Wickert*. — Dr. *Waldemar von Olshausen*. — *Alfred Hübner* (Göttingen). Dr. *Arnold Walther*. — Dr. *Walter Möring*. — Dr. *Wolfgang Lentz*. — Dr. *Hans Teske* (Heidelberg). — Dr. *Johannes Haas*.

VERZEICHNIS DER KOMMISSIONEN, STIFTUNGS-KURATORIEN USW.

Kommissionen für wissenschaftliche Unternehmungen der Akademie.

Ägyptologische Kommission.

Erman. Ed. Meyer. Schulze. Lüders.

Digitized by Google

Griechisch-römische Altertumskunde.

Wilcken (Vorsitzender). von Wilamowitz-Moellendorff. Ed. Meyer. Schulze. Norden. Wiegand. Jaeger.

Corpus inscriptionum Etruscarum: Schulze.
Corpus inscriptionum Latinarum: Wilcken.
Fronto-Ausgabe: Norden.
Griechische Münzwerke: Wiegand.
Inscriptiones Graecae: von Wilamowitz-Moellendorff.
Prosopographia imperii Romani saec. I—III: Wilcken.
Strabo-Ausgabe: von Wilamowitz-Moellendorff.

Corpus medicorum Graecorum.

Jaeger (Vorsitzender). von Wilamowitz-Moellendorff. Sachau. Schulze. Norden.

Deutsche Kommission.

Mit der Führung der Geschäfte beauftragt: Lüders (als Sekretar).
Mitglieder der Kommission: Burdach. Schulze. Kehr. Bolte. Petersen. Schröder (Göttingen). Seuffert (Graz).
Außerakad. Mitglied: Wrede (Marburg).

Deutsche Literaturzeitung.

Redaktionsausschuß: Petersen (Vorsitz). von Harnack. Johnsen. Kehr. Lüders. H. Maier. Ed. Meyer. Nernst. Penck. Planck. Stutz. von Wilamowitz-Moellendorff.

Dilthey-Kommission.

Carl Stumpf (geschäftsführendes Mitglied). Burdach. H. Maier. Spranger.

Geschichte des Fixsternhimmels.

Guthnick (geschäftsführendes Mitglied). Ludendorff.
Außerakad. Mitglied: Kopff (Berlin).

Herausgabe der Werke Wilhelm von Humboldts.

Burdach (geschäftsführendes Mitglied). von Wilamowitz-Moellendorff. Meinecke. Spranger.

Herausgabe des Ibn Saad.

Sachau (geschäftsführendes Mitglied). Erman. Schulze. F. W. K. Müller.

Digitized by Google

Kant-Ausgabe.

H. Maier (Vorsitzender). Carl Stumpf. Lüders. Meinecke. Spranger. Außerakad. Mitglied: Menzer (Halle).

Ausgabe der griechischen Kirchenväter.

von Harnack (geschäftsführendes Mitglied). von Wilamowitz-Moellendorff. Norden. Loofs (Halle). Jülicher (Marburg). Lietzmann (Berlin).

Herausgabe der Werke von Kronecker.

Bieberbach (Vorsitzender). Schur. Schmidt.

Leibniz-Ausgabe.

H. Maier (geschäftsführendes Mitglied). Carl Stumpf. Planck. von Harnack. Kehr. Schmidt. Burdach. Spranger. Lenz. Bieberbach.

Oskar-Mann-Nachlaß-Kommission.

Sachau. F. W. K. Müller. Schulze. Lüders. von Harnack.

Nomenclator animalium generum et subgenerum.

Heider (geschäftsführendes Mitglied). Keibel. Correns.

Orientalische Kommission.

Ed. Meyer (geschäftsführendes Mitglied). Sachau. Erman. Schulze. F. W. K. Müller. Lüders. Franke.

„Pflanzenreich".

Engler (geschäftsführendes Mitglied). Correns.

Preußische Kommission.

Marcks (geschäftsführendes Mitglied). Hintze. Kehr. Meinecke. Stutz. Heymann.

Spanische Kommission.

Kehr (Vorsitzender). Marcks. Goldschmidt. Heymann. Brackmann. Ed. Meyer. Meyer-Lübke (Bonn).

„Tierreich".

Heider (geschäftsführendes Mitglied). Keibel. Correns.

Herausgabe der Werke von Weierstraß.

Planck (geschäftsführendes Mitglied). Schmidt. Schur. Bieberbach.

Digitized by Google

Wörterbuch der deutschen Rechtssprache.

Heymann (geschäftsführendes Mitglied). Stutz.

Außerakad. Mitglieder: Frensdorff (Göttingen). His (Münster). Frhr. von Künßberg (Heidelberg). Frhr. von Schwerin (Freiburg). Frhr. von Schwind (Wien).

Wissenschaftliche Unternehmungen, die mit der Akademie in Verbindung stehen.

Corpus scriptorum de musica.

Vertreter in der General-Kommission: Carl Stumpf.

Luther-Ausgabe.

Vertreter in der Kommission: von Harnack. Burdach.

Monumenta Germaniae historica.

Von der Akademie gewählte Mitglieder der Zentral-Direktion: Schäfer. Hintze.

Reichszentrale für naturwissenschaftliche Berichterstattung.

Planck (Vorsitzender). Schmidt. Haber. Hellmann. Pompeckj. von Laue. Nernst. Guthnick. Bodenstein.

Thesaurus der japanischen Sprache.

Sachau. Schulze. F. W. K. Müller.

Sammlung deutscher Volkslieder.

Vertreter in der Kommission: Petersen.

Wörterbuch der ägyptischen Sprache.

Vertreter in der Kommission: Erman.

Kommission für öffentliche Vorträge.

Lüders. von Wilamowitz-Moellendorff. Penck. von Laue.

Bei der Akademie errichtete Stiftungen.

Bopp-Stiftung.

Vorberatende Kommission (1926 Okt.—1930 Okt.).

Schulze (Vorsitzender). Lüders (Stellvertreter des Vorsitzenden). Brandl (Schriftführer). Brackmann.

Außerakad. Mitglied: Brückner (Berlin).

Digitized by Google

Bernhard-Büchsenschütz-Stiftung.

Kuratorium (1923 Jan. 1—1927 Dez. 31).

Lüders. von Wilamowitz-Moellendorff. Wilcken.

Charlotten-Stiftung für Philologie.

Kommission.

Schulze. von Wilamowitz-Moellendorff. Norden. Jaeger.

Emil-Fischer-Stiftung.

Kuratorium (1927 Jan. 1—1927 Dez. 31).

Schlenk (Vorsitzender). Haber. Bodenstein.

Außerakad. Mitglied: Hermann Fischer.

Eduard-Gerhard-Stiftung.

Kommission.

Wiegand (Vorsitzender). Wilcken. von Wilamowitz-Moellendorff. Ed. Meyer. Schuchhardt.

De-Groot-Stiftung.

Kuratorium (1917 Febr.—1927 Febr.).

Franke (Vorsitzender). Lüders. F. W. K. Müller.

Stiftung zur Förderung der kirchen- und religionsgeschichtlichen Studien im Rahmen der römischen Kaiserzeit (saec. I—VI).

Kuratorium (1923 Nov.—1933 Nov.).

von Harnack (Vorsitzender). Norden.

Außerdem als Vertreter der theologischen Fakultäten der Universitäten Berlin: ....., Gießen: Krüger, Marburg: Jülicher.

Max-Henoch-Stiftung.

Kuratorium (1925 Dez. 1—1930 Nov. 30).

Planck (Vorsitzender). Schottky. Schmidt. Nernst.

Humboldt-Stiftung.

Kuratorium (1925 Jan. 1—1928 Dez. 31).

Rubner (Vorsitzender). Hellmann.

Außerakad. Mitglieder: Der vorgeordnete Minister. Der Oberbürgermeister von Berlin. P. von Mendelssohn-Bartholdy.

Digitized by Google

Akademische Jubiläumsstiftung der Stadt Berlin.

Kuratorium (1921 Jan. 1—1928 Dez. 31).

Lüders (Vorsitzender). Planck (Stellvertreter des Vorsitzenden). . . . . .

Außerakad. Mitglied: Der Oberbürgermeister von Berlin.

Graf-Loubat-Stiftung.

Kommission (1923 Febr.—1928 Febr.).

Sachau. Schuchhardt.

Theodor-Mommsen-Stiftung.

von Wilamowitz-Moellendorff. Norden.

Paul-Rieß-Stiftung.

Kuratorium (1926 Jan. 1—1931 Dez. 31).

Planck. Guthnick. von Laue. Schlenk.

Julius-Rodenberg-Stiftung.

Kuratorium (1926—1930).

Burdach. Petersen. Spranger.

Albert-Samson-Stiftung.

Kuratorium (1922 April 1—1927 März 31).

Heider (Vorsitzender). Rubner (Stellvertreter des Vorsitzenden). Planck. Penck. Carl Stumpf. Fick. Pompeckj.

Wilhelm-Tschorn-Stiftung.

Kuratorium: Die vier Sekretare.

Hermann-und-Elise-geb.-Heckmann-Wentzel-Stiftung.

Kuratorium (1925 April 1—1930 März 31).

Planck (Vorsitzender). Heymann (Stellvertreter des Vorsitzenden). Brackmann (Schriftführer). Nernst. von Harnack. Pompeckj.

Außerakad. Mitglied: Der vorgeordnete Minister.

Digitized by Google

WOHNUNGEN DER ORDENTLICHEN MITGLIEDER UND DER BEAMTEN

Hr. Dr. *Abert*, Prof., Wilmersdorf, Konstanzer Str. 35. (F.: Uhland 393.)
- - *Bieberbach*, Prof., Berlin-Schmargendorf, Marienbader Str. 9. (F.: Uhland 99 36.)
- - *Bodenstein*, Prof., Wannsee, Tristanstr. 22. (F.: Wannssee 611. Zentrum 94 97.)
- - *Bolte*, Prof., Geh. Studienrat, SO 26, Elisabethufer 37 I.
- - *Brackmann*, Prof., W 62, Courbièrestr. 17. (F.: Stephan 58 91.)
- - *Brandl*, Prof., Geh. Regierungsrat, W 10, Kaiserin-Augusta-Str. 73. (F.: Stephan 74 20.)
- - *Burdach*, Prof., Geh. Regierungsrat, Grunewald, Schleinitzstr. 6.
- - *Correns*, Prof., Geh. Regierungsrat, Dahlem, Boltzmannstr. (F.: Steglitz 14 58.)
- - *Einstein*, Prof., W 30, Haberlandstr. 5. (F.: Nollendorf 28 07.)
- - *Engler*, Prof., Geh. Oberregierungsrat, Dahlem, Altensteinstr. 2. (F.: Steglitz 158.)
- - *Erman*, Prof., Geh. Regierungsrat, Dahlem, Peter-Lenné-Str. 36. (F.: Steglitz 305.)
- - *Fick*, Prof., Geh. Medizinalrat, NW 23, Brückenallee 3. (F.: Moabit 17 97. Norden 81 96.)
- - *von Ficker*, Prof., Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 38.
- - *Franke*, Prof., Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 39. (F.: Uhland 78 08.)
- - *Goldschmidt*, Prof., Geh. Regierungsrat, Charlottenburg 4, Bismarckstr. 72. (F.: Wilhelm 51 28.)
- - *Guthnick*, Prof., Direktor der Sternwarte in Neubabelsberg, Neubabelsberg, Universitätssternwarte. (F.: Potsdam 70 71.)
- - *Haber*, Prof., Geh. Regierungsrat, Dahlem, Faradayweg 8. (F.: Steglitz 14 02.)
- - *Haberlandt*, Prof., Geh. Regierungsrat, Wilmersdorf, Berliner Str. 66.
- - *Hahn*, Prof., Dahlem, Ladenbergstr 5. (F.: Steglitz 13 81.)
- - *von Harnack*, Prof., Wirkl. Geh. Rat, Grunewald, Kunz-Buntschuh-Str. 2. (F.: Pfalzburg 46 69.)
- - *Heider*, Prof., Geh. Regierungsrat, W 15, Schaperstr. 15 II. (F.: Oliva 34 27.)
- - *Hellmann*, Prof., Geh. Regierungsrat, W 35, Schöneberger Ufer 48. (F.: Lützow 93 54.)
- - *Hesse*, Prof., Wilmersdorf, Barstr. 56 I.
- - *Heymann*, Prof., Geh. Justizrat, Charlottenburg 9, Kaiserdamm 44. (F.: Westend 18 97.)
- - *Hintze*, Prof., Geh. Regierungsrat, W 15, Kurfürstendamm 44. (F.: Bismarck 34 04.)
- - *Hofmann*, Prof., Geh. Regierungsrat, Charlottenburg 5, Kuno-Fischer-Str. 14 (Seehaus III). (F.: Westend 55 52.)
- - *Jaeger*, Prof., Steglitz, Kaiser-Wilhelm-Str. 11. (F.: Steglitz 71 18.)

Digitized by Google

Hr. Dr. *Johnsen*, Prof., Schlachtensee, Viktoriastr. 13. (F.: Zehlendorf 16 68.)
- - *Kehr*, Prof., Geh. Oberregierungsrat, Dahlem, Archivstr. 11. (F.: Steglitz 648.)
- - *Keibel*, Prof., NW 6, Philippstr. 12. (F.: Norden 80 05.)
- - *von Laue*, Prof., Zehlendorf, Albertinenstr. 17. (F.: Zehlendorf 29 88.)
- - *Lenz*, Prof., Geh. Regierungsrat, Wilmersdorf, Helmstedter Str. 23. (F.: Pfalzburg 27 61.)
- - *Ludendorff*, Prof., Potsdam, Astrophysikalisches Observatorium. (F.: Potsdam 33 67.)
- - *Lüders*, Prof., Geh. Regierungsrat, Charlottenburg 4, Sybelstr. 19. (F.: Steinplatz 14 11.)
- - *Maier, Heinrich*, Prof., Geh. Regierungsrat, Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 39. (F.: Uhland 85 51.)
- - *Marcks*, Prof., Bayer. Geh. Rat, Charlottenburg 9, Kurlandallee 13. (F.: Westend 11 35.)
- - *Meinecke*, Prof., Geh. Regierungsrat, Dahlem, Am Hirschsprung 13. (F.: Steglitz 3827.)
- - *Meyer, Eduard*, Prof., Geh. Regierungsrat, Lichterfelde 3, Mommsenstr. 7/8.
- - *Müller, Friedrich W. K.*, Prof., Zehlendorf, Berliner Str. 14. (F.: Zehlendorf 24 31.)
- - *Nernst*, Prof., Geh. Regierungsrat, NW 7, Neue Wilhelmstr. 16. (F.: Zentrum 14 48.)
- - *Norden*, Prof., Geh. Regierungsrat, Lichterfelde 3, Karlstr. 26. (F.: Lichterfelde 35 38.)
- - *Paschen*, Prof., Charlottenburg 2, Marchstr. 25 b. (F.: Wilhelm 55 15.)
- - *Penck*, Prof., Geh. Regierungsrat, W 15, Knesebeckstr. 48/49.
- - *Petersen*, Prof., Grunewald, Humboldtstr. 45 I. (F.: Pfalzburg 52 60.)
- - *Planck*, Prof., Geh. Regierungsrat, Grunewald, Wangenheimstr. 21. (F.: Pfalzburg 50 66.)
- - *Pompeckj*, Prof., Geh. Bergrat, Schmargendorf, Auguste-Viktoria-Str. 64. (F.: Uhland 90 30.)
- - *Rubner*, Prof., Geh. Obermedizinalrat, Lichterfelde, Dahlemer Str. 69. (F.: Lichterfelde 427. Norden 22 68.)
- - *Sachau*, Prof., Geh. Oberregierungsrat, W 62, Wormser Str. 12. (F.: Lützow 55 84.)
- - *Schäfer*, Prof., Badischer Geh. Rat, Steglitz, Friedrichstr. 7. (F.: Steglitz 28 55.)
- - *Schlenk*, Prof., N 4, Hessische Str. 2. (F.: Norden 31 77.)
- - *Schmidt*, Prof., NW 23, Altonaer Str. 30. (F.: Moabit 61 88.)
- - *Schottky*, Prof., Geh. Regierungsrat, Steglitz, Fichtestr. 12 a.
- - *Schuchhardt*, Prof., Geh. Regierungsrat, Lichterfelde 1, Teltower Str. 139.
- - *Schulze*, Prof., Geh. Regierungsrat, W 10, Kaiserin-Augusta-Str. 72.
- - *Schur*, Prof., Schmargendorf, Ruhlaer Str. 14. (F.: Uhland 68 33.)
- - *Sering*, Prof., Geh. Regierungsrat, Dahlem, Luciusstr. 9. (F.: Uhland 47 95.)

Digitized by Google

Hr. Dr. *Spranger*, Prof., Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 39. (F.: Uhland 85 51.)
- - *Stumpf, Carl*, Prof., Geh. Regierungsrat, Lichterfelde-West, Potsdamer Str. 15.
- - *Stumpf, Johannes*, Prof., Geh. Regierungsrat, W 15, Kurfürstendamm 33.
- - *Stutz*, Prof., Geh. Justizrat, W 50, Budapester Str. 13. (F.: Steinplatz 66 40. [B IV, Bavaria 56 40].)
- - *Wagner*, Prof., Lankwitz, Luisenstr. 1. (F.: Lichterfelde 21 92.)
- - *Warburg*, Prof., Wirkl. Geh. Oberregierungsrat, W 15, Uhlandstr. 27.
- - *Wiegand*, Prof., Geh. Regierungsrat, Dahlem, Peter-Lenné-Str. 30. (F.: Steglitz 10 59. Zentrum 10 06.)
- - *von Wilamowitz-Moellendorff*, Prof., Wirkl. Geh. Rat, Charlottenburg 9, Eichenallee 12. (F.: Westend 663.)
- - *Wilcken*, Prof., Geh. Regierungsrat, Charlottenburg 9, Leistikowstr 2. (F.: Westend 25 25.)
- - *Zimmermann*, Wirkl. Geh. Oberbaurat, NW 23, Lessingstr. 36. (F.: Hansa 14 32.)

Hr. Dr. *Apstein*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, NW 52, Flemingstr. 5.
- - *Behrend*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, Archivar und Bibliothekar der Deutschen Kommission, Zehlendorf, Juttastr. 3.
- - *Gaebler*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, C 54, Koppenplatz 10.
- - *Grapow*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, Wilmersdorf, Binger Str. 89. (F.: Rheingau 24 53.)
- - *Harms*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, Friedenau, Ringstr. 44.
- - Frhr. *Hiller von Gaertringen*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, Charlottenburg-Westend, Ebereschenallee 11.
- - *Paetsch*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, W 30, Luitpoldstr. 7.
- - *Ritter*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, Friedenau, Mainauer Str. 8.
- - *Schmidt, Carl*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, W 62, Lutherstr. 34.
- - *Sthamer*, Prof., Wissenschaftlicher Beamter, Bibliothekar und Archivar der Akademie, Schlachtensee, Friedrich-Wilhelm-Str. 53.

Reichsdruckerei.
9887. 26. Hb.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE
DER PREUSSISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.
1927

Öffentliche Sitzung zur Feier des Jahrestages König Friedrichs II. 27. Januar.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

Der Vorsitzende eröffnete die Sitzung mit folgender Ansprache:

I.

In dankbarer Erinnerung gedenken wir heute in dieser Festsitzung Friedrichs des Großen, der durch seine Reformen als zweiter Begründer unserer Akademie gelten kann. Bei seinem Regierungsantritt erwartete man, daß er seine philosophischen Neigungen der Kronprinzenzeit in die königliche Periode mit übernehmen und eine Umstellung der väterlichen Politik, vor allem auf militärischem Gebiete, vornehmen werde; die Preußen dachte man, würden in Zukunft wohl den Hahn spannen, aber nicht abdrücken. Alles ist wesentlich anders geworden. Es gab wohl keinen Herrscher, der in Staatsgeschäften so nüchtern gedacht hat wie er. Alle Reformen entwickelten sich organisch aus dem Vermächtnis seines Vaters, dessen beste Ratgeber er sogar in seine Dienste übernahm. In das Finanzwesen, die allgemeine Verwaltung, das Justizwesen und das Heerwesen griff er mit glücklicher Hand ein. Daß die Preußen aber unter ihm nicht verlernten, die Gewehre abzudrücken, sollte man ja bald erfahren.

Zwei große Kriegsperioden, die Schlesischen Kriege und der Siebenjährige Krieg, haben, zwar glücklich beendet, doch dem Lande gewaltige Opfer auferlegt. Im Siebenjährigen Kriege waren von den 4—5 Millionen Einwohnern des damaligen Preußens der achte Teil dem Krieg zum Opfer gefallen, an 13000 Häuser zugrunde gegangen; die Bevölkerung war in so trostlosem Grade verarmt, daß nach Schluß des Siebenjährigen Krieges in Berlin $^1/_3$ der Bevölkerung von Armenunterstützung lebte.

Und zweimal hat Friedrich seinen Staat wiederaufgebaut. Die Verschmelzung der neuen Lande mit dem altpreußischen behandelte er nicht vom Standpunkte der Zentralisierung. Er sah darauf, daß die Zivilverwaltung sich den Hauptinteressen der Provinzen anpaßte, denn »alle diese verschiedenen Provinzen«, so sagte er, »nach derselben Art regieren zu wollen, hieße, sie guten Mutes zugrunde zu richten«.

Bei seinem Wiederaufbau kamen ihm zwei wichtige Umstände zu Hilfe, die Menschenarmut des Landes und die günstige Lage seiner Kriegskasse, sie enthielt selbst nach dem Siebenjährigen Krieg noch an die 30 Millionen

Digitized by Google

Taler, eine gewaltige Summe, die sofort für die allgemeinen Staatszwecke verwendet werden konnte.

In allen Bestrebungen des Wiederaufbaues treten bei Friedrich nicht etwa rein fiskalische Mittel in den Vordergrund, sondern die Hebung der Produktion im Staate. In erster Linie stand ihm die Förderung der Landwirtschaft, denn ohne sie gäbe es keine Kaufleute, Könige, Poeten und Philosophen. Wo es möglich war, mußten in den Provinzen Handwerker und Industrien eingebürgert werden, bekannt ist ja die Hebung der Textilindustrie — teils durch die Seidenraupenzucht, teils durch die Ausbreitung der Weberei, die in Schlesien schon damals in hoher Blüte stand. Die Porzellanmanufaktur verdankt auch Friedrich dem Großen ihren Aufschwung in Preußen, die Verbesserung des Verkehrs erleichterte dem Lande den Güteraustausch. In kürzester Zeit hat Friedrich, zwar nicht in einem Jahr, wie er selbst wollte, die unmittelbaren Folgen selbst des Siebenjährigen Krieges beseitigt. Sein Reich hinterließ er seinen Nachfolgern vergrößert, in seinem inneren Aufbau gefestigt und entwicklungsfähig.

Wenn wir heute eine Rückschau halten, so sehen wir unser Deutschland im Ringen um den Wiederaufbau nach dem vierjährigen Weltkriege, den unsere Truppen zusammen mit wenigen Bundesgenossen zwei Dutzend Gegnern gegenüber durchkämpft haben, als der Niederbruch ohne den Waffensieg der Feinde erfolgte.

Der Weltkrieg hat von uns ungeheure Opfer an Menschen gefordert, im Kampf und hinter der Front durch die Blockade; ungeheure Opfer auch materieller Art, die sich aber nach dem Kriege wieder hätten wettmachen lassen. Man hatte den Wiederaufbau Deutschlands sich schon in den Kriegsjahren klargelegt in Ruhe und Gemessenheit.

Als aber wirklich mit Beginn der Waffenruhe die Zeit eines Wiederaufbaues gekommen schien, überstürzten sich die Programme und Vorschläge auf allen Gebieten. Eine Flucht von Ideen aberteuerlichster Art, schöngeistige Phrasen, alles ohne Zusammenhang und ohne organische Verbindung mit dem Bestehenden begann und eine ungeheure Verordnungssucht. Aus Gründen der Staatsumwälzung sollten die gesamte Landwirtschaft und Industrie, Handel, Bergbau, Verkehr und Wissenschaft umgestellt werden. Die Pläne blieben glücklicherweise eitel Schall und Rauch. Von einer Staatsleitung war kaum die Rede. Erst jetzt folgte noch der gründlichste Zusammenbruch. Die ganze Tätigkeit im Staat erschöpfte sich in Lohnkämpfen, Streiks, politischen Umzügen, Straßenkämpfen, in Forderungen um Kürzung der Arbeitszeit, um die Einsetzung der Herrschaft der Betriebsräte, Versuchen zur Verstaatlichung der Industrien und Versuchen der Kommunalisierung der Wohlfahrtsbetriebe. Die Verlotterung aller Verkehrsmittel im Reich und in den Städten hemmte alles Gewerbsleben. Die Lust zur Vernichtung war überall zu sehen. Die Jungen und Ungelernten tyrannisierten die übrige Arbeiterschaft und die gegesamte Bürgerschaft. Das Sinken der Moral, die sich sowohl in der Zunahme der Eigentumsdelikte und in sexuellen Ausschreitungen kundgab, war erschütternd. Das war die Ouverture zum Wiederaufbau des Deutschen Reiches. Es fehlte im Staate die Kraft, hier Halt zu gebieten.

Digitized by Google

II.

Umgeben von dem innerpolitischem Chaos hat der größte Teil unseres Volkes jene ungeheuerlichen außenpolitischen Vorgänge, die mit dem Waffenstillstand und schließlich mit dem Vertrag zu Versailles, der unsere ganze Existenz in Frage stellte, endeten, kaum beachtet. Man hat die Massen mit den Versprechungen auf Aufhebung der Blockade geködert. Aber sehr bald war man sich darüber klar, daß von einer Erlösung Deutschlands aus der Hungerzeit bei den Feinden gar keine Rede war.

Erst ein paar Monate nach Schluß der Feindseligkeiten fanden die ersten Sondierungen über die Ernährungsfrage statt, und ein halbes Jahr später nach mühseligen Verhandlungen war endlich in Brüssel ein Programm der Nahrungszufuhr zustande gekommen, völlig ungenügend. Das Jahr 1919 können wir kurzweg noch als Blockade rechnen, auch in den traurigen Folgen für die gesamte Zivilbevölkerung. Man hat noch jüngst die Frage aufgeworfen, ob nicht 1918 der Krieg beendet werden mußte, weil nicht genügend Nahrung vorhanden war. Aus der ganzen Sachlage ergibt sich, daß wir zur Erreichung eines besseren Friedens ganz wohl noch hätten Monate opfern können, ohne daß sie der Zivilbevölkerung größere Verluste auferlegt hätte, wie ihr die Entente durch die Nachkriegsblockade trotz Waffenstillstand und Friedensschluß auferlegt hat.

Der Vertrag von Versailles wurde am 28. Juni 1919 abgeschlossen, im Juli vom Reichstag angenommen, trat aber am 10. Januar 1920 erst in Kraft, da schließlich Nordamerika die Unterschrift verweigerte.

Damit war der Wiederaufbau Deutschlands vielleicht auf Jahrzehnte hinaus unmöglich und deutscher Boden der feindlichen Soldateska preisgegeben. Der aus Neid und Haß geborene Vertrag hat uns um die wichtigsten Teile der Wilsonschen Punkte betrogen. Unter Reparation verstand der Wilsonsche Plan Ersatz für den Verlust, welchen Privatpersonen durch Kriegsmaßnahmen erlitten hatten, daraus machte der Vertrag von Versailles den ungeheuerlichen Ersatz aller Kriegskosten überhaupt, die Entschädigung der Kriegsinvaliden des Feindbundes, er forderte die Kosten der Besatzung des Rheinlandes, den Aufwand für zahlreiche Kommissionen, von denen besonders die Militärkommission noch heute ihre »ruhmvolle« Tätigkeit entfaltet, nachdem wenigstens die Reparationskommission seit einiger Zeit in ihrer ursprünglichen Form, die uns jährlich etwa 50 Millionen Francs kostete, von der Bildfläche verschwunden ist.

Die Reparationskommission sollte am 1. Mai 1921 den Gesamtbetrag der Schäden bestimmen und die Summe der deutschen Regierung bekanntgeben, wozu noch die Besatzungskosten kommen sollten. 20 Milliarden waren sofort in Gold zu bezahlen. Und abgesehen davon waren an Sachleistungen schon vorher gefordert alle Handelsschiffe von 1600 Tonnen brutto und mehr, die Hälfte aller Schiffe von 1000—1600 Tonnen, ein Viertel der Fischdampfer. 5 Jahre lang mußten für die Alliierten 200000 Bruttotonnen neue Schiffe gebaut werden. Pferde, Rinder, Milchkühe wurden abgeliefert. An Kohlen wurden 10 Jahre lang je 7 Millionen Tonnen verlangt für den Ausfall

Digitized by Google

der französischen Gruben, 5 Jahre lang à 20 Millionen Tonnen und 8 Millionen Tonnen während der folgenden Jahre. Belgien allein verlangte 8 Millionen Tonnen 10 Jahre lang, Italien $8^1/_2$ Millionen gleichfalls 10 Jahre. In den ersten 5 Jahren waren also 43 Millionen Tonnen jährlich zu liefern.

Außerdem an Frankreich 3 Jahre 35000 Tonnen Benzol, 50000 Tonnen Steinkohlenteer, 30000 Tonnen Schwefelsäure, Ammoniak, an chemischen Produkten die Hälfte der gesamten Vorräte und 25% der Produktion bis 1. Januar 1925. Dazu war gekommen die Wegnahme der Patente, die Wegnahme der Kolonien und deutschen Grundes und Bodens durch Frankreich. Dänemark, Polen und Belgien.

Ungeheuer groß waren die Verluste an Verkehrsmitteln, Lokomotiven und Wagen, Kriegsmaterial, das wahrscheinlich sofort wieder an waffenbedürftige Nachbarländer geliefert wurde.

Den Löwenanteil an der Reparation überhaupt hat sich Frankreich mit 52% gesichert, England erhält 22%, Italien 10% usw. (Finanzkonferenz in Brüssel 8. Oktober 1920).

Und was ist nicht im Laufe der Jahre von den Vandalen der Militärkommission an Maschinen, Apparaten usw., Gebäuden buchstäblich zerstört worden, weil sie angeblich für Kriegszwecke hätten verwendet werden können.

Alles, was Deutschland bis zum 1. Mai 1921 tatsächlich abgeführt hat, soll nur den Wert von 2,6 Milliarden gehabt haben, soll nach Rechnung der Reparationskommission gerade ausgereicht haben für die Kosten der Besatzungsarmee, während die deutsche Schätzung des Wertes etwa 10mal so hoch ist. Die Besatzung hat auch nach der geringsten Schätzung der Reparationskommission soviel verschlungen als früher der Gesamtetat Deutschlands für Heer und Flotte ausmachte.

All das muß man immer im Gedächtnis behalten, um zu wissen, wie diese enorme Brandschatzung von Feinden, die deutschen Boden nicht erobert haben, unsern Staat in Grund und Boden zu vernichten drohten. Nun versuchten unsere Gegner die weitere Reparation in Fluß zu bringen, während Deutschland selbst immer mehr verarmte. Es folgte die Zeit der Konferenzen, deren Namen uns wenigstens im Gedächtnis geblieben sind. Die Konferenz zu Brüssel 1920, die Pariser Konvention Januar 1921 und die berüchtigte Londoner Konferenz März 1921, als deren Ergebnis am 8. März 1921 die Besetzung von Düsseldorf, Duisburg, Ruhrort erfolgte, und eine neue Zollgrenze unter Einführung des Recovery Act (26% Werterhebung) zugunsten von England errichtet wurde. Diese Vorkommnisse und die Verarmung Deutschlands brachte den ersten großen Marksturz (1 Dollar = 300 Millionen. Andere Verhandlungen folgten, jene von Cannes und Genua (1922) und der Rapallovertrag (1922). Die Finanznot stieg dabei immer höher, September bezahlte man den Dollar mit 9000 Mark.

Die von Frankreich geforderten Leistungen an Kohlen, auch an Holz, überschritten so die Möglichkeit, daß zeitweilig die deutschen Lieferungen nicht die volle Höhe erreichen konnten. Im Januar 1923 tagte die Pariser Konferenz, und am 11. Januar überfielen französische und belgische Truppen Deutschland und besetzten das ganze Ruhrgebiet. Die Ereignisse, die sich

Digitized by Google

jetzt abspielten, sind uns noch in frischem Gedächtnis. Die Ruhrbesetzung hat den Friedensbrechern weder Gold noch Lorbeeren gebracht, uns aber unermeßlichen Schaden. Besonders seit Mitte des Jahres 1923 wurde die deutsche Währung vollkommen vernichtet, alle Wohlfahrtseinrichtungen, soweit sie auf Stiftungen beruhten, ausgelöscht. Die Zahl der Verarmten zählte nach vielen Millionen. Dabei sind ungezählte Milliarden an Grundbesitz, Mobiliar, Waren in dieser Inflationszeit an valutastarke Ausländer für den heimischen Besitz verlorengegangen. Das ist also das Friedenswerk von Versailles bisher gewesen.

Von einem Aufbau und einer Erstarkung einer Nation konnte unter diesen Bedingungen in dieser Periode, die fast zu Ende des Jahres 1923 reichte, keine Rede sein, weder in moralischer Hinsicht noch mit Bezug auf das Erwerbsleben in weitestem Sinne.

Den ersten Wendepunkt zum Bessern verdanken wir uns selbst, es ist der Oktober 1923 gewesen, als die Einführung einer neuen staatlichen Währung mit der Rentenmark gewonnen war. Zwar übersah man erst jetzt die ungeheure finanzielle Verwüstung, welche die Inflation hinterlassen hatte, aber andererseits reinigte sich wenigstens jene Sumpfvegetation, die sich bei uns damals breitgemacht oder eingenistet hatte.

In den vier Jahren seit dem Kriegsende hatten auch weite Kreise unter den Arbeitern eingesehen, daß die Blütenträume der Phantasten niemals reifen würden, und daß es Zeit war, die Produktion wieder aufzunehmen, wenn man leben wollte. Notwendigkeiten setzen sich stets mit brutaler Gewalt durch.

Aber die Ruhraffäre war noch nicht liquidiert, und erst langwierige Verhandlungen brachten Ruhe und einem Teil des Rheinlandes die Befreiung.

Neue Sanktionen blieben drohend, die Reparationskommission war allmählich ein politisches Werkzeug geworden. Amerika, das bisher ganz beiseite stand, nahm jetzt die komplizierten Verhandlungen, die Ordnung schaffen sollten, in die Hand. Alle Reparationen sollten in Zukunft an eine Stelle und bis zu bestimmter Höhe bezahlt werden, und Deutschland mußte sich bequemen, erhebliche Faustpfänder als Sicherheit auszuliefern. Das war der Dawesplan. Am 29. August 1924 wurde der Plan vom Reichstag angenommen, und mit dem 1. September begann die Wirksamkeit.

Erst nach einem sechsjährigen Kampf sind also die politischen Verhältnisse so weit geordnet, daß wir einigermaßen an einen Wiederaufbau Deutschlands denken können, der wesentlich durch den Versailler Vertrag uns unmöglich gemacht war. Die Zeit ist kurz, aber wir dürfen trotzdem sagen, daß sie nicht ungenützt vergangen ist.

III.

Wenn man die endlosen Schwierigkeiten im Innern durch die Auswüchse der sozialen Bewegungen und die von unsern Feinden andauernd wieder erhobenen Vergewaltigungen und Drangsalierungen sich vor Augen hält, so kann es uns entschieden nur wundernehmen, wenn man trotzdem von einem

Digitized by Google

fühlbaren Aufschwung redet. Der Wagemut und die Unternehmungslust hat sich in dieser schweren Zeit in weiten Kreisen immer wieder durchgesetzt. Zahllose Opfer sind freilich gefallen, aber der größte Teil hat sich gehalten. Wenn wir zunächst an die Industrie denken, so hat sich in ihr allmählich ein guter Teil der geistigen Kraft, über die wir verfügen, verkörpert.

Schon die rein kaufmännische Lösung der wechselnden Probleme und der Hindernisse stellt eine außergewöhnliche Leistung dar, deren Bewältigung auch in der Neuzeit immer größere Kräfte erfordert. Was wir Rationalisierung, Zusammenlegung, Vertrustung nennen, läßt sich mit dem ruhigen Fluß der kaufmännischen Arbeit im Frieden nicht vergleichen.

Das wichtigste Ereignis wollen wir aber darin sehen, daß nicht Früchte der Wissenschaft heute für viele dieser großen Korporationen einfach als Gabe von außen kommen, sondern eigener Forschung entstammen. Auf vielen Gebieten der Industrie handelt es sich keineswegs darum, Laboratoriumsergebnisse ins Große zu übersetzen, obwohl auch das ein Ruhmesblatt der technischen Wissenschaft sein kann, als vielmehr um die Anregung zur Arbeit auf neuen Gebieten, und zwar in großzügiger Weise mit Mitteln, deren gewaltige Größe uns in Staunen und Bewunderung versetzen.

Dieser Geist — er war schon früher vorhanden — scheint mir doch im letzten Jahrzehnt ganz besonders gewachsen zu sein. Vielfach verkörpert eine Fabrik eine Zusammenarbeit der verschiedensten, wissenschaftlichen Disziplinen zu einem gemeinsamen Ziel. Es unterliegt natürlich für jeden Einsichtigen keinem Zweifel, daß durch die Industrien modernen Aufbaues hervorragende Kräfte herangezogen werden, die dann anderwärts fehlen. Man kann andererseits als sicher annehmen, daß die Verbindung mit der Wissenschaft, die so gute Früchte trägt, zugleich eine Propaganda ist, schlummernde Kräfte wachzurufen. Nicht auf allen Gebieten sind natürlich die Fortschritte gleichmäßig, aber dem Zug der Zeit kann sich kein Betrieb ganz entziehen. Dieser in sich erstarkenden Kraft stehen nun leider wieder einige Schwierigkeiten entgegen. Regierung und Parlament rufen: »Es gilt die Wirtschaft wieder anzukurbeln«, aber damit ist es nicht getan. Nicht in allen Winkeln und Ecken spürt man heute schon den belebenden Hauch. Schwach ist die innere Kaufkraft und immer noch klein das äußere Absatzgebiet, ohne welches wir nicht leben können. Ein Heer von Arbeitslosen wartet auf Beschäftigung. Und jede Rationalisierung, die man bestaunt, macht Tausende fleißiger Hände entbehrlich, und jede vollkommene Maschine macht Menschen brotlos. Wir hoffen auf Besserung auch schon dadurch, daß in den nächsten Jahren wegen Mangel an Nachwuchs aus den Kriegsjahren ein Ausfall an jugendlichen Arbeitern eintreten muß.

Nach einer anderen Richtung hin dürfen wir vertrauungsvoller in die Zukunft schauen.

Sind der Industrie die Grenzen der Entwicklung gesetzt durch die mehr oder minder ausreichenden Absatzmöglichkeiten nach dem Ausland, so ist die Landwirtschaft im allgemeinen in der Lage, bei einer Mehrproduktion die Produkte im Lande selbst abzusetzen und die negative Handelsbilanz zu verringern. Ihre Entwicklung scheint zwar durch Boden und Klima in enge un-

Digitized by Google

abänderliche Grenzen gebannt zu sein, doch kann man auch bei ihr ganz unverkennbar zur Auswertung wissenschaftlicher Erfahrungen wichtige Ansätze sehen, umfangreicher als in der Kriegsvorzeit. Die enge Verbindung der heimischen Industrie als Versorgungsquelle mit künstlichen Dungstoffen, die uns im wesentlichen vom Ausland ganz unabhängig machen, wird immer bedeutungsvoller für die Produktion werden.

An Bodenschätzen sind wir außer durch Kohle- und Kalivorkommnisse leider nicht besonders gesegnet, immerhin sind die letzteren ein wesentliches Förderungsmittel unserer Landwirtschaft, die ersteren vor allem aber eine Kraftquelle, die heute noch sehr erheblich in Betracht kommt. Die politischen Verhältnisse des Versailler Vertrages haben in diese Verhältnisse in rücksichtslosester Weise eingegriffen, indem sie uns die Kohle als Reparationsobjekt in größtem Umfang wegnahmen. Auch diesen Schwierigkeiten ist man zu unsern Gunsten ziemlich Herr geworden. Neue Wege zur Verwertung der Kohle stehen offen und bieten günstige Aussichten. Noch wichtiger hat sich erwiesen die Fruchtbarmachung der Wasserkräfte für elektrische Zwecke in der Metallurgie, Beleuchtung und Kraftbelieferung. Mangelhaft ist unser Verkehrswesen, das ja wesentlich in fremden Händen ruht, und die Überhandnahme des Handelstandes hat sich zu einer wahren Kalamität für unser Volk ausgewachsen.

IV.

Die Schwierigkeiten der Pflege der Wissenschaft zur Kriegszeit war sozusagen etwas Selbstverständliches, fehlten doch größtenteils die schaffenden Kräfte. Und nachher suchten unsere Gegner unter verletzenden Beschimpfungen der Deutschen und Herabsetzung der deutschen Wissenschaft uns von jedem internationalen Verkehr und gemeinsamer Arbeit auszuschließen. Auch jeder literarische Austausch sollte unmöglich sein, besondere Organisationen wurden zu diesem Zwecke geschaffen. Auch heute ist dieser wissenschaftliche Boykott amtlich noch nicht ganz zusammengebrochen, aber die weitesten Kreise auch unserer ehemaligen Gegner haben sich bereits von diesen Haßorganisationen und Ausschlußgesellschaften freigemacht.

In ihrem inneren Leben betrachtet, hat die deutsche Wissenschaft ihre Ziele niemals fallengelassen und nur aus eigener Kraft die Bahnen des Fortschrittes beschritten. Es war das freilich zeitweise ein dorniger Pfad, denn ein notleidender Staat wird am ersten noch die Mittel für Kunst und Wissenschaft beschränken müssen. So ist es doch immer gewesen. Wir bekennen aber gerne, daß, soweit es irgend möglich war, die Wissenschaft stets Wohlwollen und Entgegenkommen beim Staat gefunden hat, ja daß auch besondere Organisationen, wie die Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft, die Möglichkeit gefunden haben, ihre Ziele zu verfolgen.

Die Geldmittel, die ja besonders für die Pflege der experimentellen Wissenschaften in erster Linie unerläßlich sind, haben sich in bescheidenen Grenzen gefunden und haben ihre Früchte getragen in Fortschritten der wissenschaftlichen Erkenntnis.

Digitized by Google

Aber bei alledem dürfen wir die Augen nicht vor der Wirklichkeit verschließen. Die fortwährende Geldnot, namentlich der Landesregierungen, hat uns gezwungen, auf vieles zu verzichten, was sich im Laufe der Jahre jetzt besonders nachteilig auswirkt. Von unseren Einrichtungen, von unseren Gebäuden ist ungemein vieles veraltet, rückständig, unmodern, zum Nachteil für Forschung und Unterricht, schwerwiegend im internationalen Wettbewerb. Die innere heutige Finanzpolitik des Reiches hat die Schwierigkeiten in solchem Maße gesteigert, daß die Existenz mancher Hochschule gefährdet erscheint.

Für den Aufbau und Fortschritt entscheidend sind übrigens nie allein die materiellen Verhältnisse als vielmehr die Auswirkungen hervorragender Persönlichkeiten. Über den Mangel an solchen wird vielfach geklagt. Man muß aber dabei bedenken, daß sich ähnliche Erscheinungen auch außerhalb Deutschlands zeigen und zunächst begründet sind wenigstens in den Naturwissenschaften in dem rapiden Aufschwung der letzten 50 Jahre, der notwendigerweise in manchen Arbeitsgebieten statt große Probleme zu bieten mehr eine Nachlese erfordert, und nicht anziehend wirkt. Aber auch die fortschreitende Teilung der Wissenschaften in unendlich kleine Einzelzweige ist einer Aufzucht durchaus ungünstig. Schließlich absorbiert vor allem die Industrie eine Unzahl hervorragender Talente. Jede Nation hat deren eine begrenzte Zahl, sie lassen sich durch Schulen nicht züchten und auffinden, sie gehen auch ohne solche Hilfe ihren besonderen Weg. Ein merkwürdiges Zeichen der Zeit ist die enorme Zunahme des akademischen Studiums, die man bei den großen finanziellen Schwierigkeiten, mit denen der heutige Student zu kämpfen hat, nicht erwarten sollte. Sicherlich spielt dabei mit der seit Jahren erleichterte Übertritt von allen möglichen Mittelschulen zu den Hochschulen. Im Staat und für seinen Wiederaufbau ist für diese jungen Kräfte keine Verwendung, sie bilden nur die Gefahr eines akademischen Proletariats und drücken zugleich die Wertschätzung akademischer Bildung überhaupt herab.

V.

Weite Kreise der Bevölkerung haben lebhaftes Verständnis an der Hebung der tief gesunkenen Moral der breiten Volksschichten. Man darf mit Genugtuung ein allseitiges Erstarken dieser Bewegung in den letzten Jahren verzeichnen, obschon ihr von vielen Seiten außerordentliche Schwierigkeiten bereitet werden. Eine Erscheinung aber ist doch hoch erfreulich, das Neuerwachen der Menschenliebe, die freiwillige soziale Leistung auf dem Gebiete der ganzen Wohlfahrtspflege. In den ersten Jahren nach dem Kriege sollte alle freiwillige Wohlfahrtspflege niedergetreten und durch kommunale Leistungen ersetzt werden. Dann kam die Inflation und vernichtete wirklich die materielle Grundlage dieser Bewegung. Krankenhäuser, Erholungsheime, die früher Millionen von Menschen Erholung brachten, brachen zusammen. Aber die humane Gesinnung konnte man nicht zerstören. Mit den geordneten Verhältnissen des Staates, der Stabilisierung der Währung kamen allmählich wieder und gerade aus den stark verarmten Mittelständen die Beiträge, kleiner als ehedem zwar, aber ausreichend zu langsamem Aufbau.

Digitized by Google

Wenn man auch unzweifelhaft den Eindruck gewinnt, daß auf vielen Gebieten ein allmählicher Fortschritt und Aufbau erreicht wird, so ist doch das Aufheben, wie es vielfach schon heute aus diesen ersten Regungen einer Besserung gemacht wird, durchaus unerwünscht. Denn dieser Besserung gegenüber stehen große Gebiete der Staatsverwaltung und des öffentlichen Lebens überhaupt, die in hohem Maße rückständig geblieben sind, und nicht nur eine Verbesserung auf den Friedensstand benötigen, vielmehr die Auswirkung moderner Ansprüche erfordern. Reich, Länder und Kommunen haben nicht nur die dankbare Aufgabe, sondern die Pflicht gegenüber der Nation, diese Bedürfnisse geltend zu machen, da sonst so der Eindruck im Auslande hervorrgerufen wird, als sei die volle Ordnung im Staate wiederhergestellt. Am allerauffälligsten prägt sich der Rückstand auf dem ganzen Gebiete hygienischer Maßnahmen und Einrichtungen aus. Die Kommunen vermögen Verbesserung der alten Einrichtungen oder gar Neuanlagen von Bedeutung nicht mehr durchzuführen. Von organischer Fortentwicklung ist keine Rede. Nicht einmal dem Wohnungsbau vermag man die Wege zu ebnen. Und unsere Verkehrseinrichtungen haben noch nicht in ihren Leistungen den Friedensstand erreicht.

Von einer durchschnittlichen Hebung des Wohlstandes überhaupt kann auch keine Rede sein, das zeigt sich deutlich bei einer näheren Betrachtung des Nahrungsmittelkonsums.

Jedes neue Jahr bringt ein neues bilanziertes Reichsbudget, leider sind nur in ihm die Aufwendungen nicht zu finden, welche die allgemeine Wohlfahrt der Bevölkerung erfordert. Und nur so ergeben sich die Überschüsse, welche als Reparationen unseren Gegnern ausbezahlt werden.

Sind schon jetzt die Steuern fast untragbar, und läßt das Budget des Reiches den Ländern und Gemeinden zu wenig, um ihre Kulturaufgaben zu erfüllen, so bleibt bei einem großen Teil der Bevölkerung die Lebenshaltung heute minderwertiger, wie notwendig ist, und namentlich ist der Anteil für die Kulturbedürfnisse für große Schichten zu gering.

Wir stehen im Beginn des dritten Jahres des Dawesplanes; die Goldsummen, welche aus Deutschland herausgepreßt werden, gehen auf Kosten einer schlechteren Lebenshaltung, einer Einschränkung des Kulturaufwandes, einer Behinderung der Vermögensbildung und des Wiedergewinns eines mittleren Wohlstandes.

Und diese uns von außen aufgezwungenen Lasten werden leider in Bälde sich mehren.

Das Jahr	1926/27	erfordert eine Abgabe von	1200	Millionen	Goldmark.
	1927/28	aber schon	1750	»	»
und	1928/29	volle	2500	»	»

und diese ungeheuerliche Zahl soll die dauernden Lasten für unbestimmte fernere Zeit darstellen. Die vom 1. September 1928 ab zu zahlende Summe macht einen täglichen Tribut von 6,8 Millionen Mark aus. Welche Kulturwerte ließen sich mit diesen gewaltigen Goldmengen für die deutsche Nation schaffen, während die Empfänger unserer Tribute, wie man sagt, diese zum großen

Digitized by Google

Teil zur Unterstützung militärischer Vorbereitungen verwendet haben und verwenden werden. Der Export deutscher Waren, der allein die finanziellen Mittel bietet, aus der negativen Handelsbilanz herauszukommen, und der allein Werte schafft, mit denen unsere Feinde bezahlt werden können, wird durch Zollschranken verschiedenster Art gehemmt.

Rosig sieht die Zukunft gerade nicht aus, rückschauend aber empfinden wir in dem, was bisher geleistet worden ist, doch eine Tat, die uns Mut und Kraft und Hoffnung gibt. Möge die Leitung des Staates in festen Händen liegen.

Seit dem Friedrichstage 1926 (28. Januar) bis heute sind in der Akademie folgende Veränderungen des Mitgliederbestandes eingetreten:

Es wurden gewählt:

zu ordentlichen Mitgliedern der physikalisch-mathematischen Klasse die HH. Johannes Stumpf, bestätigt durch Erlaß der Preußischen Regierung vom 27. Januar 1926, Franz Hofmann, bestätigt am 7. April, Heinrich von Ficker, bestätigt am 28. Juli 1926, und Richard Hesse, bestätigt am 31. Dezember 1926,

zu korrespondierenden Mitgliedern der philosophisch-historischen Klasse die HH. Leopold Wenger in München (jetzt in Wien) am 15. Juli 1926 und Ernst Fabricius in Freiburg i. Br. am 25. November 1926.

Gestorben sind:

das ordentliche Mitglied der physikalisch-mathematischen Klasse Hr. Franz Hofmann am 6. Juni 1926,

die ordentlichen Mitglieder der philosophisch-historischen Klasse Hr. Karl Holl am 23. Mai 1926 und der beständige Sekretar Hr. Gustav Roethe am 17. September 1926,

die korrespondierenden Mitglieder der physikalisch-mathematischen Klasse HH. Camillo Golgi in Pavia, Ende Januar 1926, Heike Kamerlingh Onnes in Leiden, am 21. Februar 1926, und Wilhelm Körner in Mailand und

die korrespondierenden Mitglieder der philosophisch-historischen Klasse HH. Georg Friedrich Knapp in Darmstadt, am 20. Februar 1926, Harry Bresslau in Heidelberg, am 27. Oktober 1926, Wilhelm Braune in Heidelberg, am 10. November 1926, und Bernard Haussoullier in Paris.

Beamte der Akademie:

Der Kastellan Hr. Alfred Janisch wurde am 1. April 1926 zum Hausinspektor befördert.

Hierauf gab Hr. v. Harnack den folgenden Bericht über die

Ausgabe der griechischen Kirchenväter der drei ersten Jahrhunderte (1916—1926).

In der Festsitzung der Akademie vom 27. Januar 1916 habe ich über die akademische Kirchenväter-Ausgabe — sie ist im Jahre 1891 begonnen

Digitized by Google

worden; der erste Band erschien 1896 — berichtet. Ein Jahrzehnt ist seitdem verflossen; ich setze heute diesen Bericht fort.

Die griechische christliche Literatur stellt sich in drei aufeinanderfolgenden Schichten dar: die älteste umfaßt die im Neuen Testamente enthaltenen Schriften und die ihnen gleichzeitige oder auf dem Fuße folgende Literatur bis gegen die Mitte des 2. Jahrhunderts. Die zweite, die apologetische und altkatholische, reicht von dieser Zeit bis auf Eusebius und Konstantin. Die dritte und mächtigste Schicht umfaßt die kirchliche Literatur bis zum Bilderstreit im 8. und 9. Jahrhundert.

Die Akademie hat sich zunächst darauf beschränkt, die Literatur der beiden ersten Schichten vollständig, aber mit Ausschluß des Neuen Testaments, herauszugeben; doch ediert sie auch Werke des 4. und 5. Jahrhunderts, wenn solche wichtige literarische Fragmente aus der Geschichte der drei ersten Jahrhunderte enthalten.

Erst in ihrer dritten Schicht, seit Eusebius und Athanasius, hat die patristische Literatur ihre weltgeschichtliche Bedeutung für die Verschmelzung des Christentums und der Antike, für alle Zweige der Wissenschaft und für die Entstehung der morgen- und abendländischen Nationalliteraturen erlangt; aber nur in der ersten Schicht ist das Eigentümliche, was die christliche Religion besitzt, zu einem deutlichen Ausdruck gelangt, und nur aus der zweiten kann man lernen, wie das große Gebilde, die katholische Kirche, in seiner Selbständigkeit und als Reichskirche, entstanden ist, welches die Literatur der Folgezeit geschaffen hat.

Lediglich die beiden genannten Gesichtspunkte — die ältesten genuinen Quellen der christlichen Religion zusammenzustellen und das Werden der katholischen Kirche deutlich zu machen — geben das Recht, aber fordern es auch, die altchristliche Literatur aus der gleichzeitigen antiken auszugliedern; denn sie hängt fast von Anfang an in ihren Formen und in steigendem Maße auch durch ihren Inhalt mit ihr aufs innigste zusammen, und sie ist schon seit der Mitte des 2. Jahrhunderts als Literatur lediglich ein Teil von ihr. In gewisser Weise hat das schon der Vater der Kirchengeschichte, Eusebius von Cäsarea, eingesehen; denn es ist ihm nicht eingefallen, in seine Kirchengeschichte eine besondere christliche Literaturgeschichte aufzunehmen, vielmehr behandelt er die christlichen Schriften unter dem einzigen hier berechtigten Gesichtspunkt, nämlich als Dokumente. Die altchristliche Literaturgeschichte darf nur als Dokumentengeschichte selbständig auftreten, wie die Literaturgeschichte des römischen Rechts oder die Literaturgeschichte der griechischen Philosophie. Erst der nicht vorbildliche Kirchenvater Hieronymus hat geglaubt, die christliche Religion dadurch dem großen gebildeten Publikum zu empfehlen, daß er ihr eine eigene Literaturgeschichte schuf, deren Form er dem Sueton, deren Inhalt er zum größten Teil durch flüchtige Scherenarbeit Eusebs Kirchengeschichte entnahm.

Was wir in der Ausgabe der griechischen Kirchenväter der drei ersten Jahrhunderte sammeln, wird also von uns als Dokumente gesammelt; denn im Inhalte, nicht in den Formen liegt hier der spezifische Wert. Die Ausgabe ist auf etwa 54 Bände berechnet; 27 sind in den ersten zwanzig Jahren

Digitized by Google

(1896—1916) erschienen, im letzten Jahrzehnt 9 Bände. Wir haben also zwei Drittel der Arbeit erledigt, und zwar den wichtigeren Teil; denn manches Bedeutende, was noch aussteht, existiert bereits in nahezu ausreichenden Ausgaben anderer. Die Verzögerung in den letzten Jahren hat ihren Hauptgrund in den wirtschaftlichen Notständen, in denen wir noch immer stehen. Die deutsche Kaufkraft ist geschwächt, und unsere Nährmutter, die Wentzel-Heckmann-Stiftung, hat den größten Teil ihres Kapitals durch die Inflation eingebüßt und hat uns in den letzten Jahren nichts mehr geben können. Zwar trägt sich die Ausgabe fast selbst, aber eben nur »fast«, d. h. für die handschriftlichen Vorarbeiten fehlen die Mittel und müssen jetzt, von Fall zu Fall und aufs Nötigste beschränkt, von der Akademie erbeten oder ihre Aufbringung muß den Mitarbeitern bzw. ihren Patronen überlassen werden. Doch steht zu hoffen, daß die Wentzel-Heckmann-Stiftung in nicht allzu ferner Zeit kleinere Bewilligungen wieder leisten wird.

Von den neun im letzten Jahrzehnt erschienenen Bänden verdanken wir drei dem Fleiße Prof. Bährens' in Göttingen. Er hat die Auslegungen des Origenes zu Büchern des Alten Testaments herausgegeben — eine entsagungsvolle Arbeit, da Goldkörner in diesen Auslegungen selten sind, aber andererseits doch eine Aufgabe eigenen Reizes, weil überhaupt noch keine kritische Ausgabe vorhanden war und weil Origenes die Gelehrten, die sich um ihn bemühen, zwar nicht mit geistreichen Gedanken, aber mit der Kenntnis seiner lauteren religiösen und wissenschaftlichen Persönlichkeit und mit der Einsicht in sein ungeheures Wissen und in seine exegetische Methode belohnt, durch die er der Vater der Bibelwissenschaft geworden ist.

Vier Mitarbeitern des letzten Jahrzehnts können wir den Dank nur noch ins Grab nachrufen. Wendland hat für uns die Philosophumena Hippolyts, Löschcke die Kirchengeschichte des Gelasius, Bonwetsch die Werke des Methodius und Holl die beiden ersten Bände der Werke des Epiphanius ediert. Bonwetsch ist uns im Greisenalter, Wendland und Holl im Mannesalter, Löschcke, ein Gelehrter großer Hoffnungen, im jugendlichen Alter genommen worden. Das, was sie in ihren Ausgaben der Wissenschaft geschenkt haben, stiftet ihnen allen ein bleibendes Andenken in unserer Akademie und in der gelehrten Welt. Aber ich darf noch besonders die Ausgaben von Bonwetsch und Holl hier hervorheben. In Bonwetsch besaßen Göttingen und wir den Gelehrten, der die altslawische Sprache beherrschte und zugleich ein ausgezeichneter Kenner der alten Kirchengeschichte gewesen ist. Nicht nur durch die Ausgabe des Methodius, sondern auch durch zahlreiche andere Editionen, Katalogisierungen und Untersuchungen hat er das Abendland mit der slawischen patristischen Überlieferung bekanntgemacht und ihre Schätze uns zugeführt wie kein anderer vor ihm; Holl aber hat in seiner Epiphaniusausgabe, die er mit einem exquisiten Kommentar ausgestattet hat, ein Musterwerk geschaffen, das bei jeder näheren Prüfung die dankbare Bewunderung steigert.

Neben diesen entschlafenen Gelehrten haben wir Hrn. Violet die Ausgabe der Apokalypse Esras, Hrn. Helm die der Chronik des Eusebius-Hieronymus zu danken. Die geschichtlich besonders wichtige Esra-Apokalypse, zeitlich der Apokalypse des Johannes nahestehend, liegt uns nur in Supraübersetzungen

Digitized by Google

in verschiedenen Sprachen vor. Im ersten Bande seiner Ausgabe hat sie Violet sämtlich kritisch rezensiert; im zweiten hat er auf dieser Grundlage die außerordentlich schwierige Aufgabe erfolgreich unternommen, dem Originaltext so nahe wie möglich zu kommen — in deutscher Sprache. Vielleicht ermutigt der Fortschritt, den seine Ausgabe bezeichnet, in Zukunft einen Gelehrten, eine Rückübersetzung ins Griechische zu versuchen; allerdings wäre mit einer solchen der Urtext noch immer nicht gewonnen. Die Chronik des Eusebius, die ebenfalls im Original verloren ist, liegt nun in der armenischen Übersetzung (deutsch wiedergegeben) und in der Bearbeitung des Hieronymus (2 Bände) vor. Helm hat sich der großen Mühe unterzogen, beide Bände zu autographieren, und den höchsten Fleiß an die Ausgabe gesetzt, auch ausführlich Rechenschaft von seinen überlieferungsgeschichtlichen Erkenntnissen gegeben. Unzweifelhaft sind wir durch ihn in der Hauptfrage, was dem Eusebius gebührt und was nicht, nach Beseitigung falscher Annahmen, ein bedeutendes Stück weitergekommen; in bezug auf die Anlage des Werks des Hieronymus schwebt noch eine Kontroverse.

Dem »Archiv« für die von der Kirchenväter-Kommission unternommene Ausgabe sind im letzten Jahrzehnt vier umfangreiche Bände hinzugefügt worden. Zwei von ihnen umfassen je ein größeres Werk: der wissenschaftliche Beamte der Kommission, Prof. Dr. Karl Schmidt, hat nach jahrelanger Vorarbeit das apokryphe, bisher unbekannte Buch aus dem zweiten Jahrhundert »Gespräche Jesu mit seinen Jüngern nach der Auferstehung« herausgegeben und es aufs gründlichste nach allen Richtungen durchforscht; ich habe in der Monographie über den Reformer und Kirchenstifter Marcion Untersuchungen abgeschlossen, die mich seit meinem Eintritt in die Wissenschaft beschäftigt haben, um eine religiöse Persönlichkeit von unerhörter Eigenart — die selbständigste Erscheinung des 2. christlichen Jahrhunderts — ans Licht zu stellen. In der zweiten Auflage des Werks konnte ich die Arbeit bereichern. In den beiden anderen Bänden des Archivs hat Hr. Bährens die Überlieferung bzw. die Textgeschichte der lateinisch erhaltenen Origeneshomilien zum Alten Testament, Hr. Heussi die Überlieferung über den Asketen Nilus behandelt, Hr. Bonwetsch das slawische Henochbuch herausgegeben, Hr. Bauernfeind den Römerbrieftext des Origenes untersucht, Hr. Loofs eine Monographie über Paul von Samosata vorgelegt, in welcher die Dogmengeschichte des 3. Jahrhunderts bedeutend gefördert worden ist. Ich selbst habe in zwei Heften den kirchengeschichtlichen Ertrag der exegetischen Arbeiten des Origenes extrahiert und beurteilt.

Ich darf aber diesen Bericht nicht schließen, ohne eines unersetzlichen Verlustes zu gedenken, den die Kirchenväter-Kommission und mit ihr die Wissenschaft infolge des Weltkrieges erlitten hat. In unseren Sitzungsberichten (4. März 1926) sind die Vorgänge, um die es sich handelt, eingehend geschildert worden; ich beschränke mich daher hier auf die Hauptsache: Im Frühling des Jahres 1914 gingen Geh.-R. Moritz und der wissenschaftliche Beamte der Akademie, Prof. Dr. Karl Schmidt, nach gründlichster Vorbereitung und mit der besten Ausrüstung auf den Sinai, um einen wissenschaftlichen Katalog sämtlicher Handschriften des Katharinenklosters, der

Digitized by Google

griechischen und der orientalischen, teils herzustellen, teils zu revidieren, besonders das hagiographische, synodale und medizinische Material aufzunehmen, die Urkunden der politischen und inneren Geschichte des Klosters zu ermitteln und alle wichtigeren Handschriften und Bilder teils vollständig, teils in genügenden Proben (schwarzweiß, auch in Farben) zu photographieren. Die Expedition erfüllte ihre Aufgabe in fast viermonatlicher Arbeit restlos. In 30 Kisten gelangte das gesammelte Material samt dem Katalog und den Ausrüstungsgegenständen bis nach Suez — da brach der Weltkrieg aus. Mit Mühe konnten die Leiter der Expedition in die Heimat zurückkehren, aber die Früchte ihrer Arbeit wurden von den Engländern mit Beschlag belegt und — um gleich alles zu sagen — die Ausrüstungsgegenstände wurden verkauft, und die in Tausenden von Photographien, in den Katalogen und in den Beschreibungen niedergelegten Ergebnisse der Arbeit wurden eingezogen und einige Jahre später — der Krieg war schon beendigt! — so gut wie sämtlich vernichtet, sei es auf direkte Anordnung des englischen Generalstabs in Kairo, sei es unter seiner Zulassung. Nur ein ganz kleiner Teil hat sich durch Zufall oder in dem Handgepäck der Gelehrten erhalten. Ob sinnlose Spionagefurcht, ob grobe Unwissenheit hier die Triebfeder gewesen ist, wird wahrscheinlich niemals ermittelt werden können. Ob eine neue Expedition das Verlorene jemals wieder ersetzen wird, ist zweifelhaft; denn während die erste Expedition durch den damaligen Erzbischof-Abt des Sinai-Klosters veranlaßt worden war, der in einem Schreiben an mich um eine solche gebeten hatte, will die Klosterleitung jetzt, wie es scheint, keine Expedition mehr gestatten. Das ist die Kunde, die der wissenschaftliche Beamte der Kommission, Prof. Dr. Schmidt, aus Ägypten uns gebracht hat. Er ist vor kurzem von einem mehrmonatlichen Aufenthalt daselbst zurückgekehrt. Erfolgreich hat er unsere alten Verbindungen dort wiederaufgenommen, aber in bezug auf den Sinai konnte er leider nur Negatives berichten.

Ich bin am Ende meines Rückblicks. Nach vorwärts schauend, kann ich mitteilen, daß z. Z. an neun Stellen die Fortsetzung der Kirchenväter-Ausgabe vorbereitet wird, an einigen schon seit langer Zeit, so daß unsere Geduld so stark in Anspruch genommen ist wie unsere hochgespannte Erwartung. Aber wir drängen keinen Mitarbeiter und sind noch niemals in unsern Hoffnungen getäuscht worden. Den Werken des Irenäus, dem Registerband zu Clemens Alexandrinus, der Chronik des Hippolyt, der Fortsetzung der Werke des Origenes, der »Praeparatio« des Eusebius, den Pseudoklementinen, der Ausgabe der Martyrien und der Hagiographika, endlich der Fortsetzung der Ausgabe des Epiphanius, die Hr. Lietzmann übernommen hat, sehen wir entgegen. Die Vollendung der ganzen Ausgabe noch zu erleben darf ich nicht hoffen; aber gewiß wird sie kein Torso bleiben, obschon es bei der heutigen Richtung der Studien immer schwerer fällt, geeignete Mitarbeiter zu gewinnen.

Digitized by Google

Nunmehr hielt Hr. SCHLENK den wissenschaftlichen Festvortrag:

Über die Bedeutung der Radikale für die organische Chemie.

Es sind nahezu 100 Jahre verflossen, seitdem unter den Händen zweier genialer Forscher, nämlich des großen JUSTUS LIEBIG und des kaum minder bedeutenden FRIEDRICH WÖHLER, eine Experimentaluntersuchung entstand, welche den festesten Grundstein einer chemischen Theorie bildete, von der zu sprechen heute meine Aufgabe sein soll. Es handelt sich um die Theorie der sogenannten organischen Radikale.

Eine kurze Erläuterung des wesentlichen Inhaltes der 1832 veröffentlichten Arbeit — sie war betitelt: »Untersuchungen über das Radikal der Benzoesäure« — wird am einfachsten in den Gedanken einführen, welcher den Inhalt der Theorie der Radikale bildet.

LIEBIG und WÖHLER konnten zeigen, daß bei einer Anzahl chemischer Umsetzungen eines Stoffes, der in den bitteren Mandeln vorhanden ist und deshalb Bittermandelöl heißt, sich nichts anderes vollzieht als ein Austausch von einem einzelnen Wasserstoffatom eines jeden Moleküls gegen ein Atom eines anderen Elementes oder gegen mehrere fremde Atome. Das Molekül des Bittermandelöles (dessen wissenschaftlicher Name Benzaldehyd ist) setzt sich zusammen aus sieben Atomen Kohlenstoff, sechs Atomen Wasserstoff und einem Atom Sauerstoff. Von diesen 14 Atomen bleiben also bei den von LIEBIG und WÖHLER ausgeführten Umwandlungen dreizehn in ihrem ursprünglichen Verband erhalten. Es konnten LIEBIG und WÖHLER somit über diesen unveränderlichen Molekülrest (gewissermaßen die Wurzel, das »Radikal«) aussagen, daß er eine Verbindung ist, welche »fast in allen ihren Vereinigungsverhältnissen mit anderen Körpern ihre Natur und Zusammensetzung nicht ändert. Diese Beständigkeit, diese Konsequenz in der Erscheinung«, so fahren sie fort, »bewog uns jene Verbindung als einen zusammengesetzten Grundstoff anzunehmen und dafür eine besondere Benennung, den Namen Benzoyl, vorzuschlagen.«

Diese Publikation von LIEBIG und WÖHLER erregte ungewöhnliches Aufsehen, da sie ganz neue Gesichtspunkte in die Betrachtungsweise organischer Verbindungen brachte. BERZELIUS sprach damals begeistert aus, daß die neue Erkenntnis wohl der Anfang eines neuen Tages in der vegetabilischen Chemie sei, und er meinte, das Radikal Benzoyl könne passend Proin (von πρωΐ, zu Anfang des Tages) oder Orthrin (von ὄρθρος, Morgendämmerung) genannt werden.

Worin lag nun die besondere Bedeutung der neuen Erkenntnis? Um das zu verstehen, muß man sich vor allem die Situation vor Augen halten, in welcher sich die organische Chemie in jener Zeit befand. 4 Jahre erst waren verflossen, seitdem WÖHLER (1828) seine berühmte Harnstoffsynthese ausgeführt hatte, die erste Synthese, welche von einer als mineralisch betrachteten Materie, dem cyansaurem Ammonium, zu einem im Tierkörper produzierten Stoff führte. Eine vorgefaßte Meinung, gefestigt durch stetige Mißerfolge

Digitized by Google

bei Versuchen, mineralische Substanz in organische zu verwandeln, hatte den Glauben an eine besondere rätselvolle Kraft entstehen lassen, die sogenannte vis vitalis, welche zum Aufbau aller im Tier- und Pflanzenkörper sich bildenden Verbindungen unentbehrlich sei; eine Kraft, über welche der Mensch bei seinen Laboratoriumsversuchen nicht verfüge. Wenn wir heute auch sagen können, daß Wöhlers Harnstoffsynthese dem Glauben an die vis vitalis den Boden entzogen hat, so wurde die neue Erkenntnis doch keineswegs so rasch Gemeingut, daß etwa die bestehende Scheidewand zwischen organischer Chemie (Chemie der Stoffe aus Organen von Pflanzen und Tieren) und anorganischer Chemie (Chemie der Stoffe des Mineralreiches) plötzlich abgerissen worden wäre. Die Feststellung der Existenz organischer Radikale aber rückte nun die organische Chemie der anorganischen aus einem völlig neuem Grunde näher. Denn in der anorganischen Chemie, die teilweise viel früher erschlossen war, hatte man längst die Tatsache festgestellt, daß gewisse Atomgruppen sich bei Umsetzungen unverändert durch Verwandlungsreihen hindurchführen lassen. So war auch der Name Radikal zur Zeit der Liebig-Wöhlerschen Entdeckungen nicht prinzipiell neu, sondern der anorganischen Chemie entlehnt, in der man ursprünglich nach dem Vorgang von Lavoisier, Morveau und Fourcroy (1787) Elemente wie Stickstoff, Chlor und Bor als Radikale bezeichnete, Stoffe, welche nach der Definition der Genannten durch Vereinigung mit Sauerstoff zu Säuren werden. Späterhin verwandelte sich der Sinn des Namens Radikal auch in der anorganischen Chemie zu dem, was Liebig als Definition für Radikale überhaupt gegeben hat.

Cyan, so schreibt Liebig, nennen wir ein Radikal, »weil es

1. der nicht wechselnde Bestandteil in einer Reihe von Verbindungen ist; weil es
2. sich in diesen durch andere einfache Körper ersetzen läßt; weil
3. sich in seinen Verbindungen mit einem einfachen Körper dieser letztere ausscheiden und vertreten läßt durch Äquivalente von anderen einfachen Körpern.«

Eine solche Formulierung rückt vor allem eine Parallele zwischen Atomen und organischen Radikalen nahe. Formal mindestens besteht völlige Analogie zwischen Formeln von vielen Metallverbindungen und Formeln von organischen Verbindungen, welche ausgeprägte Radikale enthalten. Das einfachste organische Radikal ist das »Methyl«, die Atomgruppe CH_3. Setzt man die Formel dieser Atomgruppe in die Formeln einer Reihe von Kaliumverbindungen ein, und zwar immer an Stelle eines Kaliumatoms, so kommt man zu einer Reihe wohlbekannter organischer Verbindungen:

KOH	Kaliumhydroxyd		CH_3OH	Methylhydroxyd (Methylalkohol)	
KCl	»	chlorid	CH_3Cl	»	chlorid
KBr	»	bromid	CH_3Br	»	bromid
KJ	»	jodid	CH_3J	»	jodid
KNO_3	»	nitrat	CH_3NO_3	»	nitrat
K_2SO_4	»	sulfat	$(CH_3)_2SO_4$	»	sulfat
K_2O	»	oxyd	$(CH_3)_2O$	»	oxyd (Methyläther).

Diese Reihe ließe sich noch beträchtlich vergrößern.

Digitized by Google

Zu ähnlichen Ergebnissen kommt man auch beim formalen Vergleich der Benzoylverbindungen mit Reihen anorganischer Körper. Freilich muß betont werden, daß solche Analogien im wesentlichen nur formal sind, denn in ihrer chemischen Natur besitzen die in solchen Gegenüberstellungen korrespondierenden anorganischen und organischen Verbindungen zumeist recht wenig Ähnlichkeit. Es war indessen schon die formale Analogie bedeutungsvoll. Denn die Zahl der organischen Verbindungen war schon damals recht beträchtlich, und vor der Erkenntnis der Existenz organischer Radikale erschien das ganze Gebiet als eine Wirrnis, in welche sich keine Ordnung, kein System bringen ließ. Ganz zwanglos brachte die Radikaltheorie die nötige Ordnung, da sich die Kohlenstoffverbindungen, soweit sie überhaupt aufgeklärt waren, auf Grund der verschiedenen in ihnen enthaltenen Radikale ebenso gruppieren ließen, wie sich die anorganischen Stoffe in der Systematik zwanglos um die in ihnen enthaltenen typischen Elemente stellen.

Größer noch war der Wert der Erkenntnis von der Existenz organischer Radikale für die Experimentalforschung. Denn ist z. B. erst einmal in einem Falle die Natur eines organischen Radikals erforscht, so vereinfacht sich die Untersuchung aller anderen Verbindungen, in welchen das betreffende Radikal wiederkehrt, in ähnlicher Weise wie etwa die Erforschung einer Reihe von Metallverbindungen, wenn einmal die Eigenschaften des betreffenden Metalles in einer Verbindung genau festgestellt sind.

Die Vorzüge, welche die neuartige Betrachtung von Molekülteilen als individuelle Gruppen, Radikale, brachte, gab frischen Impuls zum Aufsuchen neuer Radikale und überhaupt zu planmäßiger Forschung. Das lag LIEBIG ganz besonders am Herzen. »Die tiefer begründete Klassifizierung der Radikale muß man einführen und die Ergründung ihrer direkten oder sekundären Charaktere; das ist in einem Wort die Philosophie der organischen Stoffe«, so schrieb er gemeinsam mit DUMAS in einem Aufruf der Pariser Akademie.

Solche Anregung fiel auf guten Boden. Allerdings dauerte es noch eine Reihe von Jahren, bis wieder eine grundlegende Arbeit erschien, nämlich eine solche von ROBERT BUNSEN, betitelt: »Untersuchungen über die Kakodylreihe«. Sie entsprach in ihren Resultaten ganz dem, was die Lehre von Radikalen erwarten ließ.

> »In meiner letzten Abhandlung über die Zersetzungsprodukte der CADETschen Flüssigkeit« — so beginnt BUNSEN seinen Bericht —, »bin ich von der Voraussetzung ausgegangen, daß die dieser Körperklasse angehörigen Verbindungen ein gemeinschaftliches Glied, das Kakodyl, enthalten, welches als Repräsentant einer Verbindung erscheint, die mit allen Eigenschaften eines Metalls begabt ist.
>
> Im nachstehenden werde ich nun versuchen, den Beweis zu führen, daß dies Glied, weit entfernt davon, eine hypothetische Fiktion zu sein, in der Wirklichkeit existiert und sich in der Tat in isolierter Gestalt durch die Art seiner Verwandtschaft den Metallen anreiht. Wird durch diesen Umstand die Theorie der organischen Radikale, wenigstens soweit sie die vorliegende Körperklasse

Digitized by Google

betrifft, zu einer unbestreitbaren Tatsache, so erlangt andererseits die Kakodylreihe selbst eine theoretische Bedeutung, die zu dem sorgfältigsten Studium ihrer Verbindungen auffordert.«

Die besondere Bedeutung dieser Arbeit lag darin, daß es Bunsen in der Tat gelungen ist, ein organisches Radikal an sich zu isolieren, während man früher nur Verbindungsreihen von Radikalen beobachtet hatte. Daß die Natur dieses isolierten Radikales in einem wesentlichen Punkte, von welchem noch die Rede sein soll, noch mißverstanden war, ändert nichts an der Bedeutung der Bunsenschen Arbeit.

Es folgten weitere Untersuchungen, welche den durch die Bunsensche Arbeit entstandenen Glauben an die Existenz freier, d. h. unverbundener, Radikale festigten. Kolbe gewann durch Elektrolyse von Essigsäure ein Gas, welches die Zusammensetzung des einfachsten aller organischen Radikale, des Methyls, zeigte, während Frankland durch Einwirkung von metallischem Zink auf Halogenalkyle zu ähnlichen freien Radikalen, zum Äthyl und Amyl, gekommen zu sein glaubte.

Eine gewisse Enttäuschung in bezug auf diese vermeintlichen freien organischen Radikale blieb allerdings nicht lange aus. Von dem freien Radikal Methyl, das Kolbe in den Händen zu haben glaubte, wies nämlich Schorlemmer nach, daß es zwar die prozentische Zusammensetzung des freien Radikals Methyl besaß, aber nicht in der Tat frei, d. h. unverbunden, war, indem jedes seiner Moleküle aus zwei aneinander geketteten gleichartigen Einzelradikalen bestand. Ähnliches ergab sich auch bei weiterer Untersuchung aller anderen sogenannten freien Radikale. Keineswegs war durch diese Erkenntnis die Parallele ernstlich gestört, die man zwischen den »zusammengesetzten organischen Elementen«, als welche man die Radikale gerne bezeichnete, und den einfachen Elementen der anorganischen Chemie in der Radikaltheorie gezogen hatte. Kennen wir doch auch manche wirkliche Elemente stabil nur in dem Zustand, in welchem je zwei Atome zu einem Molekül verbunden sind.

Infolge der ausgesprochenen Neigung, die organischen Radikale irgendwelchen Elementatomen als Analoga gegenüberzustellen, überschätzte man die Stabilität der Radikale sehr wesentlich. Deshalb begegneten die eifrigsten Verfechter der Radikaltheorie mit unberechtigter Voreingenommenheit Forschungen einiger französischer Chemiker, welche die fiktive Stabilität der Radikale als Irrtum erwiesen. Mit der hypothetischen sehr großen Beständigkeit der Elementnatur des Radikals Methyl hielt man es z. B. für unvereinbar, daß man in diesem Radikal, als einem Bestandteil der Essigsäure, schrittweise die drei vorhandenen Wasserstoffatome durch Chloratome ersetzen kann, ohne daß die Natur der Säure dadurch sehr wesentlich geändert wird.

Ungefähr gleichzeitig, d. h. um das Jahr 1850, trat bei einer Gruppe von organischen Chemikern, an deren Spitze Dumas genannt werden kann, die Idee in den Kreis des Interesses, die organischen Verbindungen elektrochemisch-dualistisch zu erklären. Obwohl diese neue Theorie inhaltlich eigentlich keinen Widerspruch zur Radikaltheorie bedeutete, lenkte sie doch das Interesse vieler Forscher von letzterer ab.

Digitized by Google

War so durch verschiedene Umstände die Begeisterung für den Wert der Radikaltheorie gesunken, so verminderte sich die Wertschätzung vollends, als die Forscher COUPER, FRANKLAND, ODLING und vor allen anderen KEKULÉ den Begriff der Valenz in die organische Chemie einführten. Insbesondere KEKULÉ verfocht in geistreicher Weise die Idee, daß Kohlenstoff in den organischen Verbindungen stets ein vierwertiges Element ist. Gleichzeitig zeigte er, daß die Existenz der so gewaltig großen Zahl der organischen Verbindungen sich aus einer ganz besonderen Eigenschaft der Kohlenstoffatome erklärt, nämlich aus der, sich untereinander in fast beliebiger Zahl direkt binden zu können. Die beiden neuen Ideen erklärten ohne weiteres (neben vielem anderen) alle die Mißerfolge bei den Versuchen, freie organische Radikale darzustellen. Denn nimmt man z. B. irgendeiner Verbindung, welche das Radikal Methyl enthält, den Rest des Moleküles, welcher mit dem Methyl verbunden ist, weg, so bleibt in dem wohl vorübergehend entstehenden Rest CH_3 ein Gebilde mit dreiwertigem Kohlenstoff. Entsprechend dem stets hervortretenden Bestreben des Kohlenstoffs, sich mit vier Bindekräften zu betätigen, und entsprechend der eben erwähnten Fähigkeit des Kohlenstoffatomes, sich mit seinesgleichen zu verbinden, kommt es folgerichtig nun zu einer Vereinigung jeden Methylradikales mit einem zweiten Methylradikal, also zur Bildung eines Paarlinges $H_3C\text{-}CH_3$. Gerade das, was die Radikaltheorie zu erklären absolut nicht imstande war, nämlich die Nichtexistenz freier organischer Radikale, wurde also zu einer einfachen logischen Forderung des Axioms von der Vierwertigkeit des Kohlenstoffs.

Daß die von KEKULÉ inaugurierte organische Valenzchemie weiterhin zur sogenannten Strukturlehre und damit zu einer Forschungsrichtung von nahezu unvergleichlicher Fruchtbarkeit geführt hat, sei nur nebenbei erwähnt.

In den letzten drei Jahrzehnten des vorigen Jahrhunderts wurde die Theorie der Radikale kaum mehr diskutiert, da die Sache in allen Punkten geklärt zu sein schien. Sowohl die Existenz von Radikalen in den meisten organischen Verbindungen als auch die Nichtexistenz beständiger freier Radikale war ja in der Valenztheorie bestens begründet, und so hören wir aus jener Zeit auch gar nichts mehr über Versuche zur Isolierung freier Radikale.

Großes Aufsehen erregte es deshalb bei den organischen Chemikern, als im Jahre 1900 der Amerikaner GOMBERG berichtete, daß er im Gange einer Untersuchung, bei welcher ihm jede Absicht der Darstellung eines freien Radikales fehlte, ein solches in Gestalt einer »Triphenylmethyl« zu nennenden Verbindung aufgefunden habe, einen Stoff, in welchem Kohlenstoffatome dreiwertig auftreten. Man kannte bis dahin weit mehr als 100000 verschiedene Kohlenstoffverbindungen, und bei keiner derselben war an das Vorhandensein dreiwertigen Kohlenstoffs zu denken. So ist es nicht überraschend, daß weitaus die Mehrzahl der Chemiker sich gegenüber GOMBERGS Behauptung ablehnend einstellte. Wenn man auch die Richtigkeit der experimentellen Befunde GOMBERGS keineswegs anzweifelte, so suchte man andererseits doch dem sogenannten Triphenylmethyl Deutungen zu geben, welche es erlaubten, der Annahme eines freien Radikals und der Existenz dreiwertigen Kohlenstoffs auszuweichen. Es mag wohl der Einfluß dieser ablehnenden Einstellung der

Digitized by Google

Mehrzahl der Fachkollegen gewesen sein, daß schließlich GOMBERG selbst seine Anschauung über den Bau des Triphenylmethyl-Moleküls revidierte und daß er sich zu einer wenig plausiblen Formulierung dieses Stoffes verstand, nur um die Annahme dreiwertigen Kohlenstoffes zu umgehen. Weitere Forschungen, die von meinen Mitarbeitern und mir ausgeführt worden sind, erbrachten indessen den bündigen Beweis, daß im Triphenylmethyl eben doch ein freies Radikal vorliegt. Als aber einmal die Existenzmöglichkeit dreiwertigen Kohlenstoffs in einem Fall erwiesen und dadurch das Interesse nach vierzigjähriger Pause wieder den freien Radikalen zugewendet war, mehrten sich rasch die Fälle der Entdeckung freier organischer Radikale, der Auffindung von dreiwertigem Kohlenstoff.

So merkwürdig es klingen mag: es war wahrscheinlich eine glückliche Fügung für die Entwicklung der organischen Chemie, daß nicht schon in jener ersten Blütezeit der Radikaltheorie, in der Zeit vor KEKULÉS bestimmendem Einfluß auf die theoretischen Anschauungen in der organischen Chemie, die Bemühungen um die Gewinnung freier Radikale von Erfolg gekrönt waren. Denn solcher Erfolg hätte sich der Einführung der in der Praxis ganz ungemein fruchtbaren Idee von der konstanten Vierwertigkeit des Kohlenstoffatoms möglicherweise recht hindernd in den Weg gestellt. Heute dagegen führte die Entdeckung der freien Radikale zu keinem Widerspruch gegen den Valenzbegriff, sondern zu einer Vertiefung desselben, oder, wie ALFRED WERNER, der erfolgreichste moderne Förderer unserer valenztheoretischen Erkenntnisse, sich äußerte: Zum Schlußstein in der Theorie vom wechselnden Affinitätswert der Kohlenstoffbindung.

An den vorstehenden Bericht über die Feier des Friedrichstages schließen sich die vorgeschriebenen Berichte über die Tätigkeit der Akademie und der bei ihr bestehenden Stiftungen.

Griechisch-römische Altertumskunde.

a. Sammlung der griechischen Inschriften.

Bericht des Hrn. VON WILAMOWITZ-MOELLENDORFF.

Hr. PANAGIOTES KABBADIAS, auswärtiges Mitglied der Akademie, hat dieselbe wissen lassen, daß es sein Wunsch wäre, die Inschriften von Epidauros, die er zumeist selbst ausgegraben hat, in Verein mit der Akademie herauszugeben. Infolgedessen hat der wissenschaftliche Beamte der Akademie, Prof. Freiherr HILLER VON GAERTRINGEN, diese Inschriften in zweimonatlicher Arbeit aufgenommen; nur die Bauinschriften hat sich Hr. KABBADIAS vorbehalten. Die Sammlung soll als ein Heft der editio minor von Band IV erscheinen.

Hr. VON HILLER hat auch die Steine von Kerkyra für das immer noch fehlende Ergänzungsheft zu IX 1 aufgenommen, während die übrigen beträchtlichen Nachträge der künftige Herausgeber Dr. KLAFFENBACH gesammelt hat.

Digitized by Google

Von der editio minor der attischen Inschriften, IG II. III, hat Hr. Prof. Kirchner ein weiteres Heft im Druck fast vollendet.

Schriftproben zu XI 2, das die Akademie herauszugeben leider verhindert wird, sollen in einem besonderen Hefte veröffentlicht werden.

Hr. Dr. Klaffenbach hat die ihm durch letztwillige Verfügung von Prof. Pomtow zugefallenen Abklatsche delphischer Steine nebst anderem wertvollem Materiale dem Archiv der Inscriptiones Graecae überwiesen, wofür ihm auch hier der wärmste Dank der Akademie ausgesprochen wird.

b. Sammlung der lateinischen Inschriften.

Bericht des Hrn. Wilcken.

Kurz vor Schluß dieses Berichtsjahres, am 15. Januar 1927, ist Oskar Bohn, der Herausgeber von CIL XIII 3, gestorben. Der Tod dieses verdienstvollen treuen Mitarbeiters bedeutet für die Wissenschaft wie im besondern für das Corpus einen schweren Verlust.

Die Drucklegung des Bandes XI 2, 2 (enthaltend die Addenda zu den Inschriften von Etrurien, Umbrien und der Aemilia), die von Eugen Bormann bereits 1903 begonnen und bis 1912 fortgeführt war, ist von Hrn. Gaheis (Wien), der nach Bormanns Tod (1917) die Vollendung übernommen hatte, mit Unterstützung von Hrn. Dessau, unter Hinzufügung der Indices I—III zu dem Gesamtband (XI), nach Überwindung jahrelanger Schwierigkeiten beendet worden, so daß der Band zur Ausgabe gelangen konnte. An der Vollendung der Sachindices (IV—XVI) sowie des Auctarium des Bandes wird von Hrn. Gaheis gearbeitet. — Hr. Dessau hat weiter an der geplanten Neuedition der lateinischen Inschriften des Ostens (III) (s. den vorjährigen Bericht) gearbeitet und hat einige Abteilungen fertiggestellt. — Hr. Bang arbeitete an dem II. und III. Faszikel der Indices der stadtrömischen Inschriften (VI). — Der Druck des von Hrn. Szlatolawek hergestellten Index nominum zu Band XIII hat begonnen. — Hr. Bohn † hat das im Jahre 1925 in den Museen von Basel und Brugg gewonnene Material in das instrumentum domesticum Galliens und der Rheinlande eingearbeitet. — Auf Anregung von Hrn. Dessau wird beabsichtigt, die seit dem Erscheinen des XIV. Bandes (Inschriften des alten Latium, 1887) in Ostia zutage gekommenen Inschriften in einem Supplementband zu XIV zu vereinigen. Zu diesem Zweck hat unser wissenschaftlicher Hilfsarbeiter, Hr. Wickert, nach mehrmonatigen Vorarbeiten, im Oktober und November in Ostia mit Genehmigung und unter dankenswerter Förderung seitens der Ausgrabungsleiter, der HH. Paribeni und Calza, mit gutem Erfolg an den Originalen gearbeitet. Die Mittel zu dieser Reise hat Hr. Dessau aus der ihm zu seinem 70. Geburtstag überreichten Ehrengabe gewährt.

c. Bericht über das griechische Münzwerk.

Bericht des Hrn. Wiegand.

Wie im Vorjahre mußte die Arbeit des Hrn. Gaebler an den »Antiken Münzen Mysiens« einstweilen zurücktreten, wenn auch keine Gelegenheit zur Vervollständigung des Materials von ihm versäumt wurde. Erwünschten Zu-

Digitized by Google

wachs brachte insbesondere sein mehrtägiger Aufenthalt in Genf, wohin er im Interesse des nordgriechischen Münzwerks gereist war.

Dem III. Band (Makedonia und Paionia) dieses letzteren galt Hrn. Gaeblers Haupttätigkeit. Nach Studien in Winterthur, Genf und München konnte er die Texte zu Aigai, Aineia, Amphaxitis, Bisalten, Bottiaia, Derronen, Doberos, Mosses, Olophyxos, Orthagoria, Paroreia, Philippoi, Potidaia, Pydna, Sermylia, Skione, municipium Stobi, Terone, Therme, Tragilos, Tyntenoi, Uranopolis sowie der paionischen Königsprägung (Lykkeios, Patraos, Audoleon, Leon) fertigstellen. Die wichtigsten der hierbei gewonnenen Resultate sind zwecks Entlastung des Corpus-Textes ausführlich dargelegt worden in einem Aufsatz »Zur Münzkunde Makedoniens VIII (Die Distrikte Doberos und Paroreia. — Das mygdonische Apollonia)«, dessen Erscheinen im Doppelheft 3/4 von Band XXXVI der Zeitschrift für Numismatik unmittelbar bevorsteht, begleitet von einem Nachtrag zu Hrn. Gaeblers im Bericht über 1925 erwähnter Studie »Der Elefantenzahn als Weihgeschenk«. In Angriff genommen wurde Ende November die Bearbeitung der »Unbestimmten« und der Königsmünzen Makedoniens sowie der Fälschungen. Nach Abschluß dieser letzten Partien des III. Bandes wird, voraussichtlich im nächsten Sommer, mit dem Druck begonnen werden können, zumal auch die Beschaffung der für die Ergänzungstafeln notwendigen Gipsabgüsse inzwischen fast restlos gelungen ist, dank dem hilfsbereiten Entgegenkommen diesmal besonders der Münzkabinette von Athen, Leningrad, London, München, Paris und Winterthur sowie des Hrn. Dr. Bernhard in Sankt Moritz.

Hr. Regling hat im vergangenen Jahr die Bearbeitung des Werkes »Die Münzen von Priene« beendet; das Buch wird im März zur Ausgabe gelangen.

d. Prosopographia imperii Romani saec. I—III.

Bericht des Hrn. Wilcken.

Auf Anregung von Hrn. Dessau hat die Akademie beschlossen, statt des bisher beabsichtigten Ergänzungsbandes (IV) vielmehr eine Neuausgabe der gesamten Prosopographie herzustellen. Die HH. Stein (Prag) und Groag (Wien) haben sich bereit erklärt, diesen veränderten Arbeitsplan auszuführen. Hr. Stein hat die ihm angebotene Schlußredaktion übernommen.

e. Corpus Inscriptionum Etruscarum.

Bericht des Hrn. W. Schulze.

An Stelle Gustav Herbigs, den ein beklagenswert vorzeitiger Tod vor Vollendung seiner dem Corpus Inscriptionum Etruscarum gewidmeten Arbeit abberufen hat, ist als Mitherausgeber Hr. Dr. Ernst Sittig, Professor an der Universität Königsberg, getreten.

Der bisherige hochverdiente Mitarbeiter, Hr. Dr. Bartolomeo Nogara, Generaldirektor der vatikanischen Museen und Galerien in Rom, hat auch für die Zukunft seine tätige Beihilfe in Aussicht gestellt.

Digitized by Google

Preußische Kommission.

Bericht des Hrn. Marcks.

Auf Grund der im Vorjahre durch Notgemeinschaft, Ministerium und Akademie festgelegten finanziellen Sicherung hat die Kommission im Berichtsjahre ihre vier Unternehmungen lebendig fördern können.

Von den Urkunden und Aktenstücken ist Band 22, der Schlußband der »Politischen Verhandlungen«, bei de Gruyter, erschienen. Sein Herausgeber, Hr. Staatsarchivrat Dr. M. Hein, hat die schwedischen Sammlungen Arnheims für die »Auswärtigen Akten« in einer zweiten Stockholmer Archivreise erheblich und abschließend ergänzt. Sie sollen in zwei Bänden herausgegeben werden, die auch diese Abteilung zum Ende bringen werden. Es ist zu hoffen, daß Band I im Jahre 1927 in der Handschrift fertig werden wird.

Band 40 der Politischen Korrespondenz Friedrichs des Großen (1778) ist durch Hrn. Prof. Dr. G. B. Volz so weit gefördert worden, daß sein Abschluß in der Handschrift für das Frühjahr, im Druck für den Herbst 1927 erwartet werden darf.

Von den Acta Borussica ist der 12. Band der »Behördenorganisation und allgemeinen Staatsverwaltung«, den Schluß des Siebenjährigen Krieges (Januar 1759 bis Februar 1763) umfassend, auf Grund der Vorarbeiten von M. Hass und W. Peters durch Hrn. Staatsarchivrat Dr. E. Posner druckfertig gemacht und mit dem Register versehen worden. Er ist (bei P. Parey) im Herbst 1926 erschienen. Band 13 ist in Vorbereitung. Für die wiederaufgenommene Abteilung Handels-, Zoll- und Akzisepolitik (Schlußband 1740 bis 1786) hat Hr. Dr. Rachel die Materialsammlung im Geh. Staatsarchiv, mit Ergänzungen in Breslau, im wesentlichen vollendet und die Verarbeitung begonnen.

Herausgabe der Werke von Weierstrass.

Bericht des Hrn. Planck.

Der Band VII (Variationsrechnung) wird demnächst ausgegeben werden können.

Kant-Ausgabe.

Bericht des Hrn. Heinrich Maier.

Im Laufe des Jahres 1926 ist Band 17 erschienen. Band 18 befindet sich im Druck und soll in diesem Jahre fertig werden.

Ibn-Saad-Ausgabe.

Bericht des Hrn. Sachau.

Die Arbeiten am Index zu Ibn Saad sind 1926 in folgender Weise gefördert worden:

Über den Fortschritt des Index der Rawis oder Berichterstatter berichtet der Herausgeber Hr. Bibliotheksrat Dr. Walter Gottschalk folgendes:

Digitized by Google

»Im Laufe dieses Kalenderjahres ist in Berlin die Verzettelung der Bände III—VIII zu Ende geführt worden. Die Zahl der aus diesen Bänden mit 2177 Textseiten gewonnenen Zettel beträgt 37398. Im Anschluß an diese Arbeit habe ich die textkritischen und biographischen Ausführungen zu den Namen der Überlieferer, die sich in den Anmerkungen zu den Bänden III—VIII niedergelegt finden. auf die entsprechenden Zettel übertragen und weiterhin eine genaue Überprüfung des gesamten Zettelmaterials auf Grund näherer Anweisung vornehmen lassen. Bei dieser Revision sind zugleich die 3260 Kunjen von den übrigen Zetteln gesondert bzw. 1225 Verweisungen von Kunja auf Ism hergestellt worden. Gleichzeitig habe ich durch einen zweiten Mitarbeiter die gesamten Zettel aus den Bänden III—VIII alphabetisch ordnen lassen. Diese Arbeit ist im Dezember zu Ende gekommen, so daß für die genannten Bände im wesentlichen nur noch das Ineinanderarbeiten der gleichlautenden Zettel erforderlich ist, eine Arbeit, deren Schwierigkeiten nicht unterschätzt werden dürfen.

Die von Hrn. Dr. Fück in Frankfurt (Main) übernommene Bearbeitung der Bände I und II ist im Laufe dieses Jahres in der Weise zu Ende geführt worden, daß Dr. Fück das gewonnene Zettelmaterial sogleich ineinandergearbeitet hat. Für die Bände I und II liegt also ein fast druckfertiges Manuskript vor, das z. Z. von Hrn. Dr. Fück ins Reine geschrieben wird.«

Der Index zum Matn, d. i. der erzählenden Substanz Ibn Saads, ist in erster Anlage von mir zwischen dem Juli 1925 und dem September 1926 gebucht worden.

Wörterbuch der ägyptischen Sprache.

Bericht des Hrn. Erman.

Im Berichtsjahre wurde der erste Band des Wörterbuches ausgegeben; er enthält die Buchstaben *ȝ* bis *f*. Der zweite Band, der wieder von Hrn. Grapow unter Mitwirkung der HH. Erman und Sethe redigiert wird, ist in Arbeit; die Niederschrift wird wieder von Hrn. Erichsen besorgt.

Die Durcharbeitung des gesammelten Materiales und die Herstellung des vorläufigen Manuskriptes wurde von den HH. Erman und Anthes dem Ende nahegeführt; wir dürfen hoffen, daß der noch ausstehende Rest, der Schluß der *t*-Laute, im Laufe des Jahres 1927 erledigt werden wird.

Verschiedene Hilfsarbeiten wurden von den HH. Erichsen, Wenzel und Frl. von Gross erledigt.

Das Tierreich.

Bericht des Hrn. Keibel.

Im März 1926 ist die große Monographie von Kieffer, *Scelionidae*, die in den Berichten von 1924 und 1925 erwähnt ist, als Bd. 48 des »Tierreich« in der Stärke von 57 1/2 Bogen erschienen.

Im September konnte die Arbeit von Nieden, *Anura* 2: *Engystomatidae*, 7 7/8 Bogen umfassend, herausgegeben werden (Bd. 49). In der Lieferung sind 182 Arten behandelt, die nur in außereuropäischen Ländern vorkommen.

Digitized by Google

Zur Zeit ist die große Arbeit von Giglio-Tos, *Mantidae*, im Druck (Bd. 50).

Zwei unserer Mitarbeiter sind durch den Tod abberufen worden. Prof. J. J. Kieffer, Professor am Collège Saint-Augustin in Bitsch, verstarb am 30. Dezember 1925, 69 Jahre alt, so daß er gerade noch die letzten Fahnenabzüge seiner Arbeit korrigieren konnte. Das Tierreich verdankt diesem Forscher 6 umfangreiche Manuskripte, die den Monographien 24, 30, 41, 42, 44, 48 zugrunde lagen und die sich alle auf winzige Hymenopteren beziehen.

Am 19. August 1926 verstarb Prof. Ermanno Giglio-Tos, Professor der Zoologie in Turin, der Verfasser obengenannter Arbeit über die *Mantidae*, der nicht nur als Systematiker, sondern auch als Entwicklungsmechaniker einen Namen hat.

Am 1. Dezember konnte Frl. Luther auf eine 25jährige Tätigkeit als Hilfsarbeiterin beim »Tierreich« zurückblicken.

Nomenclator animalium generum et subgenerum.

Bericht des Hrn. Keibel.

Von den fünf Bänden, aus denen das Werk bestehen wird, liegt der erste in einem Umfange von über 800 Seiten Lexikonoktav jetzt fertig vor. Die ihn zusammensetzenden fünf Lieferungen, jede zu rund zehn Bogen, erschienen im März, Mai, August, Oktober und Dezember. Lieferung 1—3 enthalten die mit A und B beginnenden Namen, Lieferung 4—5 außer einer ausführlichen Einleitung das umfangreiche, nicht weniger als achtzehn Bogen umfassende Literaturverzeichnis. Dieses alphabetisch angeordnete Verzeichnis, welchem die bibliographische Kartothek des Büros als Manuskript zugrunde liegt, bringt zu allen im Nomenclator vorkommenden Zitatkürzungen den ausführlichen Text nebst Erscheinungsort, Erscheinungsdatum und Format; außerdem aber auch zahlreiche Angaben über Variationen hinsichtlich Titel, Erscheinungsort und Format, über Neuausgaben und Bandfolgen. Bei Serienfolgen unter abweichendem Titel klären kurze Hinweise den Zusammenhang auf. Da das Verzeichnis einen großen Teil der gesamten zoologischen Literatur enthält und zugleich in aller Kürze bibliographisch glossiert, kann es auch unabhängig vom Nomenclator Zoologen und Bibliographen als selbständiges Nachschlagewerk dienen. Die Akademie als Verleger des Nomenclator hat daher fünfhundert Exemplare als Sonderdruck in besonderem Umschlage herstellen lassen, so daß das Literaturverzeichnis direkt von ihr bezogen werden kann, und zwar zum Preise von zehn Mark. Da die im Nomenclator angewandten Literaturkürzungen die gleichen sind, wie sie das andere zoologische Unternehmen der Akademie, das »Tierreich«, anwendet, ist diesem auf besonderen Antrag eine größere Anzahl Exemplare zur Verfügung gestellt. Sie sollen an die für das »Tierreich« arbeitenden Zoologen als Vorschrift abgegeben werden.

Nach Erscheinen der ersten Lieferung eröffnete die Akademie durch einen ersten Prospekt die Subskriptionsliste, in welcher bei Bestellung des ganzen Werkes bis 30. September ein Vorzugspreis von fünfzehn Mark für je eine Lieferung festgesetzt ist.

Digitized by Google

Auch von der Einleitung, die auf 24 Seiten eine ins einzelne gehende Übersicht über die Entwicklung des Nomenclators und die Methode der Bearbeitung sowie ein vollständiges Verzeichnis der Geldgeber und Mitarbeiter bringt, wurden einige hundert Sonderdrucke mit besonderem Umschlage hergestellt. Davon hat die Kommission im September nahezu 150 Exemplare den Geldgebern, den Manuskriptmitarbeitern und anderen Mithelfern und Freunden des Unternehmens als Zeichen der Erkenntlichkeit überreicht. 200 Exemplare sind während des Oktobers zu Propagandazwecken an Bibliotheken, Herausgeber von Zeitschriften und gelehrte Gesellschaften des In- und Auslandes versandt. Ein neuer Prospekt mit Druckprobe wurde beigelegt, der Endtermin für die Subskription bis 31. März 1927 verlängert.

Die rasch fortschreitende Drucklegung erforderte wiederholt größere Summen seitens der Akademie. Sie bewilligte hierfür sowie für das Büro im März 4000 Mark, im April 2200 Mark und im Juli 6000 Mark. Der Absatz des Werkes scheint sich günstig zu gestalten, und es steht zu hoffen, daß die Einnahmen aus dem Verkauf die Ausgaben für den Druck allmählich aufbringen werden.

Das Manuskript war bei Beginn des Druckes noch unvollständig. Es fehlte die umfangreiche Gruppe der *Hexacorallia*. Wie schon im vorjährigen Berichte mitgeteilt, hatten die für diese Gruppe seit Jahren verpflichteten Mitarbeiter versagt, und das Büro war gegen Schluß des Vorjahres genötigt, selbst die Ausarbeitung in Angriff zu nehmen. Aber die hierfür erforderliche Zeit konnte seit dem Beginn des Lesens der Korrekturen nicht mehr erübrigt werden. Noch rechtzeitig gelang es, einen außenstehenden Zoologen in der Person des Hrn. Dr. W. Stichel-Berlin für diese Arbeit zu gewinnen. Die Kommission bewilligte hierfür ein besonderes Honorar. Von mehreren Seiten kam dem Unternehmen wertvolle unentgeltliche Hilfe. Hr. Dr. W. Horn-Berlin verglich für das Manuskript gelegentlich eines Aufenthaltes in London eine Anzahl seltener und sonst nicht erreichbarer Schriften. Hr. Dr. M. Lampe-Berlin setzte im Büro die Überprüfung der *Pisces* fort. Hr. Dr. A. Oudemans-Arnhem (Holland) sandte Nachträge zu den Acariden. Hr. Fr. Schumacher-Berlin übergab dem Büro seinen Literaturkatalog der Rhynchoten-Genera und -Subgenera zu freier Benutzung. Hr. Prof. Dr. E. Stechow-München versah das Manuskript der *Hydrozoa* auch für die Zeit von 1910 bis 1922 mit direkten Hinweisen und vermehrte es im übrigen durch Nachträge. Hr. Dr. Sig. Thor-Oslo (Norwegen) unterstützte die Schriftleitung durch bibliographische Auskunft. Neuerdings hat sich Hr. Prof. A. Hetschko-Kameral Ellgoth bei Teschen (Tschechoslowakei) erboten, von den aus dem Zoological Record entnommenen Namen der Jahre 1910—22 so viele als ihm möglich mit direktem Literaturhinweis, Rang- und Gruppenbezeichnung zu versehen. Soweit seine Beiträge dem augenblicklichen Druck nicht mehr eingefügt werden können, sollen sie für den später notwendig werdenden Nachtragband zurückgestellt werden. An den Arbeiten im Büro beteiligte sich auch in diesem Jahre wieder regelmäßig und unentgeltlich Frau Käthe Hedicke. Sie hat das Zusammenordnen der Gruppenkataloge zum Hauptkatalog fortgesetzt.

Digitized by Google

Die Zusammensetzung des Büros war die gleiche wie im Vorjahre: Schriftleiter Prof. Th. Kuhlgatz; Assistent Dr. H. Hedicke; Bibliographische Hilfsarbeiterin Hedwig Graeber.

Das Pflanzenreich.

(Regni vegetabilis conspectus.)

Bericht des Hrn. Engler.

Die beiden schon seit längerer Zeit im Druck befindlichen Hefte 89 (O. E. Schulz, *Cruciferae-Draba* und *Erophila*) und 90 (H. Wolff, *Umbelliferae-Apioideae-Ammineae-Carinae* II) werden voraussichtlich im Februar 1927 erscheinen. Der Umfang eines jeden von ihnen beträgt etwa 24 Bogen.

Heft 89 kommt einem lange Zeit empfundenen Bedürfnis entgegen. Die Gattung *Draba* ist bekanntlich eine der artenreichsten (Verfasser unterscheidet 256 Arten, darunter viele mit mehreren Varietäten) und schwierigsten, da ihre oft einander nahestehenden Arten in kälteren Zonen der Erde und in den höheren Regionen der eurasiatischen und amerikanischen Gebirge ein großes Gesamtareal besiedelt haben. Verkennung der einzelnen Arten und Zuweisung nicht weniger Arten aus anderen Gattungen zu *Draba* führte zu großer Verwirrung, die sich so sehr steigerte, daß man in mehreren Bearbeitungen auf die Bestimmung der Draben verzichtete. Versuche, eine Gesamtbeschreibung der Draben zu liefern, endeten mit einigen Teilbearbeitungen. Die vorliegende Gesamtbearbeitung beruht auf der Benutzung eines sehr reichen Materials, so daß dem Verfasser eine mustergültige Übersicht der zahlreichen Formen und ihrer Verbreitung gelungen sein dürfte. Etwa zwei Druckbogen sind der systematischen Durcharbeitung von *Erophila* gewidmet, deren zahlreiche Sippen vom Verfasser auf 7 Hauptarten verteilt werden. Als ein wichtiges Ergebnis der Untersuchungen des Verfassers ist zu bezeichnen, daß die Jordanschen und Rosenschen Kleinarten nicht lokal sind, sondern an mehr oder weniger weit voneinander entfernten Punkten im Gebiet ihrer Hauptarten gefunden werden.

Heft 90 stellt einen wichtigen Fortschritt in der Kenntnis der Umbelliferen dar, deren Gattungssystematik bei dem vielfach mangelnden Fruchtmaterial große Schwierigkeiten bereitet. Während in Drudes 1898 erschienenen Bearbeitung der Umbelliferen in den natürlichen Pflanzenfamilien die in Heft 90 abgehandelten Gruppen 44 Gattungen umfassen, werden in Wolffs Bearbeitung derselben Gruppen 57 Gattungen unterschieden. Im Mittelpunkt der behandelten Gruppen steht die nur in der alten Welt, namentlich auch in den Gebirgen Afrikas vertretene Gattung *Pimpinella*, von der jetzt allein 150 Arten beschrieben werden, nachdem vom Verfasser auf Grund des anatomischen Baues der Früchte einige Arten ausgeschieden und zu neuen Gattungen erhoben wurden. Außer *Pimpinella* sind in dem Heft noch folgende Gattungen besonders hervorzuheben, da sie in der gemäßigten und subtropischen Zone der alten Welt eine erhebliche Rolle in der Zusammensetzung der Staudenvegetation spielen: *Apium, Petroselinum, Cicuta, Carum, Aegopo-*

Digitized by Google

dium, Bunium, Sium, Berula. Die Durchforschung eines umfangreichen, in den letzten Jahrzehnten in Zentral- und Ostasien, namentlich in China, gesammelten Materials lehrte eine überraschende Fülle bemerkenswerter Arten kennen, so daß über Begrenzung und Umfang der in diesen Gebieten vertretenen Gattungen die wertvollsten Aufschlüsse gewonnen wurden.

Zunächst sollen dann folgende Monographien in Druck gegeben werden: F. Niedenzu, *Malpighiaceae*; R. Knuth, *Oxalidaceae.* In beiden Fällen handelt es sich um sehr umfangreiche Arbeiten, die schon seit längerer Zeit des Druckes harrten, aber wegen der gegenwärtig sehr hohen Druckkosten noch nicht veröffentlicht werden konnten.

Dem Abschlusse nahe ist auch die Arbeit: A. Brand, *Borraginaceae-Eritrichieae.*

Da die Druckkosten zur Zeit immer noch sehr hoch sind, ist es leider unmöglich, das Unternehmen so zu fördern, wie es im Interesse der zahlreichen, schon lange vorbereiteten und teilweise nahezu druckfertigen Arbeiten liegt, die bereits im vorjährigen Bericht genannt wurden.

Geschichte des Fixsternhimmels.

Bericht des Hrn. Guthnick.

Als wissenschaftlicher Hilfsarbeiter wurde Dr. Johannes Haas angestellt. Hierdurch, sowie durch die Vermehrung des Stabes der Rechenhilfskräfte, war es möglich, die Vorarbeiten für den weiteren Druck bis zur Rektaszension $7^h\ 6^m$ zu erledigen. Der mit der Druckerei vereinbarten schnelleren Drucklegung, die mit Anfang 1927 einsetzen soll, steht nunmehr von seiten des Büros nichts mehr im Wege. Es ist beabsichtigt, von jetzt ab jährlich mindestens zwei, wenn möglich drei Rektaszensionsstunden herauszubringen. Die Reduktion der Polsterne wird im Laufe des Jahres 1927 vollendet sein. Die dann frei werdenden Mittel sollen dazu verwendet werden, die Herstellung des Druckmanuskriptes so zu beschleunigen, daß es dem Druck um mindestens 1 bis 2 Rektaszensionsstunden vorausbleibt. Im Berichtsjahre wurde das Manuskript von Frau Prof. Ristenpart bis $6^h\ 49^m$ weitergeführt. Der Druck des 5. Bandes der G. F. H. war am Schluß des Jahres beendigt. In der Lesung der 1. und 2. Korrektur der Druckbogen wurde der wissenschaftliche Beamte von Dr. Haas wesentlich unterstützt.

Leibniz-Ausgabe.

Bericht des Hrn. Heinrich Maier.

Der erste Band des philosophischen Briefwechsels ist im Jahre 1926 erschienen, der zweite des allgemeinen Briefwechsels befindet sich im Druck, und auch mit dem Satz des im Manuskript vollendeten ersten Bandes der politischen Schriften kann demnächst begonnen werden. Für den 1. April 1927 ist uns nun auch das druckfertige Manuskript des ersten Bandes der philosophischen Schriften bestimmt zugesagt worden. An den Manuskripten zum dritten Band des allgemeinen Briefwechsels, zum zweiten des philosophischen Briefwechsels und zum zweiten der politischen Schriften wird gearbeitet.

Digitized by Google

Corpus Medicorum Graecorum.

Bericht des Hrn. Jaeger.

Im vorigen Jahresbericht konnte mitgeteilt werden, daß die Sächsische Akademie der Wissenschaften die Druckkosten für den von ihr übernommenen IV. Band des Corpus Medicorum Graecorum bereitgestellt habe. Der Text des Bandes, der die Ausgabe des Soranos enthalten soll, ist in dem abgelaufenen Jahr gesetzt und mit Beteiligung der HH. Mewaldt, Schöne und Kalbfleisch bereits korrigiert worden. Der Herausgeber, Hr. Ilberg, hofft das Manuskript der Vorrede gleichfalls noch vor Abschluß des Jahres 1926 in Druck geben zu können, die ausführlichen Indices bearbeitet unter seiner Leitung Hr. Oberstudienrat Prof. Dr. Kind in Leipzig. Der Band wird bei regelmäßigem Fortgang des Drucks in der ersten Hälfte des Jahres 1927 erscheinen können.

Hr. H. Schöne hat für Galen »de parva pila« Proben aus Mosq. gr. 467 und der Übersetzung in Monac. lat. 490, Vat. lat. 2378 und 2384 und Oxon. Coll. omnium animarum 68 geprüft.

Hr. Heiberg in Kopenhagen hat das Manuskript der Ausgabe der nach dem Tode von Hermann Diels von ihm übernommenen Schriften des Hippokrates (Vol. I 1, 1) dem Druck übergeben. Der erste Teil der Edition des Oribasius von Hrn. Prof. Raeder in Kopenhagen ist im Lauf des Jahres erschienen.

Deutsche Literaturzeitung.

Bericht des Hrn. Petersen.

Der dritte Jahrgang der neuen Folge ist mit 52 wöchentlich erscheinenden Heften, unter denen Heft 39 als Sondernummer für den Hamburger Orientalistentag mit umfassenden Forschungsberichten in verstärktem Umfange hervortrat, zum Abschluß gelangt. In der Redaktion trat keine Änderung ein; die Schriftleitung lag in den Händen von Prof. Dr. Paul Hinneberg; die Bearbeitung der Mitteilungen und Neuerscheinungen in denen von Dr. W. von Olshausen; als Sekretärinnen standen Fr. Paula Schrader und Frl. Regina Lohse zur Seite; das Gesamtregister wurde von Bibliotheksrat Dr. Vorstius bearbeitet.

Deutsche Commission.

Bericht der HH. Burdach und Petersen.

Die Deutsche Commission hat den schwersten Verlust, der sie treffen konnte, erlitten durch den Tod des Hrn. Roethe, ihres ersten Vorsitzenden. Seit ihrer Gründung und allerersten Tätigkeit im Jahre 1903, über die ein Generalbericht in den Sitzb. 1905, S. 694 ff. erschöpfend Aufschluß gibt, stand er an ihrer Spitze. Er selbst hat die Vorgeschichte der Deutschen Commission, ihre Arbeiten und Ziele im Jahre 1913 zusammenfassend dargestellt in einem Aufsatz der Neuen Jahrbücher für das klassische Altertum, Geschichte und deutsche Literatur, I. Abteilung, 31. Bd., S. 37 – 74. Er hat den Aufgabenkreis

Digitized by Google

der Deutschen Commission wesentlich mitbestimmt, ihre Organisation durchgeführt, ihre Geschäfte, insbesondere den größten Teil ihrer Korrespondenz sowie ihre finanzielle Sicherung und Verwaltung fast ohne Unterbrechung geleitet. Selbst als ihn während des Weltkrieges seine Vaterlandsliebe zu militärischem Dienst aufrief, erst seit Dezember 1914 in Berlin, dann von August 1915 bis Ende August 1916 als Hauptmann und Kommandant einer mobilen Bahnhofskommandantur an die Westfront, hat er seine Fürsorge und seine tätige Mitwirkung der Deutschen Commission nicht entzogen und ist mit ihr ständig in persönlicher Verbindung geblieben. In diesen schweren Jahren, da unsere Tätigkeit durch eine fast völlige Einstellung des Drucks der für die Veröffentlichung reifen Arbeiten, durch die Hinwegraffung unserer besten jungen Mitarbeiter und Helfer, danach durch die aus der Geldentwertung stammende finanzielle Bedrängnis bedrückt, gehemmt und zeitweise gelähmt war, hat unser Vorsitzender mit stärkster Willenskraft das Steuer geführt und durch Beharrlichkeit und Umsicht das Scheitern unserer Unternehmungen verhütet; zuletzt als dann allmählich wieder die wirtschaftliche Lage Deutschlands sich etwas weniger ungünstig gestaltete, hat er es mit seltenem Geschick verstanden, trotz den ungemein schwierigen Verhältnissen unsere Leistungen denen der Friedensjahre anzunähern.

Es ist hier nicht der Ort und wäre in diesem kurzen Jahresbericht auch nicht möglich, im einzelnen zu schildern, welches Übermaß von Arbeitskraft und Aufopferung Hr. Roethe in den Dienst der Deutschen Commission gestellt hat. Die Inventarisierung der literarischen Handschriften Deutschlands dankt seinem unermüdlichen Eingreifen, seiner dauernden persönlichen Anregung, Teilnahme und Kontrolle den besten Teil ihrer Fortschritte. Die Ausgabe der Deutschen Texte, die bereits in die vierte Banddekade eingetreten ist, muß nach Ziel, Anlage und Durchführung als sein eigenstes Werk gelten. Er hat die Auswahl der geeigneten Herausgeber getroffen, alle brieflichen und mündlichen Verhandlungen mit ihnen geführt, vom ersten bis zum letzten Bogen die Korrekturen mitgelesen und fortlaufend die Herstellung und Berichtigung der Texte durch eigene Beiträge aus der Fülle seines Wissens, seines exegetischen und kritischen Scharfsinns mit einer seltenen selbstlosen Spenderfreude bereichert. Ebenso bedeutsam ist das durchgreifende Interesse, das er der Neuorganisation des Deutschen Wörterbuchs gewidmet hat. Um dieses große nationale Werk vor dem Stranden und völligen Schiffbruch zu bewahren, hat Hr. Roethe den Mut gehabt, im Jahre 1908 nach dem Wunsche des dafür verantwortlichen deutschen Reichsamtes des Innern es unter die Leitung der Deutschen Commission zu stellen und von Grund aus zu reformieren (vgl. Sitzb. 1909, S. 145 ff.). Durch seine werbende Kraft und unablässige Fürsorge, die namentlich auch um eine straffe Darstellung bemüht war, ist es gelungen, das Deutsche Wörterbuch selbst durch die Kriegs- und Inflationsjahre hindurch fortzuführen und dem ersehnten endlichen Abschluß zu nähern. Endlich muß hier nachdrücklich gerühmt werden, mit welch lebendiger Einsicht, mit welcher Energie und welch praktischem Blick Hr. Roethe die unter Leitung der Deutschen Commission von verschiedenen Gelehrten und ihren Mitarbeitern geschaffenen

Digitized by Google

deutschen Mundartenwörterbücher in ihrer wissenschaftlichen Begründung und Durchführung, besonders aber auch in ihrer schwierigen finanziellen Ausrüstung zu fördern verstanden hat.

Die Deutsche Commission wird ihres ersten Vorsitzenden stets in dankbarer Treue gedenken und dies dadurch bewähren, daß sie, alle Kraft anspannend auf hohe Ziele, in Pflichterfüllung und Arbeitsfreude ihm entschlossen nacheifert. —

Durch Beschluß der philosophisch-historischen Klasse vom 21. Oktober 1926 wurde Hr. Lüders als Sekretar interimistisch mit der Führung der Geschäfte der Deutschen Commission beauftragt.

Die Arbeit an der **Inventarisierung deutscher Handschriften** hielt sich im ganzen auf der befriedigenden Höhe, die sie bereits im voraufgehenden Berichtsjahre erreicht hatte, sowohl hinsichtlich des Eingangs neuer Beschreibungen als besonders in deren Verzettelung.

Für das Handschriften-Archiv war es günstig, daß sich bei der Wiener Bibliothekarstagung zu Pfingsten eine große Anzahl reichsdeutscher und österreichischer Bibliothekare zusammenfand. Der von uns entsandte Leiter unseres Archivs Prof. Dr. Fritz Behrend hatte die Aufgabe, alte Verbindungen wiederherzustellen, neue anzuknüpfen. Vor etwa 200 Kollegen berichtete er über das bisher durch die Inventarisierung Geleistete und begrüßte außerdem auch die Einzelnen in persönlicher Ansprache um ihre Mitarbeit. Im Mittelpunkt seiner Bemühungen stand die Inventarisierung der großen Wiener und Münchener Schätze. Es darf erwartet werden, daß durch ein Zusammenwirken der großen Bibliotheksverwaltungen mit den dortigen Akademien unsere Arbeit entscheidende Förderung erfährt.

Die in Wien getroffenen Abmachungen können sich allerdings erst im kommenden Jahre stärker bemerkbar machen, da die neuen Mitarbeiter zunächst noch durch andere Arbeitsverpflichtungen gebunden waren. Erfreuliche Ausbeute lieferte unsere diesjährige Ernte besonders auf dem alten Kulturboden des Südostens.

Aus Debreczen (Ungarn) sandte Prof. Richard Huss die eingehende Beschreibung des cod. 12° R 605 des Reformierten Collegiums ein. Diese wertvolle, dem Anfang des 15. Jahrhunderts entstammende Sammelhandschrift stellt ein Hausbuch dar, das außer Rezepten zur Farbenbereitung, zu Lasuren u. a. in der Hauptsache Teile der Agricultura des Palladius enthält. Nach der Meinung des Entdeckers handelt es sich um keine unmittelbare Übersetzung. Welche Vorlagen benutzt worden sind, bleibt weiterer Untersuchung vorbehalten. »Die Berufungen und Verweisungen, wie Hinblicke auf Brabant, auf Ungarn, *parisoppfel* beweisen eine gewisse Selbständigkeit der Arbeit des Verfassers aus seiner Zeit heraus. — Auch die irrtümliche Anwendung des Ausdrucks *gemma* = Knospe in der Bedeutung 'Edelstein' und die Konstruktion eines Kunstgriffes der Obstzucht daraus (in

Digitized by Google

Äpfeln Edelsteine zu finden) beweist, daß der Verfasser zur wörtlichen Übersetzung gar nicht fähig war. Oder ist dies als selbständige Spielerei aufzufassen?« Die sprachliche Untersuchung führt zu dem Resultat, daß die eigentliche Mundart des Schreibers bayerisch war; daneben finden sich ripuarische Bestandteile. »Man könnte«, meint Huss, »wieder bis Nürnberg gehen, wo die meisten der Debréczener Codices herstammen. Dort ist das Zusammentreffen von ripuarisch-fränkisch und bayerisch leicht begreiflich. Ein bayerischer Geistlicher kann dort einen ripuarischen Codex ab- und in seine Mundart umgeschrieben haben. Ja es könnte sogar ein Österreicher gewesen sein, der in einem Nürnberger Kloster war. So erklärt sich auch der Blick nach Ungarn einerseits und nach Brabant anderseits (Bl. 48^{r}, 44^{r}).«

In Klagenfurt ist seit einigen Jahren für uns Prof. Menhardt tätig gewesen. Über die von ihm eingesandten Beschreibungen, auf die wir schon früher zusammenfassend hinwiesen, sei noch folgendes Wichtigere nachgetragen. Im Kapuzinerkloster findet sich eine Historienbibel (15. Jahrhundert); von 1499 rührt eine Sammelhandschrift her (jetzt im Besitz des Hrn. Hofrats Ernst Urbas), die einen alemann. Prosatraktat »Des Menschen Art« mit einer Chronik von Kempten u. a. verbindet. Das Landesarchiv bewahrt eine mhd. Bearbeitung des *Veni sancte spiritus* in einer Abschrift des 18. Jahrhunderts. Die Studienbibliothek birgt die älteste bekannt gewordene Handschrift der *Archidoxa* des Theophrastus Paracelsus; ein anderer Codex stellt das Original der Klagenfurter Reimchronik dar. Im Archiv des Geschichtsvereins für Kärnten fand M. außer den schon bekannten Bruchstücken solche, die noch nicht veröffentlicht sind, von der Crist-Herre-Chronik (150 Verse, 14. Jahrhundert). Einige medizinische und juristische Handschriften (Meißner Rechtsbuch nach Distinktionen aus dem 15. Jahrhundert, Meister Albrechts »Roßarznei«) werden Veranlassung zu weiteren Nachforschungen geben. Für die berühmte Milstätter Handschrift (*Genesis, Physiologus, Exodus, Vom rechte* usw.) erbrachte M. den interessanten Nachweis, daß sie bereits im 15. Jahrhundert in Milstatt war.

Die Beschreibung eines Gezeitenbuchs (15. Jahrhundert) im Landesarchiv zu Graz hatte Hr. Edward Schröder die Güte uns zur Verfügung zu stellen.

In den Salzburger Bibliotheken arbeitete Dr. Newald. Es glückte ihm, die bisher nur von einem Kunsthistoriker benutzte Bibliothek des Benediktinerinnenstiftes Nonnberg durchzuarbeiten. Dr. Newald berichtet darüber: »Die Nonnberger Handschriften zeigen große Ähnlichkeit mit den Beständen des Nonnenklosters St. Peter, von denen sich in der Stiftsbibliothek St. Peter noch die von mir im März eingesehenen Handschriften a II 7, a III 7, a XII 7, b I 1, b I 15, b II 11, III 12 befinden. Vgl. Dr. Maurus Schellhorn O. S. B., Die Petersfrauen. Geschichte des ehemaligen Frauenkonvents bei St. Peter in Salzburg (etwa 1130—1583), Mitteilungen der Gesellsch. f. Salzburger Landeskunde, 65. Jg. 1925, S. 146f. Der Inhalt der Handschriften ist durchaus geistlich. Vor der Mitte des 15. Jahrhunderts sind sehr wenige Handschriften entstanden, die meisten etwa ab 1451—52, was zweifellos mit der von mir (Beiträge zur Geschichte des Humanismus in Oberösterreich, Jahrbuch des Oberösterreichi-

Digitized by Google

chen Musealvereins 81. Band, Linz 1926, S. 155—223), eingehend gewürigten Klostervisitation des Kardinallegaten Nicolaus Cusanus und ihrem Einuß auf die Einführung des Humanismus in Zusammenhang gebracht werden uß. Die im Zeichen der Reform entstandenen Handschriften haben durchus einheitlichen Charakter. Mehrmals vorhanden ist die dem Dominicus Caranica fälschlich zugeschriebene Abhandlung »Vom Sterben« in deutscher bersetzung, wie 26 A 15, 26 A* 1; in engem Zusammenhang damit steht lie Abhandlung von Gerson über dasselbe Thema in 26 A 16. Ausstrahlungen ler Übersetzertätigkeit Johanns von Olmütz finden sich: 26 A 17, 26 A 19 nd 26 A* 10. Natürlich ist Heinrich Langenstein von Hessen mit der »Erenntnis der Sünden« vertreten (26 A 3). Das Auftreten des Nikolaus von Dinkelspühl (26 E 2), von Susos »Buch der ewigen Weisheit« (26 E 4), Johann von Freiburg (26 E 12), der »24 Harfen« Johannes Niders (26 E 11) nimmt nicht wunder. Weniger Aufmerksamkeit konnte den Betrachtungs- und Gebetbüchern gewidmet werden: 26 A 21, 26 A* 2, 26 A* 4, 26 A* 8, 26 A* 9, 26 A* 12, 26 A* 14, 26 A* 16, 26 A* 18, 26 A* 19, 26 A* 20, 26 A* 22, 26 A* 29, 27 C 1, 27 C 6, 27 C 8. Die beiden großen Legendenhandschriften 26 E 5 und 26 E 8 scheinen mit den Legenden der Clara Hätzlerin in St. Peter Stiftsbibliothek C XII 19a und C XII 19b in Zusammenhang zu stehen. An Legenden ist sonst nur noch eine Elisabethlegende (26 A 5) beachtenswert. Die Betrachtungen und Unterweisungen über die heilige Messe, Gebets-, Evangelien- und Epistelerklärungen, über die Passion, die zehn Gebote, einzelne Sakramente, besonders das der Eucharistie, über die Liebe zu Gott: 26 A 3, 26 A 6, 26 A 8, 26 A 9, 26 A 14, 26 A 15, 26 A 16, 26 A 20, 26 A 21, 26 A 22, 26 A* 1, 26 A* 3, 26 A* 4, 26 A* 7, 26 A* 9, 26 E 6 bedürfen der Untersuchung, ob sie original deutsch oder Übersetzungen sind. Das Leben Jesu und Mariä wird oft behandelt: 26 A 13, 26 A 18, 26 E 13. Die Benediktinerregel, Frauenregel und -erklärung u. ä. werden in den Handschriften 26 A 23, 26 A 25, 26 E 9, 27 E 18 behandelt. Die »Tagweiden der Seligkeit« erscheinen in den Handschriften 26 A 10 und 1. Größere Bedeutung messe ich dem in der Salzburger Stiftsbibliothek St. Peter wiederholt (z. B. a VI 48) und hier 26 A 7, 26 E 7 erscheinenden Traktat »Von dreierlei Wesen des Menschen« bei. Die wertvollste und interessanteste Handschrift ist aber zweifellos 26 A* 1: eine vollständige Übersetzung der Briefe des Apostels Paulus aus dem Jahre 1376, die vielleicht die erste ihrer Art ist. Soviel geht aus dem Ganzen mit Sicherheit hervor, daß die umfangreiche (61 + 7 Hdss.) Sammlung, welche den Germanisten bisher vollständig entgangen ist, ein reiches Material für die Geschichte der deutschen Prosa und Schriftsprache enthält. Dieses wird wohl eingehend durchforscht werden müssen, um den bedeutsamen Strom aufzeigen zu können, der aus dem bezeichneten oberdeutschen Gebiet in die nhd. Schriftsprache mündet.« — Auch die umfängliche Handschriftensammlung der Stiftsbibliothek St. Peter in Salzburg ergab interessante Ausbeute. Zugrunde legte Newald den in der Hauptsache vom P. Bibliothekar Pirmin Lindner (1900—1903) hergestellten handschriftlichen Katalog. Der Mystik dienen cod. b IV 20 (15. Jahrhundert, bayerisch), in dem sich auch Rulman Merswins »Buch von den drei Durch-

Digitized by Google

brüchen« findet, und b VI 15. Von der Hand der Clara Hätzlerin rühren die Codices b XII 19a und 19b mit Heiligenlegenden her. Staupitziana enthalten a II 11, b V 8; Handschrift b V 37 (15. Jahrhundert, bayerisch) verbindet Heinrich Langensteins Traktat von den »Vier letzten Dingen« mit der Legende vom Heiligen Georg. Durch eingehende Untersuchung verdient Handschrift b III 38 (vom Jahre 1471, bayerisch) erschlossen zu werden: sie birgt eine deutsche Übersetzung von Ciceros De officiis. Medizinisch-astrologischen Inhalts sind die Handschriften a VI 10, a VI 17, a VI 18, a VII 12, b IV 8, b VIII 12, b IX 11, b XI 30, b XII 21. — Die Salzburger Studienbibliothek ist reich an medizinischen und astrologischen Handschriften: zu dieser Gruppe gehören V 1 A 3, V 1 H 149, V 1 H 166, V 1 H 167, V 1 IS$_2$ 222, V 1 IS$_2$ 261. V 1 IS$_2$ 262, V 1 G 81. Von dem besonders wertvollen cod. V 1 B 36b (15. Jahrhundert), der ausschließlich der Astrologie dient, bereitet der Direktor dieser Bibliothek Dr. Ernst Ritter von Frisch eine Ausgabe vor. Aus der Blütezeit der böhmischen Miniaturmalerei stammt V 1 B 20 mit dem Psalterium des Nicolaus von Lyra. Der von Newald charakterisierten Reform dienen die von Friedrich von Langenau gemachten Vorschläge in cod. V 1 D 51 (15. Jahrhundert, bayerisch); bezeichnenderweise finden sie sich zusammen mit dem Traktat »Von dreierlei Wesen des Menschen«. Vielleicht noch dem 14. Jahrhundert gehört V 1 F 77 (österreichisch) mit »Mariä Himmelfahrt« von Konrad von Heimesfurt. Bayerische Tischgebete hält V 3 H 143 fest. Eckart und Tauler vereinigt V 3 H 148 (15. Jahrhundert, alemannisch?). Die Sammelhandschrift V 1 IS$_2$ 271 (Mitte des 15. Jahrhunderts) mit der Darstellung des Streits zwischen Friedrich dem Schönen und Ludwig dem Bayern eröffnen Theologica: das Buch Belial, St. Albans Legende, Legende von Amelius und Amicus, ein Gespräch zwischen Mönch und Ritter. Weltliche Dichtung vermittelt V 1 IS$_2$ 270 (Mitte des 14. Jahrhunderts) mit Freidanks Bescheidenheit; vorher gehen einige Bruchstücke aus Hartmanns Gregor. Verse aus Strickers Karl (9336 bis 9677) enthält V 3 F 78. Praktische Vorschriften erteilt V 1 H 159 (Martin Sibers Fechtbuch).

Auch dem Landesarchiv in Linz wandte Dr. Newald seine Arbeit zu. Ein österreichisches Landachtsbuch von 1415, Bruchstücke vom Wigalois des Wirnt von Grafenberg (= Benecke 1093—1357, Pfeiffer 32, 29—39, 13) und der Krone Heinrichs von dem Türlein (12898—13504) sind der Hauptertrag. Vielseitiger ist das ebenfalls im Landesarchiv untergebrachte Schlüsselburger Archiv. Erwünschten Zuwachs unserer Kenntnis bedeutet eine Schwabenspiegelhandschrift (Anf. des 15. Jahrhunderts). Zahlreich sind die geschichtlichen Aufzeichnungen aller Art: 54/6. 57. 102. 118. 121. 153. 190. Der Hausmedizin dient cod. 186 (Anf. des 16. Jahrhunderts), worin Maria von Layning den Vorschriften über Fischzucht, Weinbereitung, Verhalten bei Pferdekrankheiten allerlei den Menschen nützliche Rezepte anfügte. Ökonomische Verhältnisse erhellt das Wirtschaftsbuch des Jörg Zechenberger (Nr. 166; 17. Jahrhundert, österreichisch).

Mit besonderer Genugtuung begrüßen wir es, daß Studienrat Dr. Karl Eckardt begonnen hat, die wertvollen Handschriften des Germanischen Museums in Nürnberg für uns zu beschreiben. Er hat seine Aufmerksam-

Digitized by Google

keit zunächst den Handschriften des 12. und 13. Jahrhunderts zugewandt; sobald eine größere Anzahl von Beschreibungen vorliegt, wird über sie berichtet werden.

Eine astronomische Handschrift der Landesbibliothek in Cassel, geschrieben 1445 in Passau von Conrad Rösner (nicht Bösner, wie Hauber in seiner Abhandlung Planetenbilder und Sternbilder = Studien zur deutschen Kunstgeschichte, Heft 194, Straßburg 1916, las), untersuchte für uns cand. phil. Werner Marold.

Von Prof. Dr. K. Menne, Privatdozenten an der Universität Köln, wurden folgende, meist zur mystischen Gattung gehörige Handschriften des Historischen Archivs der Stadt Köln beschrieben:

G. B. 4° 32 aus dem Anfange des 16. Jahrhunderts mit theol. Traktaten, Exempeln, Predigten und ähnlichem, darunter Stücke aus Eckehart, Seuse, Tauler (von letzterem am meisten) und mehrere unbekannte. Sprache ripuarisch.

G. B. 4° 216 aus dem 15. Jahrhundert in ripuarischer Sprache mit 13 Predigten unbekannter Verfasser, meist in Übereinstimmung mit den Stücken aus der folgenden gleichfalls ripuarischen Handschrift.

G. B. 8° 95, zwischen 1450—1520 entstanden. Auf Bl. 85^{r}—85^{v} ein allegorisches Gedicht auf die Ehe.

G. B. 8° 103, ripuarisch, ebenfalls dem 15.—16. Jahrhundert zugehörig, mit 19 Predigten, ohne Autorenangabe, vielfach übereinkommend mit den in der Handschrift G. B. 4° 216.

Handschrift W. fol. 138, aus dem Ende des 15. oder Anfang des 16. Jahrhunderts, ripuarisch, wertvoll, weil ausschließlich eine Übertragung von nicht weniger als 17 Schriften des Thomas Hemerken von Kempen. Die Handschrift umfaßt 246 Blätter.

Endlich noch aus dem Pfarrarchiv St. Johann in Köln 3 pergamentene Rotuli, vorläufig signiert Nr. 31, um 1400, mit einer poetischen Übertragung der 3 letzten Bußpsalmen in mittelniederländischer Sprache. Leider fehlen die voraufgehenden 4 Psalmen. Diese Übertragung stimmt mit keiner der bisher bekannten niederländischen poetischen Psalmenbearbeitungen überein.

Unser langjähriger Mitarbeiter an der Düsseldorfer Landes- und Stadtbibliothek, Hr. Bibliotheksrat Dr. Reuter, führte uns zwei Beschreibungen zu. Cod. F 48 enthält auf 2 Pergamentstreifen (14. Jahrhundert) Überreste eines französischen (allegorischen?) Rittergedichts in niederländischer Übertragung. Cod. B 144 ist 1478 geschrieben und verbindet Seuses *Horologium aeternae sapientiae* (niederländisch) mit einem mittelfränkischen Traktat vom Worte Gottes und dem Hauptgebot der Gottes- und Nächstenliebe.

Mit der systematischen Bearbeitung der noch nicht nach unseren Grundsätzen beschriebenen deutschen Handschriften der Berliner Staatsbibliothek begann Dr. Bork. Er behandelte bisher einige Rechtshandschriften (Sachsenspiegel) und einen historischen Codex (Österreichische Chronik).

Der Katalog des gedruckten Handschriftenmaterials wurde fortgesetzt. Die Benutzung des Archivs durch deutsche und auswärtige Gelehrte war rege.

Digitized by Google

Wie in früheren Jahren wurde das medizinische Material dem Institut für die Geschichte der Medizin in Leipzig durch Abschriften zugänglich gemacht. Da eine Schar gut eingearbeiteter Hilfskräfte zur Verfügung stand, konnte die Verzettlungsarbeit wesentlich gefördert werden: gegen 9000 Nachweise wurden den Sammlungen zugefügt. An dieser Arbeit beteiligten sich Dr. Bork, stud. phil. Grewolds, stud. phil. Pyritz, stud. phil. Ramlow, stud. phil. Wieland Schmidt, stud. phil. Vogtherr. Die Ordnungsarbeiten leisteten Bibliothekssekretär Hartmann, stud. phil. Pyritz und Frl. Reinicke.

Der Stand der **Deutschen Texte** ist folgender. Es erschien Band XXIX: »Der Göttweiger Trojanerkrieg«, herausgegeben von Alfred Koppitz; einige letzte Kleinigkeiten erledigte nach dem Tode Roethes Hr. Edward Schröder. Fertiggestellt ist unter dankenswerter Mitwirkung des Hrn. Edward Schröder, der die Revision der noch ausstehenden letzten Textbogen wie der Einleitung besorgte, Band XXVI: Der Sælden Hort, alemannisches Gedicht vom Leben Jesu, Johannes des Täufers und der Magdalena, aus der Wiener und Karlsruher Handschrift herausgegeben von Heinrich Adrian. Begonnen hat der Satz von Band XXXII: »Das Märtererbuch«, aus der Klosterneuburger Handschrift, herausgegeben von Erich Gierach. Gesetzt sind 7 Bogen. Begonnen wird endlich mit Band XXXIII: Johannes Hartliebs Übersetzung des Cäsarius von Heisterbach, aus der Handschrift des British Museum herausgegeben von Prof. D. Dr. Karl Drescher (Breslau).

Über die **Wieland-Ausgabe** berichtet Hr. Seuffert: Der von Prof. Dr. Wilhelm Kurrelmeyer in Baltimore bearbeitete Text des Bandes 14, d. i. des ersten Teiles der Prosaischen Schriften, ist im Reindruck fertig. Von den Druckbeschreibungen und Lesarten, den ersten historischen der Ausgabe, und von den Erläuterungen sind drei Bogen gesetzt. Die Erläuterungen sind wegen der zahlreichen Bezüge auf schwer erreichbare Bücher besonders mühsam. Der Text zum zweiten Teil der prosaischen Schriften und die Lesarten sind vorbereitet und können im Jahre 1927 gedruckt werden. So ist endlich das Stocken des Unternehmens überwunden.

Über die **Jean-Paul-Ausgabe** haben wir zu berichten: Die Vorbereitungen zu der durch die Preußische Akademie der Wissenschaften in Verbindung mit der Akademie zur wissenschaftlichen Erforschung und Pflege des Deutschtums (Deutsche Akademie) und der Jean-Paul-Gesellschaft herauszugebenden historisch-kritischen Gesamtausgabe von Jean Pauls Werken sind so weit gediehen, daß die beiden ersten Bände im Laufe des Jahres 1927 im Verlag von Herm. Böhlau Nachf. in Weimar erscheinen sollen. Die erste Abteilung (18 Bände) wird die zu Jean Pauls Lebzeiten erschienenen Werke umfassen; die Lesarten werden in eigenen Bänden zusammengefaßt werden. Die zweite Abteilung (12 Bände) wird aus Jean

Digitized by Google

Pauls Nachlaß das aufnehmen, was als schöpferisches Eigentum des Dichters anzusehen ist, also hauptsächlich die ausgearbeiteten Schriften, die Ideensammlungen und die biographischen Aufzeichnungen. Die erklärenden Anmerkungen sollen, soweit möglich, in Form eines abschließenden Jean-Paul-Wörterbuchs gegeben werden, mit dem ein Namen- und Sachregister und ein Verzeichnis der Spracheigenheiten in einem Schlußband verbunden wird. Die Herausgabe ist in die Hände von Dr. Eduard Berend gelegt, dessen »Prolegomena zur historisch-kritischen Jean-Paul-Ausgabe« in den »Abhandlungen« des Jahres 1927 erscheinen werden.

Über das **Rheinische Wörterbuch** berichtet Hr. Prof. Dr. Josef Müller:

Auch im Berichtsjahre 1926 suchten wir den Verkehr mit unsern Mitarbeitern noch umfassender zu gestalten, vor allem, um die Grundlage zur Wortgeographie zu verbreitern.

Da die Heimatgenossen, auch die altbewährten Mitarbeiter, in der Regel der Meinung sind, daß das erscheinende Wörterbuch schon alle Wörter gesammelt habe, und es infolgedessen erforderlich ist, von unserer Geschäftsstelle aus ständig an Einzelne Fragen ergehen zu lassen, da ferner während der Bearbeitung sich ebenfalls immer wieder Nachfragen als nötig erweisen, so ist für beide Aufgaben einer unserer Gehilfen Hr. Schneider fast täglich hauptsächlich zur Bewältigung der Postsachen tätig. So wurden auch die Fragebogen 43, 44 (Pflug und Wagen) und 45, je 600 Stück an Einzelne, besonders Lehrer, versandt, und es kamen durchschnittlich 350 dieser Bogen beantwortet an uns zurück.

Aber auch hervorragende Einzelleistungen für das Wörterbuch, die ohne unsere Mahnung erfolgten, sind noch immer zu verzeichnen, die um so wertvoller sind, als sie in der Bedeutungsangabe Zuverlässigeres bieten als die Antworten auf unsere Fragebogen. Mit besonderem Dank sind die Sammlungen folgender Mitarbeiter (L. = Lehrer, H. L. = Hauptlehrer, R. = Rektor) zu erwähnen:

Hr. Barwasser für Grevenbroich, Hr. H. L. Bender für Polch, Hr. Ger.-Ass. Bongardt für Remagen, Hr. L. Busch für N. Losheim, Hr. L. Gg. Eichler für Raversbeuren, Hr. Primaner Fell für Winringen, Hr. L. Frenken für Breberen, Frl. Marg. Gerrits für Schravelen, Hr. Pfarrer Glaser für Monzingen, Hr. R. Ferdinand Goebel für Emmerich, Hr. R. Joseph Goebel für Sinzig, Hr. Primaner Heidrich für Dickendorf, Hr. H. L. Hoberg für Hesselbach, Hr. Primaner Höfner für Horhausen, Hr. L. Illien für Cruchten, Hr. L. Kiefer für Strotzbüsch, Hr. Stud.-Ass. Dr. Klaar für Birkenfeld, Hr. Steuerinsp. Kuhn für Hahnenbach (Kr. Kreuznach), Frl. Lehrerin Kürvers für Boisheim, Hr. L. Metz für Dollendorf, Hr. L. Monzel für Monzel, Hr. Dr. Müller für Dörrenbach, Hr. stud. theol. Rud. Müller für Marienheide, Hr. Stud.-Ass. Müller für Müllenbach, Hr. R. Niermann für Grevenbroich, Hr. R. Olk für Wittlich, Hr. R. Schmitz für Neumagen, Hr. L. Schroeder für Trier, Hr. L. Sieben für Kempen, Hr. H. L. Sprengart für Mölln, Hr. R. Steffens für Würm, Hr. H. L.

Digitized by Google

Stevens für Kleinbouslar, Hr. Stud.-Ass. Dr. Tholen für Geilenkirchen, Hr. E. Winkler für Langenlonsheim, Hr. H. L. Zang für Greimerath (Kr. Saarburg).

Unter den treuen Mitarbeitern ragen vor allem durch ihre umfassenden Sammlungen hervor:

Hr. Prof. Bruns, der uns ein vollständiges Wörterbuch der Mundart von Honnef a. Rh. übergab; Hr. Prof. Christa, dessen Wörterbuch der Mundart der Stadt Trier demnächst im Druck erscheint; Hr. Oberschullehrer Zillgen in Bitburg, der uns sein in früheren Jahren zusammengestelltes Wörterbuch seiner Heimatmundart von Berus (Kr. Saarlouis) überließ; Hr. Prof. Ufer, der vor allem seine eigene Mundart von Berghausen (Kr. Gummersbach) weiterhin bis zum Buchstaben H gründlich bearbeitete und für das ausgesprochene Reliktgebiet Homberg Mitarbeiter warb, von denen Hr. Rektor Ruland 500 Redensarten aus der Mundart von Nümbrecht beisteuerte; Hr. Lokomotivführer a. D. Lutz aus Emmerich, unser bewährtester, jetzt achtzig Jahre alter Mitarbeiter, dem wir die erschöpfende Darstellung seiner Heimatmundart verdanken, ist auch im Berichtsjahre weiterhin unermüdlich tätig gewesen; Hr. E. Protsch, der in sorgfältigster, erschöpfender Weise die Mundart von Laubach (Kr. Simmern) behandelt, schritt bis zum Buchstaben K fort; Hr. stud. phil. J. Zender, der unermüdlich im Verein mit unserem Hilfsarbeiter Hrn. Chr. Keilen die Bitburger Mundart ausschöpfte; Hr. Keilen leistete auch wie in den vorhergegangenen Jahren durch sorgfältiges Korrekturlesen dem Wörterbuche wesentliche Dienste; Hr. Konrektor Sievert in Rees kontrollierte die Fahnen hinsichtlich der Mundart von Rees.

Hr. Dr. Noll unterstützte die Arbeit am Wörterbuche durch wortgeographische Nachweise und dadurch, daß er einen Teil unserer Wortkarten ergänzte und in ein übersichtliches Format brachte.

Da aus den im Laufe der Jahre sich anhäufenden nachträglich eingegangenen Fragebogen 1—43 noch annähernd 1000 Stück zu verzetteln sind, so ist unsere Hilfsarbeiterin Frau Astemer, die uns seit Beginn des Wörterbuches ihre bewährte Kraft leiht, mit dieser Aufgabe beschäftigt; außerdem hat es sich als notwendig erwiesen, die 3200 Stück Fragebogen Nr. 38, die Grundlage unserer Wortkarten, zu verzetteln, da sich nicht alle Fragen für eine Wortkarte eignen und nicht sämtliche Unterschiede der Lautgestaltung und Wortbildung auf einer Karte dargestellt werden können.

Das Weitererscheinen der Lieferungen des Wörterbuches hat sich im Berichtsjahre dadurch verzögert, daß der bisherige Verlag in Schwierigkeiten geriet; der neue Verlag, der literarische Verlag Fritz Klopp, Bonn, wird sich bemühen, von nun an alle zwei Monate je eine Lieferung herauszubringen. Erschienen sind im Jahre 1926 Lieferung 9—11 (Britzel—Ditz). Die 12. Lieferung ist im Drucke. Der Buchstabe D, der den ersten Band abschließen soll, wird noch 3—4 weitere Lieferungen nötig machen; jedesfalls wird der erste Band Mitte 1927 fertig vorliegen.

Das Manuskript des zweiten Bandes ist bis »hell« fortgeschritten; es wird 1927 mit der Erledigung des Buchstabens H abgeschlossen werden.

Der Druck des zweiten Bandes wird noch im Jahre 1927, sofort nach Abschluß des ersten Bandes beginnen.

Digitized by Google

Über das **Hessen-Nassauische Wörterbuch** schreibt Hr. Wrede in Marburg:

Roethes Tod ist auch für uns ein schwer zu verwindender Schlag gewesen. Denn der Gedanke eines Hessen-Nassauischen Wörterbuchs ist von ihm ausgegangen, nicht hier von Marburg aus. Ja ich habe anfangs gezögert, ob ich seiner Anregung folgen sollte. Das war im Jahre 1911. Seitdem hat der vielbeschäftigte Mann dem neuen Unternehmen seinen Rat und seine Hilfe stets ungemindert bewiesen. Er hat die Verhandlungen mit den Provinzialverwaltungen in die Wege geleitet, hat in der schweren Kriegs- und Nachkriegszeit immer wieder finanzielle Mittel zu beschaffen gewußt, hat auch, ohne selbst zur engeren Kommission unseres Wörterbuchs zu gehören, wiederholt hier in Marburg Material und Arbeitsweise geprüft und uns immer wieder mit seinem glänzenden Organisationstalent zu helfen verstanden. Mit der Geschichte unseres Unternehmens wird Roethes Name unauslöschlich verbunden bleiben.

Die Werbearbeit wurde im Berichtsjahr fortgesetzt durch Vorträge und durch populäre Artikel in der Provinzpresse und den verschiedenen Heimatblättern. Das jetzt erschienene Niederhessische Wörterbuch von Fritz Hofmann (Deutsche Dialektgeographie 19, Marburg 1926) regt überall zum Vergleichen und Ergänzen an. Private freie Eingänge von größerem Umfang verdanken wir diesmal besonders Frau Hauptlehrer Arndt in Eitelborn, den HH. Landwirt Jäger in Ober-Ohmen, Mittelschullehrer Kappus in Wiesbaden, Geistlichem Rat Kramer in Fulda, Lehrer Schäfer in Zimmersrode, Studienreferendar Schudt in Gießen, Schulrat Schwalm in Ziegenhain, Studienrat Dr. Witzel in Frankfurt. Hr. Kappus förderte uns auch durch eigene Werbetätigkeit und Gewinnung neuer Helfer. Die Beantwortung des 29. Fragebogens und zahlreicher Fragekarten verpflichtet wieder zu Dank gegenüber vielen alten und neuen Helfern, die hier nicht alle aufgezählt werden können. Besonders in Anspruch genommen wurden dabei meine unermüdlichen Schüler, die HH. Studienassessoren Dr. Hofmann in Hofgeismar (jetzt in Marburg), Dr. Kroh in Dillenburg (jetzt Studienrat in Burgsteinfurt), Dr. Münch in Wiesbaden, Dr. Schwing in Weilburg, Dr. Siemon in Melsungen, Dr. Soost in Ihringshausen, Dr. Wagner in Wiesbaden, cand. Weiershausen in Laasphe, stud. Wenzel in Marburg, Studienrat Dr. Witzel in Frankfurt. In Waldeck wußte Bibliotheksrat Dr. Martin viele Helfer zu wecken, so daß das kleine Land, namentlich dank dem Interesse seiner Lehrer, den Vorsprung der übrigen Wörterbuchbezirke etwas wettgemacht hat.

Die Einordnung und Verarbeitung dieser reichen Eingänge dauerte das ganze Jahr hindurch. Ebenso wurde mit der Exzerpierung der wissenschaftlichen Literatur und der mundartlichen Dichtung fortgefahren. Die Gesamtzahl der revidierten und eingeordneten Zettel hat jetzt das zweite Hunderttausend überschritten. Die Ausarbeitung des zunächst geplanten Idiotikons machte gute Fortschritte, so daß der Druck der ersten Lieferung, durch Krankheit des Berichterstatters verzögert, jetzt beginnen kann; sie soll den zweiten Band eröffnen und mit dem Buchstaben L einsetzen. Diese Ausarbeitung liegt ganz in den Händen von Frl. Privatdozentin Dr. Berthold,

Digitized by Google

über deren Arbeit die Kritik im kommenden Jahr nach Erscheinen der ersten Lieferung zu urteilen haben wird.

Außer Frl. Dr. Berthold gehörten zum Büro des Wörterbuchs während des ganzen Jahres Frl. Dr. Bretschneider, die besonders durch feine wortgeographische Skizzen sich verdient gemacht hat, außerdem vorübergehend Frl. Dr. Gauhe und die HH. stud. Kröhl, Bibliotheksrat Dr. Martin, cand. Schirmer, Dr. Schreyer, stud. Warnecke. Ihnen allen gebührt anerkennender Dank für ihr dem großen Werke gleichmäßig bewiesenes Interesse.

Prof. Ziesemer in Königsberg i. Pr. meldet über den Stand des **Preußischen Wörterbuchs** das Folgende:

Die Arbeiten am Preußischen Wörterbuch sind auch im Berichtsjahr 1926 erfreulich vorwärtsgegangen und von vielen Seiten in dankenswerter Weise unterstützt worden. Um unsern Helfern eine ungefähre Vorstellung zu geben, wie das künftige Wörterbuch wohl aussehen soll, wurde ein Auszug aus dem Buchstaben M, mau bis mauz umfassend, besonders gedruckt und an die Mitarbeiter versandt. Er enthält außer den Belegen aus den lebenden Mundarten solche aus der gedruckten Literatur, und zwar von der Ordenszeit an. Die Stichwörter Maul, Maulwurf, Maus bieten dabei Gelegenheit, Redensarten und Volksglauben aller Art anzubringen. Um die verschiedenen Formen für Maulwurf (Moltworm, Mondwurm usw.) in ihrer geographischen Verbreitung zu kennzeichnen, wurde für dieses Wort eine kleine Kartenskizze beigegeben.

Die Aufnahmen aus den lebenden Mundarten und der gedruckten Literatur brachten uns wertvolles neues Material. Es wurden die Fragebogen 19 bis 21 an die Mitarbeiter ausgesandt, und wir erhielten bisher 1000 Bogen beantwortet zurück. Wir sind besonders den HH. Kreisschulräten Schiwek in Lötzen und Tietz in Stuhm sowie den Lehrern ihrer Kreise für ihre tätige Hilfe dankbar. Auch der Presse sind wir, da sie wiederholt auf unsere Arbeiten hingewiesen und zur Mithilfe aufgefordert hat, zu Dank verpflichtet. Die HH. Lehrer Bachor-Waschulken und Reich-Eszerninken stellten uns ihre handschriftlichen Sammlungen sprach- und volkskundlicher Materialien freundlichst zur Verfügung. Volkskundliche Beiträge verdanken wir ferner in reichem Maße Frau Grudde-Beisleiden. Hrn. Pfarrer Lappoehn-Klein Gnie, Frau v. Olfers-Königsberg, Hrn. Lehrer Podehl-Pr. Eylau, Hrn. Schmiedemeister Zint-Schillgehnen. Gedruckte Literatur wurde verarbeitet durch Hrn. Adam-Königsberg, Frl. Balzer-Stallupönen. Hrn. Dr. Bretzke-Riesenburg, Hrn. Dr. Franz-Königsberg, Hrn. Dr. Grübner-Rastenburg, Hrn. Lemke-Norwischeiten, Hrn. Studienrat Schmadtke-Königsberg, Hrn. Dr. Steinger-Königsberg, Frl. Wendik-Stallupönen. Ferner verdanken wir wertvolle Zettel und Hinweise vornehmlich den HH. Archivräten Dr. Hein und Dr. Gollub-Königsberg und Studienrat Dr. Mitzka-Königsberg; aus dem Gebiet des Freistaats Danzig vor allem Hrn. Oberstudienrat Dr. Schmidt, Hrn. Senator Dr. Strunk und Frau Wüst.

Mit der Verarbeitung der Fragebogen und dem Einordnen der Zettel in den Apparat sind im Laufe des Jahres folgende Herren und Damen beschäftigt

Digitized by Google

gewesen: Hr. Adam, Frl. Dr. Berg, Hr. Dr. Fieberg, Hr. Kluke, Frl. Liedtke, Hr. Referendar Luckat, Frl. Dr. E. Peper, Frl. I. Peper, Frl. Dr. Powilleit, Frl. Dr. Schledz, Frau Ziesemer. Als ständige Hilfsarbeiterin ist nach wie vor Frl. Kräft tätig.

18000 neue Zettel sind für unsere Sammlungen hinzugekommen. Die Zahl der alphabetisch eingeordneten Zettel hat eine halbe Million überschritten.

Über das **Deutsche Wörterbuch** und die Tätigkeit der **Central-Sammelstelle** in Göttingen berichtet Hr. Schröder auf Grund der Mitteilungen des neuen Leiters der Stelle cand. phil. Alfred Hübner.

Seit dem letzten Bericht sind erschienen:

10. Lieferung der III. Abth. des XI. Bds. *Untadel—unterhalten* von Prof. Euling,

3. Lieferung der II. Abth. des XII. Bds. *Viertel—Volksgefühl* von Prof. R. Meissner.

Abgeschlossen, aber noch nicht ausgegeben ist:

4. Lieferung der III. Abth. des X. Bds. *Stoszbäre—Strafe* von Dr. Crome.

Dem Abschluß nahe ist:

4. Lieferung des XVI. Bds. *Zukunft* ff. von Prof. Rosenhagen.

Im Satz stehen außerdem:

11. Lieferung der III. Abth. des XI. Bds. *unterhalten* (Forts.) ff. von Prof. Euling,

3. Lieferung des XV. Bds. *Zätte* ff. von Prof. Teuchert.

An Belegen wurden geliefert:

etwa	7000	Zettel	an Prof.	Rosenhagen,
»	8100	»	»	» Teuchert
etwa	15100	Zettel	insgesamt.	

Wie bisher wurden die Mitarbeiter bei der Bearbeitung des Zettelmaterials, der Durchsicht von Manuscripten sowie der Satzcorrectur von der C. S. St. unterstützt durch Feststellung von Quellen, Prüfung und Ergänzung zweifelhafter und ungenauer Citate. Hrn. Prof. Dr. Behrend von der Deutschen Commission haben wir für gelegentliche Hilfe zu danken. Verschiedentlich konnten wir wissenschaftliche Auskunft erteilen.

Zuwachs erfuhren die Sammlungen nur durch Gelegenheitsexcerpte, insbesondere wieder durch die von Prof. W. Schaller (Concordia, Missouri U. S. A.).

Sämtliche Aufgaben der C. S. St. übernahm von dem bisherigen Leiter, Studienassessor P. Diepers, am 1. April d. J. cand. phil. A. Hübner, der von seinem Vorgänger seit dem 15. Januar in Arbeit und Pflichten eingeführt war.

Digitized by Google

Hrn. Diepers, der diese Aufgaben durch $4^1/_2$ Jahre mit vorbildlicher Hingabe und Sachkunde geleistet hat, jetzt aber von der vorgesetzten Schulbehörde als Studienassessor (nach Leer) angefordert wurde, hat die Akademie ihren Dank und ihre Anerkennung ausgesprochen.

Von dem durch Prof. Leitzmann (Jena) für die Akademie herausgegebenen **Briefwechsel der Brüder Jacob und Wilhelm Grimm mit Karl Lachmann** sind bisher 6 Lieferungen (54 Bogen) erschienen (Verlag der Frommannschen Buchhandlung, Inh. Walther Biedermann, Jena). Das Werk wird voraussichtlich im Februar oder März mit der noch ausstehenden Schlußlieferung nebst Register von Leitzmann, Einleitung von Burdach und Vorbemerkung von Leitzmann zum Abschluß gelangen.

Forschungen zur neuhochdeutschen Sprach- und Bildungsgeschichte.

Bericht des Hrn. Burdach.

Im Berichtsjahre konnten zwei Teile des Werks *Vom Mittelalter zur Reformation*, die sich seit vielen Jahren im Druck befanden und deren Vollendung durch die mannigfachen Nöte der Zeit aufgehalten worden war, endlich an das Licht treten: 1) Band III, 2 (*Der Dichter des Ackermann aus Böhmen und seine Zeit* von Konrad Burdach, 1. Hälfte. Voran geht eine umfassende Einführung in das Gesamtwerk), IX, LXVIII und 262 S.; 2) Band V (*Schlesisch-böhmische Briefmuster aus der Wende des 14. Jahrhunderts* unter Mitwirkung Gustav Bebermeyers herausgegeben, erläutert und mit einleitenden Untersuchungen begleitet von Konrad Burdach. Mit Beiträgen von Max Voigt †, XXXII 363 und 147 S. Das Erscheinen dieses letztgenannten Bandes weckt aufs neue die Trauer um den daran beteiligten hochbegabten hoffnungsvollen Mitarbeiter Max Voigt, der den Abschluß des Werks, dem er mit vorbildlicher Treue gedient hatte, nicht mehr erleben sollte. Worte des Gedenkens hat ihm der Berichterstatter außer in diesen Sitzungsberichten 1922 S. LXIIIf. jetzt am angeführten Orte im Vorwort S. Vff. XVI gewidmet.

Wie im vorigen Berichtsjahr ist auch in diesem durch das mit lebhaftem Dank zu begrüßende Entgegenkommen der städtischen Charlottenburger Schulverwaltung, des Provinzialschulkollegiums und des vorgeordneten Ministeriums dem Studienrat Dr. Paul Piur Urlaub von seinem Schulamt erteilt worden zur Fortführung des im Verein mit dem Berichterstatter bearbeiteten 2. Teils der kritischen Edition des Rienzo-Briefwechsels. Von seinem Inhalt ist die Nachlese von Briefen und Urkunden wie die eingehende kritische Darstellung der Überlieferungsgeschichte der aufgenommenen Briefe und Urkunden nebst der Beschreibung aller benutzten Handschriften bereits im Manuskript abgeschlossen, der darauffolgende umfassende Kommentar zu den 80 Briefen gegenwärtig im Manuskript bis zum 58. Brief, also etwa zu drei Vierteln fertiggestellt. Der Druck soll im Sommer beginnen.

Digitized by Google

Im Manuskript liegt druckfertig vor Band IV *Aus Petrarcas ältestem deutschen Schülerkreise*. Bei der Schlußredaktion dieses gleichfalls seit vielen Jahren vorbereiteten Bandes hat den Berichterstatter Dr. Richard Kienast unterstützt. Der Druck auch dieses Bandes wird demnächst aufgenommen. Ferner ist das Erscheinen des Bandes III, 2 (*Der Dichter des Ackermann und seine Zeit*, 2. Hälfte), dessen größter Teil seit Jahren im Satz steht, für das Frühjahr zu erwarten.

Orientalische Kommission.

Bericht des Hrn. Eduard Meyer.

Auf dem keilschriftlichen Gebiet hat Hr. Dr. Walther die Herausgabe der hetitischen Wahrsagetexte weiter fortgeführt; Heft XVI der Keilschrifturkunden aus Boghazkiöi ist erschienen, Heft XVIII fertiggestellt. Außerdem wurden die Arbeiten für das von Hrn. Dr. Ehelolf geleitete »Wörterbuch der Boghazkiöi-Sprachen« durch Bewilligung einer Unterstützung für die Herstellung der dafür erforderlichen Textzettel unterstützt.

Auf dem ägyptologischen Gebiet wurde Hrn. Dr. Ibscher eine Unterstützung für eine Reise nach Turin zu einer Untersuchung des Turiner Königspapyrus gewährt, bei der ihn Hr. Direktor Ernesto Schiaparelli in der dankenswertesten Weise unterstützt hat.

Auf dem Gebiet der zentralasiatischen Funde wurde nach Überführung der Turfan-Handschriften aus dem Staatlichen Museum für Völkerkunde in die Räume der Orientalischen Kommission der Akademie eine Revision und Neuordnung nötig. Am 13. September begann Fräulein v. Gabain, durch Werkvertrag verpflichtet, die Arbeit an den uigurischen und chinesischen Handschriften. Dieser Teil der Sammlung umfaßt allein 25 Kisten. Die Manuskripte wurden sämtlich ausgepackt und die Platten gereinigt. Dann wurde zunächst der manichäische Bestand, von dem etwa die Hälfte publiziert ist, geordnet und katalogisiert. Weiter wurden die 475 Blattreste der uigurischen buddhistischen Handschrift der Maitrisimit in Ordnung aufgestellt und gleichfalls durch Zettelkatalog aufgenommen.

An technischen Arbeiten ist zu erwähnen, daß eine Reihe von Manuskripten neu verglast wurde.

Frau Dr. Else Lüders hat im verflossenen Jahr sich weiter der Ordnung und Katalogisierung der Turfan-Handschriften gewidmet. Im ganzen sind 165 neue Nummern von ihr aufgenommen und abgeschrieben worden. Besonders bemerkenswert sind Bruchstücke von acht Handschriften auf Leder, darunter zwei vollständige Blätter einer medizinischen Handschrift in Kuṣana-Charakteren, ferner umfangreiche Reste einer Sammelhandschrift, die Mātṛceṭas Hymnen, Ārya-S'ūras Jātakamālā und Kumāralātas Kalpanāmaṇḍitikā enthielt, und eine Sammelhandschrift in alten Holzdeckeln, die zahlreiche unverstümmelte Blätter von Schenkungsformularen mit historischen Angaben und Dhāraṇīs enthält. Außerdem hat sie die beiden Schrifttafeln der zweitältesten Sanskrit-Handschrift, die die Kalpanāmaṇḍitikā auf Palmblättern enthält, für die Publikation angefertigt.

Digitized by Google

Die Arbeit an den tocharischen Sprachresten, über die Hr. Dr. Sieg-ling berichtet, betraf vornehmlich Einzeluntersuchungen an Resten des Wort- und Formenschatzes, um auch diese einordnen und die Grammatik nach Möglichkeit vervollständigen zu können. Im Anschluß an den fertiggestellten Abschnitt über die Indeklinabilien wurde eine Anzahl von Adjektiven und adjektivischen Bildungen behandelt, die teils unvollkommene Flexion, teils völlige Flexionslosigkeit aufweisen.

Aus dem Material an Handschriften des »B-Dialektes« wurde eine Gruppe mit dem Pinsel geschriebener, schwer lesbarer Bruchstücke entziffert und kopiert und dadurch näherer Untersuchung zugänglich gemacht, die noch nicht zu Ende geführt ist. Es handelt sich um profane Schriftstücke, anscheinend um die Buchführungen von Klöstern und Verträge über Lieferungen an solche.

Über die Arbeit an den iranischen Handschriften berichtet Hr. Dr. Lentz:

Die Erforschung der manichäischen Literaturreste trat im vorigen Jahre in ein neues Stadium durch die Inangriffnahme der großen Londoner chinesischen Hymnenrolle in gemeinsamer Arbeit mit Hrn. Dr. Waldschmidt. Nachdem in der Januarnummer des JRAS 1926, S. 116—122 eine kurze Inhaltsangabe und zwei Proben dieses Textes gegeben worden waren, wurden zunächst die Jesushymnen der Rolle bearbeitet. Es gelang, aus unserer Sammlung teils wörtlich übereinstimmende, teils inhaltlich zugehörige Texte dazuzufinden. Dabei wurden auch iranische Originale und Titel des chinesischen Traktats von Chavannes und Pelliot festgestellt. Das Ergebnis der gemeinsamen Untersuchungen und die Veröffentlichung der Texte finden sich unter dem Titel »Die Stellung Jesu im Manichäismus« in den diesjährigen Abhandlungen unserer Akademie, phil.-hist. Kl. Nr. 4. Im Anschluß an weitere Hymnen der Rolle wurden endlich die iranischen Handschriften teilweise von neuem durchgearbeitet, Abschriften hergestellt und die Veröffentlichung weiterer Texte vorbereitet.

Spanische Kommission.

Bericht des Hrn. Kehr.

Die spanische Kommission hat den allgemeinen Zweck, die Verbindung mit den spanischen wissenschaftlichen Instituten zu pflegen, und die besondere Aufgabe, wissenschaftliche Unternehmungen auf dem Gebiete der Geisteswissenschaften, vornehmlich der Hispanik, der politischen und Kirchengeschichte, der Rechts- und Kunstgeschichte und der Altertumswissenschaft in Spanien anzuregen und gegebenenfalls zu leiten. Die Akademie hat in ihrer Sitzung vom 6. Mai 1926 die HH. Brackmann, Heymann, Goldschmidt, Kehr, Marcks, Ed. Meyer und Meyer-Lübke in Bonn zu Mitgliedern der Kommission gewählt. Diese hat sich unter dem Vorsitz des Hrn. Kehr konstituiert und bereits dem vorgesetzten Ministerium Vorschläge über die zunächst ins Auge zu fassenden Aufgaben eingereicht.

Digitized by Google

Dilthey-Ausgabe.

Bericht des Hrn. Heinrich Maier.

Von den gesammelten Schriften Wilhelm Diltheys haben seine Erben auf Grund des von der Akademie verwalteten handschriftlichen Nachlasses nunmehr sieben Bände veröffentlicht, und zwar im Jahre 1926 den dritten (Studien zur Geschichte des deutschen Geistes, bearbeitet von Paul Ritter) und den siebenten (Der Aufbau der geschichtlichen Welt in den Geisteswissenschaften, bearbeitet von Bernhard Groethuysen). Ein achter Band (Philosophie der Philosophie) befindet sich in der Vorbereitung.

Kronecker-Kommission.

Bericht des Hrn. Bieberbach.

Die Vorbereitungen am Manuskript der Kroneckerwerke sind nun so weit gediehen, daß in allernächster Zeit mit der Drucklegung eines 4. Bandes begonnen werden kann.

Oskar-Mann-Nachlaß-Kommission.

Bericht des Hrn. Sachau.

Von dem Kurdisch-Persischen Nachlasse des 1917 verstorbenen Prof. Dr. O. Mann ist der I. Band der III. Abteilung (Nordwest-Iranisch), bearbeitet von Dr. Karl Hadank, im Jahre 1926 gedruckt und veröffentlicht worden. Er umfaßt die Mundarten von Khunsâr, Mahallât, Nâyin, Natänz, Sämnân, Sivänd und Sô-Kohrûd.

Vocabularium Jurisprudentiae Romanae.

Bericht des Hrn. Heymann.

Die Arbeiten am Vocabularium schritten fort. Die HH. Geheimrat Kübler, Geheimrat Grupe und Hr. Paul Abraham arbeiteten eifrig fort, letzterer besonders an dem sehr umfangreichen Artikel »in«. Die Drucklegung konnte noch nicht beginnen, doch wird dies in diesem Jahr noch geschehen können. Die notwendige Genauigkeit der Arbeit macht sie sehr langwierig und stellt an die Geduld große Ansprüche. Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft sind wir für die tatkräftige Unterstützung des Unternehmens ganz besonders dankbar.

Savigny-Stiftung.

Bericht des Hrn. Stutz.

Der zweite Halbband der Ausgabe der angeblich von Raymund von Wiener-Neustadt verfaßten Summa legum brevis levis utilis durch Hrn. Prof. Alexander Gál in Wien konnte im Herbst ausgegeben werden.

Für die Neubearbeitung von G. Homeyers deutschen Rechtsbüchern des Mittelalters haben die HH. Prof. Conrad Borchling in Hamburg und Julius

Digitized by Google

v. Gierke in Göttingen das Manuskript der zweiten Abteilung, des Verzeichnisses der Handschriften, abgeschlossen und zum Drucke bereitgestellt. Mit ihm wird, nachdem die Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft in dankenswerter Weise die erforderlichen Mittel bewilligt hat, alsbald begonnen werden, so daß das Verzeichnis demnächst wird erscheinen können. Ihm soll die Neubearbeitung der ersten Abteilung, die durch Hrn. Privatdozenten Dr. Karl August Eckhardt in Göttingen vorbereitet wird, bald nachfolgen.

Hermann-und-Elise-geb.-Heckmann-Wentzel-Stiftung.

Bericht des Kuratoriums.

Auch im vergangenen Jahre waren trotz der in der Aufwertung der Hypotheken gemachten Fortschritte die Zinserträgnisse aus den Mitteln der Stiftung noch zu gering, um für eine wirksame Förderung ihrer Unternehmungen auszureichen. Wenn die begonnenen wissenschaftlichen Arbeiten dennoch mit Erfolg fortgeführt werden konnten, so ist dies wiederum der wohlwollenden Unterstützung seitens des vorgeordneten Ministeriums sowie der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft zu danken.

Der Tod Gustav Roethes, welcher seit dem Ausscheiden von Arthur Auwers sich den Geschäften der Stiftung mit unermüdlicher Sorgfalt und liebevoller Hingabe gewidmet hatte, bedeutet auch für sie einen schwer zu ersetzenden Verlust. An seiner Stelle übernahm statutengemäß der bisherige Stellvertreter Hr. Planck den Vorsitz, während in das Amt des Stellvertreters der kurz vorher zum Sekretar der phil.-hist. Klasse gewählte Hr. Heymann eintrat. Als neues Mitglied wurde Hr. Brackmann in das Kuratorium gewählt, dem auch das Amt des Schriftführers übertragen wurde.

Über das deutsche Rechtswörterbuch berichtet Anlage I, über die Kirchenväter-Kommission Anlage II, über die Flora von Papuasien und Mikronesien Anlage III, über das Decretum Bonizonis und das Corpus glossarum anteaccursianarum Anlage IV, über die Geschichte unserer Nationalitätsgrenze Anlage V, über das deutsche biographische Jahrbuch Anlage VI.

Die Arbeiten zur germanisch-slavischen Altertumsforschung konnten auch in diesem Jahre nicht fortgesetzt werden, weil die landwirtschaftlichen Verhältnisse eine Grabung auf der in Betracht kommenden Burg Garz auf Rügen nicht erlaubten.

Anl. I.

Bericht der akademischen Commission für das Wörterbuch der deutschen Rechtssprache.

Von Hrn. Heymann.

Das Rechtswörterbuch hat einen schweren Verlust durch das Hinscheiden Gustav Roethes erlitten. Roethe gehörte 23 Jahre, seit 1903, der Commission an, war dann von 1917 bis 1922 ihr Vorsitzender. Von Jugend auf an der Rechtssprache Anteil nehmend, hatte er ihr in einem seiner hervorragendsten Werke, der Abhandlung über die Reimvorreden des Sachsenspiegels, in vor-

Digitized by Google

bildlicher Weise gedient, und er hat mit der ganzen Kraft seiner Begeisterung, der ganzen Lebhaftigkeit seines Geistes und Herzens an dem Werke des Rechtswörterbuchs mitgearbeitet. Seine gründliche Kenntnis der sprachlichen Fragen, sein Verständnis für die Aufgaben der Rechtssprachenforschung, sein warmes Interesse für diejenigen, welche den Aufgaben des Rechtswörterbuchs sich widmeten, machten ihn, den Nichtjuristen, zum geborenen Leiter des Unternehmens. Auch als er infolge Überlastung mit anderen Arbeiten das Amt niederlegen mußte, hat er als Commissionsmitglied durch seinen treuen Rat der Sache immer wieder gedient, und wir vermissen ihn — wie an so vielen anderen Stellen — auch in unserer Commission bei jeder neu auftauchenden Frage. Als Mann wie als Gelehrter wird er bei allen, die dem Rechtswörterbuch nahestehen, für immer unvergessen bleiben.

Eine Sitzung der Gesamtcommission fand in dem Berichtsjahre nicht statt. Die Gesamtcommission hat aber durch Umlauf im Anfang des Berichtsjahres beschlossen, die von der Berliner Lokalcommission nach dem von Hrn. von Künssberg ausgearbeiteten Muster empfohlene sog. Mittelform für das Rechtswörterbuch anzunehmen. Alles für das Notwörterbuch bereits Gearbeitete sowie die Vorarbeit für die ursprüngliche große Fassung kann dabei nach einer Umarbeitung verwendet werden. Hr. von Künssberg ist mit den Angestellten und Helfern des Archivs sofort zur Herstellung dieser Mittelform übergegangen, und der Druck wird demnächst wieder beginnen. Wie in den Vorjahren ist die Durchführung der Arbeiten durch die Gewährung der Personalaufwendungen seitens des Preußischen Ministeriums für Wissenschaft, Kunst und Volksbildung, ferner durch gütige Unterstützung der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft bei Aufbringung der Mittel zur Druckvorbereitung und durch die bewährte Gastfreundschaft der Heidelberger Fakultät möglich geworden, wofür auch an dieser Stelle der herzlichste Dank ausgesprochen sein möge. An Stelle des leider ausgeschiedenen Hrn. Dr. Mackensen trat Hr. Dr. Teske als hauptamtlicher Mitarbeiter ein. Wegen der übrigen Personalveränderungen und der sonstigen Einzelheiten wird auf den nachfolgenden Bericht des Hrn. Prof. Dr. Freiherrn von Künssberg verwiesen.

Bericht des Hrn. Eberhard Freiherrn von Künssberg.

Nachdem die Verhältnisse soweit geklärt sind, daß die Herausgabe des Wörterbuchs der deutschen Rechtssprache in einer Form beschlossen ist, die etwa die Mitte hält zwischen der ursprünglich geplanten ausführlichen Ausgabe und dem in Zeiten der größten Not erwogenen Notwörterbuch, war die Arbeit des vergangenen Jahres natürlich ganz darauf gerichtet, Artikel in dieser Mittelform herzustellen. Namentlich galt es, die schon vorhandenen Artikel in diese Form umzugießen und die nachträglich zugewachsenen Belege zu berücksichtigen. Das Kürzen der großen Form war selbstverständlich erheblich rascher möglich als das Erweitern und Auffüllen der kargen Angaben des Notwörterbuches. Wir sind aber jetzt so weit, daß Ende Oktober der Antrag auf Fortsetzung des Druckes gestellt werden konnte. Es darf damit gerechnet werden, daß der Druck, wenn einmal wieder begonnen, regelmäßig fortgesetzt werden

Digitized by Google

kann. So könnte das nächste Jahr einen Wendepunkt in der Geschichte des Rechtswörterbuches bedeuten.

Der Zuwachs an Zetteln betrug ungefähr 9000 Stück; er ergab sich insbesondere aus der Durchsicht neu erschienener Wörterbuchlieferungen und aus gelegentlichen Lesefrüchten. Immer wieder muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß sich beinahe in allen Quellen Wörter fanden und finden, die bisher lexikographisch nicht erfaßt sind; weder von andern Wörterbüchern noch von uns. Möge daraus jeder Fachgenosse, Historiker, Jurist oder Philologe, jeder Urkundenherausgeber und Urkundenbenutzer entnehmen, daß uns Beiträge gelegentlicher Funde, seltener oder ungeklärter Wörter immer noch wertvoll und höchst willkommen sind.

Anfragen beim Rechtswörterbuch bürgern sich in der Gelehrtenwelt immer mehr ein, wenn sie auch nicht jedesmal äußerlich in Erscheinung treten. Wir haben uns gefreut, in der Mehrzahl der Fälle helfen zu können. Ebenso haben wir es uns zur Ehre gerechnet, wenn sich Gelegenheit gab, einem wissenschaftlichen Besuch die Einrichtungen unseres Archivs zu zeigen.

Auf der andern Seite hat es auch heuer nicht an freundlicher Förderung gefehlt durch Zusendung von Schriften, von Belegen und namentlich durch wissenschaftlichen Rat, wenn unsere Hilfsmittel versagten. Unser Dank gilt heuer folgenden Stellen:

Staatsarchivdirektor Dr. A. Altmann, Nürnberg; Prof. Dr. O. Bethge, Frankfurt a. M.; Privatdozent Dr. Dannenbauer, Tübingen; Privatdozent Dr. Demelius, Wien; Prof. Dr. Alphons Dopsch, Wien; Frl. Dr. Edith Dörschel, Leipzig; Elsass-Lothringisches Institut, Frankfurt a. M.; Senator Engelke, Hannover; Prof. Dr. Hans Fehr, Bern; Prof. Dipl.-Ing. Ganzenmüller, Weihenstephan; Museumsleiter Dr. V. v. Geramb, Graz; Prof. Dr. A. Goetze, Gießen; Archivrat Dr. Erich Frh. v. Guttenberg, München; Referendar Hans Hertz, Hamburg; Rechtsanwalt F. Hofmeister, Braunschweig; Dr. Dr. Dr. Josef Lappe, Lünen i. W.; Frau Prof. Dr. Agathe Lasch, Hamburg; Staatsarchivar Dr. K. O. Müller, Ludwigsburg; Geh. R. Prof. Dr. F. Panzer, Heidelberg; Geh. R. Prof. Dr. M. Pappenheim, Kiel; Prof. Dr. Leopold Perels, Heidelberg; Prof. Dr. W. Merk, Marburg; Assistent am geogr. Institut Dr. M. Rudolph, Mannheim; Prof. Dr. H. F. Schmid, Graz; Prof. Dr. G. Schoppe, Breslau; Schweizer Juristenverein, Aarau; Privatdozent Dr. H. Weigel, Erlangen; Dr. J. Zewe, Homburg, Saargebiet.

Ständiger hauptamtlicher Mitarbeiter war Dr. Hans Teske; zu ihm trat seit April Bergreferendar Alfred Loch, dessen kultur- und wirtschaftsgeschichtliche Einstellung eine glückliche Ergänzung in unserem Archive bildet. Es wäre ein Gewinn, wenn wir in die Lage kämen, ihn fester für das Rechtswörterbuch zu verpflichten. — Zu Beginn dieses Jahres konnte Privatdozent Dr. L. Mackensen uns noch kurze Wochen Mitarbeit widmen. Im Herbst hat Referendar Hans Hertz aus Hamburg zwei Monate bei uns gearbeitet. Außerdem haben wir, soweit unsre Mittel reichten, von Fall zu Fall jüngere, studentische Hilfen herangezogen. Wir nennen Frl. cand. phil. Else Angstmann, cand. theol. Wilhelm Foelsche, Frl. stud. jur. Maria Victoria Hannen, Frl. stud. phil. Renate

Digitized by Google

Rocha, cand. jur. Kurt Lederle, stud. jur. Ernst Moriz Schmid-Burgk, stud. jur. Fritz Teske, cand. jur. Wilhelm Volbeding.

Die verständnisvolle Förderung durch die juristische Fakultät Heidelberg zeigte sich heuer namentlich darin, daß wir im juristischen Seminar zwei andere Räume zugewiesen und eingerichtet bekamen. Diese sind im gleichen Hause gelegen wie die bisherigen, aber höher und bedeutend heller. Das spüren wir dankbar bei unseren teilweise augenanstrengenden Arbeiten (z. B. Lesen hektographischer Zettel!).

Rechtssprachliche seminaristische Übungen für Juristen und Philologen stellten in beiden Semestern die Verbindung zwischen unserer Arbeit und der Studentenschaft her. Überdies darf erwähnt werden das Erscheinen einer akademischen Abhandlung über »Rechtssprachgeographie«, die erwachsen ist aus rechtssprachlichen Vorlesungen und aus der Fühlungnahme mit dem Sprachatlas des Deutschen Reiches. Durch Aufrollen einer großen Zahl von Fragen aus dem noch viel zu wenig beackerten Gebiet der deutschen Rechtssprache trachtet sie das Interesse für solche Probleme zu wecken und ihre Bearbeitung zu erleichtern.

Verzeichnis der im Jahre 1926 ausgezogenen Quellen:

Agricola, Vom Bergkwerck 12 Bücher, Basel 1537: Bgref. Alfred Loch, Heidelberg.
v. Amira, Erläuterungen zur Ausgabe der Dresdener Bilderhandschrift des Sachsenspiegels. II: v. Künssberg u. stud. jur. Schmid-Burgk.
v. Bahder, Zur Wortwahl in der frühneuhochdeutschen Schriftsprache. Heidelberg 1925: Dr. H. Teske.
Bieringen, Histor. Beschreibung des Mannßfeldischen Bergwerks. Leipzig 1734 Bgref. A. Loch.
J. Carlie, Studium über die mittelniederdeutsche Urkundensprache der Dänischen Königskanzlei 1330—1430. Lund 1925: Dr. H. Teske.
A. Gál, Summa Legum. Weimar 1926: v. Künssberg u. cand. jur. K. Lederle.
L. Hahn, Die Ausbreitung der neuhochdeutschen Schriftsprache in Ostfriesland. Leipzig 1912: Dr. H. Teske.
A. Heidrich, Geschichte der Wildenburg. Kreuznach 1906: Bgref. A. Loch.
Königstetter Gerichtsprotokoll und Verhörhandlung de anno 1663. 1664. 1665. Handschr. Kgst. NÖ.: Privatdozent Dr. Demelius, Wien.
J. C. Lager, Urkundliche Geschichte der Abtei Mettlach. Trier 1875: Bgref. A. Loch.
Magdeburger Geschichtsblätter 60 (1925): Dr. H. Teske.
Urkundenbuch des Mansfelder Bergbaus, hg. W. Mürk, Eisleben 1910: Bgref. A. Loch.
W. Reinecke, Das Rathaus zu Lüneburg. Lüneburg 1925: Dr. H. Teske.
Rheinisches Wörterbuch (fortlaufend): Dr. L. Mackensen u. v. Künssberg.
Festschrift August Sauer gewidmet 1925: v. Künssberg.
Schalk, Aus der Zeit des österreichischen Faustrechts. Wien 1919: v. Künssberg.
Schleswig-Holsteinisches Wörterbuch (fortlaufend): v. Künssberg.
O. Schutt, Die Geschichte der Schriftsprache im ehem. Amt und der Stadt Flensburg, Flensburg 1919: Dr. H. Teske.
Schwäbisches Wörterbuch (fortlaufend): v. Künssberg.
Schweizerisches Idiotikon (fortlaufend): v. Künssberg.
Die Siebenhardenbeliebung 1426, hg. M. Pappenheim, Flensburg 1926: v. Künssberg.
E. Tappolet, Die alemannischen Lehnwörter in den Mundarten der französischen Schweiz. 1914. 1917: v. Künssberg u. stud. jur. Schmid-Burgk.
Verwijs en Verdam (F. A. Stoett), Middelnederlandsch Woerdenboek (fortlaufend): v. Künssberg.
Zeitschrift für Rechtgeschichte, germ. u. kan. Abt. 1926: v. Künssberg.

Digitized by Google

Anl. II.

Bericht der Kirchenväter-Kommission.

Von Hrn. von Harnack.

Im vergangenen Jahr erschien der zweite Band der Chronik des Eusebius-Hieronymus (herausgegeben von Helm).

Vorbereitet werden die Ausgaben der Werke des Epiphanius (Bd. III. Holl † und Lietzmann), der Praeparatio des Eusebius (Mras), der Pseudoclementinen (Swennung), die Werke des Irenäus (G. Ficker), der Chronik Hippolyts (Bauer †), der Werke des Origenes (Klostermann und Rauer), der Martyrien (Ehrhard) und des Registerbandes zu den Werken des Clemens Alexandrinus (Stählin).

Anl. III.

Bericht über die Bearbeitung der Flora von Papuasien und Mikronesien.

Von Hrn. Engler.

Nachdem im Jahre 1925 die von Prof. Dr. C. Lauterbach herausgegebenen Beiträge zur Flora von Papuasien mit Serie XIII abgeschlossen hatten, erschien Ende 1926 der erste Teil der Serie XIV mit den Abhandlungen 111 bis 116 (S. 1—64), im Bd. LXI von Englers Botanischen Jahrbüchern, Heft 1, dem sich im zweiten Heft derselben Zeitschrift (Anfang 1927) der zweite Teil mit den Abhandlungen 116, 117 unmittelbar anschließen wird. Der Inhalt der einzelnen Abhandlungen ist folgender:

Serie XIV.

111. L. v. Lingelsheim, Die Oleaceen Papuasiens, S. 1—22.
112. R. Mansfeld, Die Lythraceen von Papuasien, S. 23—25.
113. R. Mansfeld, Die Halorrhagaceen Papuasiens, S. 26, 27.
114. R. Mansfeld, Die Gentianaceen von Papuasien, S. 28. 29.
115. C. Lauterbach, Nachträge zu 30. Capparidaceen, 59. Rutaceen, 80. Guttiferen, 98. Vitaceen, S. 30, 31.
116. Th. Valeton, Die Rubiaceen von Papuasien. Zweiter Teil: Coffeoideae, S. 32—[1].
117. Fr. Markgraf, Die Apocynaceen Papuasiens, mit einer Tafel, S. [1].

Voraussichtlich wird auch im Jahr 1927 Serie IV der von L. Diels herausgegebenen Beiträge zur Flora von Mikronesien und Polynesien erscheinen. Einige Abhandlungen hierfür sind bereits eingeliefert worden.

Anl. IV.

Texte zur Geschichte des römischen und kanonischen Rechts im Mittelalter.

Von Hrn. Heymann.

Emil Seckel hatte seit Jahren zwei Publikationsreihen im Auftrage der Akademie geplant und angeregt: das Corpus Glossarum Anteaccursianarum und die Collectiones Canonum. Für beide hatte er die Wiedergabe nur der wichtigsten Handschriften geplant; es sollten nicht erschöpfende kritische Aus-

[1] Da die Abhandlungen 116 und 117 zwar abgesetzt, aber noch nicht umgebrochen sind, kann jetzt mit Weglassung der Seitenzahlen nur angegeben werden, daß 116 etwa 8 Druckbogen, 117 etwa 2 Druckbogen umfassen wird.

Digitized by Google

gaben geliefert werden, sondern nach dem Vorbilde der Deutschen Texte des Mittelalters der noch unbekannte Quellenstoff in sorgfältigen Abdrucken der besten Handschriften zugänglich gemacht werden. Die Vorbereitung dieser Ausgaben hatte etwa 20 Jahre in Anspruch genommen, allerdings durch den Krieg aufs schwerste gestört; bei dem allzu frühen Tode Seckels war noch nichts im Druck erschienen. Zum Teil hatte dies seinen Grund darin, daß Seckel auf immer eingehendere Feststellungen drängte. Es erwies sich als unmöglich, nach dem Heimgange Seckels, der mit seiner ganz einzigen Sachkenntnis an den Arbeiten Anteil genommen hatte, die Editionswerke in dem von ihm geplanten Umfange fortzuführen. Die Akademie hat infolgedessen sich auf Antrag des Berichterstatters entschlossen, die beiden Unternehmungen zu einem zu verbinden und in zwangloser Reihe einzelne Bände herauszubringen, welche den Aufgaben der mediävistischen Rechtsforschung dienen. Dabei sollen die Publikationen nicht auf romanistische Glossen und auf Kanonessammlungen beschränkt werden, sondern es sind auch Summen und andere Werke der mittelalterlichen Jurisprudenz gelegentlich zur Veröffentlichung zu bringen. Es steht zu hoffen, daß eine Reihe der von Seckel geplanten Arbeiten noch vollendet werden kann; anderes wird hoffentlich neu in Angriff genommen werden. Die Weidmannsche Buchhandlung hat den Verlag des neuen Unternehmens übernommen. Dieses trägt den Titel: »Texte zur Geschichte des römischen und kanonischen Rechts im Mittelalter«, begründet von Emil Seckel. Als erster Band erscheint die Ausgabe des Bonizo, liber de vita Christiana, von Perels; der Druck dieses Bandes ist bereits bis zum 8. Bogen vorgeschritten. Hr. Prof. D. Genzmer in Königsberg bereitet eine zweite Publikation vor, welche hoffentlich noch in diesem Jahre zum Druck gelangt. Die Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft hat auch dieses Unternehmen verständnisvoll und weitherzig unterstützt, wofür auch an dieser Stelle der herzlichste Dank ausgesprochen sei.

Anl. V.

Bericht über die Erforschung der Geschichte unserer Nationalitätsgrenze (Forschungen zum Deutschtum der Ostmarken).

Von Hrn. Archivrat Dr. H. Witte.

Ein Hindernis, durch das die gedeihliche Entwicklung dieser Forschungen bisher gehemmt worden ist, war das Fehlen eines Autorenhonorars, das durch eine magere Entschädigung für entstandene Kosten nur notdürftig ersetzt wurde. Bei dem günstigen Stande z. Z. noch nicht völlig abgeschlossener Verhandlungen kann als sicher angenommen werden, daß von nun an für die Mitarbeiter ein angemessenes Honorar zur Verfügung stehen wird. Danach wird begründete Hoffnung bestehen, daß dem im vorigen Berichte schon als bevorstehend angekündigten und in diesem Jahre erfolgten Erscheinen unserer ersten Veröffentlichung (Dr. Werner Gley, Die Besiedelung der Mittelmark von der slawischen Einwanderung bis 1624) bald weitere folgen werden.

Digitized by Google

Im übrigen hat die sich anhaltend steigernde Bedeutung der Vorgeschichte für unsere Forschungen es nötig gemacht, auch für die Sudetenländer nach einem prähistorischen Mitarbeiter auszuschauen. Er hat sich in Person des Hrn. Dr. J. Preidel in Bodenbach gefunden.

Anl. VI.

Bericht über das Deutsche Biographische Jahrbuch.

Von Hrn. Marcks.

Das Jahrbuch hat, mit Hrn. Dr. Christern als Herausgeber und Hrn. Dr. Hohlfeld als Verfasser der Totenlisten, unter der Aufsicht des gemeinsamen Redaktionsausschusses der kartellierten Akademien und der Münchener Historischen Kommission, in den an Stelle Hrn. Roethes für Berlin Hr. Petersen eingetreten ist, und unter weiterlaufender finanzieller Unterstützung der beteiligten Institute seine Arbeiten fortgesetzt. Der Band 1921 befindet sich im Druck, der II. Überleitungsband (1917—20) und der Band 1922 in reger redaktioneller Vorbereitung.

Ausgegeben am 8. März.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

Öffentliche Sitzung zur Feier des Leibnizischen Jahrestages. 30. Juni.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Heymann.

Der Vorsitzende eröffnete die Sitzung mit folgender Ansprache:

Nach alter Sitte feiert heute die Akademie den Jahrestag von Gottfried Wilhelm Leibniz, des Mannes, der ihr geistiger Stifter und ihr Organisator war und der mit den Anfängen auch ihren weiteren Lebensgang entscheidend bestimmt hat. Denn es ist eine immer wieder bewährte Erfahrung, daß Korporationen — ähnlich dem physischen Menschen — während ihres ganzen Lebens durch die Umstände und die Umwelt ihrer Kindheitstage bestimmt bleiben, trotz aller späteren weiterbildenden Einflüsse. So wirken auch in der Preußischen Akademie die Gedanken nach, welche Leibniz ihr, nur zum Teil in Anlehnung an die Medizäer-Akademie und die damals noch jungen französischen und englischen Akademien, in die Wiege legte — in begeisterter Hingabe an den Wunsch einer Verbindung aller Wissenschaften zur Förderung des Wohles der Allgemeinheit.

Wenn wir an Leibniz als den Organisator unserer Akademie denken, so ziemt es sich wohl, einmal besonders daran zu erinnern, daß er, der unser erstes Grundgesetz entwarf, Jurist war; und es mag in dieser Stunde ein kurzer Blick auf das gestattet sein, was der große Anreger auf fast allen Wissenschaftsgebieten als Rechtsgelehrter dem deutschen Volke und darüber hinaus der Welt bedeutet.

Leibniz war der Sohn eines Leipziger juristischen Professors, auch seine Mutter war Juristentochter, und er wuchs nach dem frühen Tode des Vaters unter juristischen Verwandten auf. Mit 15 Jahren schon ein junger Gelehrter, bezog er die Universität Leipzig, um Jura und daneben Mathematik, Philosophie und Geschichte zu studieren. Mit 20 Jahren in Altdorf durch Goethes Vorfahren Johann Wolfgang Textor zum Doktor der Rechte promoviert, hat er seitdem dauernd juristische Stellungen bekleidet. Zuerst Sekretär des Mainzischen Ministers v. Boineburg, wurde er mit 24 Jahren Rat am Kur-Mainzischen Hofe und nach seiner vierjährigen Pariser und Londoner Reise mit 30 Jahren Hofrat in Hannover, was er 40 Jahre lang bis zu seinem Tode 1716 blieb. In Mainz wie in Hannover war er politisch-staatsrechtlicher Berater des Fürsten

Digitized by Google

und nebenher auch Richter am höchsten Gerichtshofe. So ist sein Leben trotz vielseitiger anderer Beschäftigung von juristischer Arbeit erfüllt. Schon der Achtzehnjährige hatte in seiner Magisterschrift gesagt, daß er bei jeder Gelegenheit von der Rechtswissenschaft zur Philosophie zurückkehre; er achte sorgfältig auf die Berührungen der Philosophie und der anderen Wissenschaften mit der Rechtswissenschaft, getreu Ulpians Worte, daß sie die Wissenschaft der göttlichen und menschlichen Dinge sei. Bei dieser Einordnung der Jurisprudenz in den Gesamtkreis des wissenschaftlichen Lebens ist Leibniz immer geblieben. Rückwirkend jedoch hat die Jurisprudenz auch wieder seine Arbeit in den anderen Wissenschaften, insbesondere den Geisteswissenschaften, stark bestimmt. Auch von philosophischer Seite ist längst erkannt worden, daß große Teile seiner Philosophie rechtlich orientiert sind. Seine großartige Hypothese vom Aufbau der Welt, seine optimistische Lehre von der prästabilierten Harmonie stammt aus dem Staatsgedanken. Alle geistigen Einheiten, die Monaden, seien sie niederer oder wie der Mensch höherer Art, bilden unter der Herrschaft Gottes, der höchsten Monade, ein Reich — das Reich der Geister: les esprits forment tous ensemble une espèce d'Etat sous Dieu! »Gott verhält sich, wie Leibniz in der Monadologie sagt, nicht nur wie ein Erfinder zu seiner Maschine, sondern auch wie ein Fürst zu seinen Untertanen;« »der Inbegriff aller Geister macht den Gottesstaat aus, d. h. den vollkommensten Staat, der nur möglich ist, unter dem vollkommensten der Monarchen«; »diese allumfassende Monarchie ist eine moralische Welt in der natürlichen Welt und stellt das erhabenste und göttlichste unter den Werken Gottes dar . . . In bezug auf diesen Gottesstaat, so heißt es, übt Gott im eigentlichsten Sinne seine Güte aus, während seine Weisheit und seine Macht sich überall bekunden.« Es besteht dabei volle Harmonie »zwischen dem physischen Reiche der Natur und dem moralischen Reiche der Gnade, das heißt zwischen Gott als dem Architekten der Maschine des Universums und zwischen ihm als Monarchen des Gottesstaates der Geister«.

Güte und Weisheit aber ergeben den Begriff der Gerechtigkeit. Und die Gerechtigkeit ist es, welche Gott mit seiner Macht verwirklicht. So ist der Gerechtigkeitsbegriff bei Leibniz der höchste moralische Begriff, und die Moral erscheint als das Recht seines Gottesstaates.

Dem entspricht, daß Leibniz — wie der Tübinger Gustav Hartmann richtig erkannt hat — gerade von der praktischen Erfahrung des Juristen aus in seiner Morallehre zu dem Gedanken der Willensfreiheit gelangen mußte, zur Lehre von der freien Wahl zwischen determinierenden Motiven. Die echte Strafe kann nicht bloße Erziehungs- oder Abschreckungsstrafe sein, sondern muß aus dem uralten Menschheitsgedanken der Sühne hergeleitet werden. —

Aber die wissenschaftliche und praktische Beschäftigung mit dem Recht hat bei Leibniz keineswegs nur einen methodischen Einfluß auf seine Philosophie und seine sonstige Denkarbeit gehabt, sondern sie hat innerhalb seines Werkes durchaus selbständige Bedeutung: Leibniz bildet in der deutschen Rechtsentwicklung einen Wendepunkt, er gehört zu den großen Führern des deutschen Rechtslebens.

Digitized by Google

Die erhebliche Reihe rein juristischer Schriften seiner jüngeren Jahre zeigt ihn als scharfsinnigen und guten Kenner des damals in Deutschland geltenden römischen Rechts, das er Zeit seines Lebens aufs höchste geschätzt hat. Seine wuchtigen, seit der Mainzer Zeit über sein ganzes Leben sich hinziehenden Denkschriften und Gutachten zeigen ihn als den überaus kenntnisreichen, historisch-politisch und staatsrechtlich gewandten Reichspublizisten, der von tiefster Liebe zum deutschen Vaterlande erfüllt ist und mit aller Kraft den inneren Frieden, besonders auch den Frieden der Konfessionen anstrebt, den französischen Gewalttätigkeiten aber mutig entgegentritt. Seine berühmte Sammlung der Völkerrechts- und Staatsrechtsquellen, der Codex juris gentium von 1693, endlich zeigt ihn als bahnbrechenden Förderer, für das Völkerrecht geradezu als Begründer positiver Herleitung der Rechtsgrundsätze.

Mit diesem gesunden Positivismus wurzelte LEIBNIZ noch in den Lehren der großen Praktikerschule des Usus Modernus Pandectarum, wie ihn Mevius, Lauterbach, Carpzow und Samuel Stryck vertraten. Aber er erhob sich über die Stufe dieses deutschen juristischen Barocks: er suchte zugleich nach Art der französischen sogenannten eleganten Renaissance-Jurisprudenz die Feinheiten des römischen Rechtes aufzudecken und es auch mit der beginnenden Aufklärung spekulativ zu erleuchten. Auf die Einzelleistung, z. B. in der Bedingungslehre, kann hier nicht eingegangen werden. Zwei Erfolge aber seien genannt, die, für ihn Nebenergebnisse, allein schon genügen würden, seinen dauernden Ruhm als Jurist zu begründen: Zivilrechtlich legte er 1683 die richtige Methode zur Berechnung des Zwischenzinses bei Zahlung einer Forderung vor der Fälligkeit in juristisch-mathematischer Beweisführung dar, und diese sogenannte LEIBNIZSCHE Methode wird noch heute allenthalben befolgt; strafrechtlich aber scheint es dem 31jährigen Hofrat 1677, gestützt auf die Schrift des Jesuiten Grafen von Spee, im Zusammenhang mit zwei Referaten in Hexenprozessen gelungen zu sein, die welfischen Herzöge zur Beseitigung der Hexenverfolgungen zu bestimmen; er leitete damit mutvoll den erfolgreichen Endkampf ein, den 1694 Christian Thomasius gegen diesen grauenvollen, Jahrhunderte alten Irrtum der Justiz eröffnete — ein Irrtum, der eine unvergängliche Warnung für die Verfasser auch heutiger Strafgesetzbücher bildet.

Bedeutsamer aber als alle Einzelergebnisse der LEIBNIZSCHEN Rechtsarbeit ist seine großartige grundsätzliche Auffassung von Recht und Staat geworden. In allen den erwähnten Arbeiten und in vielen Briefen und Aufzeichnungen während seines ganzen Lebens auftretend, war sie doch schon 1667 von dem damals 21jährigen in der Nova methodus discendae docendaeque jurisprudentiae vorgezeichnet worden. Diese berühmt gewordene Reformschrift — auf der Reise und ohne viele Hilfsmittel entstanden — hatte das nächste Ziel, über die scholastische Lehrmethode der Universitäten im Sinne seiner freieren Jurisprudenz hinauszuführen. Diese Schrift über die neue Methode des Rechtsunterrichts gibt zugleich die Gesamtanschauung des Verfassers über das Recht wieder und gelangt auch zu der Forderung nach einer Rechtskodifikation.

Seine Kodifikationswünsche rangen sich gegenüber der damaligen politischen und juristischen Lage freilich nur langsam durch. Er wünschte zu-

Digitized by Google

nächst nur eine neue Anordnung des Corpus Juris Civilis, ein Corpus Juris reconcinnatum, welches das römische Recht nicht verdrängen, sondern nur unterstützen sollte. Später hat er ein ganz neues, das nationale Recht mit verwendendes Gesetzbuch gefordert. Das war damals noch nicht durchführbar. Sein Vorstoß von 1680 in Wien, gerichtet auf einen Codex Leopoldinus, wurde aber die Vorstufe für den späteren österreichischen Codex Theresianus und damit für das österreichische bürgerliche Gesetzbuch von 1811. Und seine berühmte Niederschrift in den Akten zur preußischen Kammergerichtsreform 1700 bedeutet bekanntlich einen ersten Schritt zur Aufzeichnung des Preußischen Allgemeinen Landrechts, er hat darin die später von Friedrich dem Großen, Cocceji und Svarez befolgte Gesetzgebungsmethode schon angegeben und mittelbar auch die Aufzeichnung des Bürgerlichen Gesetzbuchs vorbereitet.

Viel schneller setzte sich seine allgemeine Staats- und Rechtslehre durch, welche er schon in der Nova Methodus zum großen Teil skizzierte und die er später, in praktischer Tätigkeit erhärtet, weiter ausgeführt hat.

Der Staat ist ihm die organisierte Menschengemeinschaft auf einem Staatsgebiet. Leibniz hat von ihm eine klare historisch-politische Anschauung — der Staat ist für ihn eine Realität. Er begnügt sich nicht — wie Ruck gegenüber einer verbreiteten Meinung dargetan hat — mit der Annahme einer Fiktion, obgleich er den Ausdruck persona ficta gelegentlich gebraucht. Ihm ist vielmehr entscheidend die Willensfähigkeit des Staates, die Möglichkeit der Feststellung des Staatswillens, z. B. ex pluralitate votorum: »Ein Wille und die Einheit der Person, daraus besteht der Staat«, sagt er.

Der Staat ist ihm in erster Linie der patriarchalische Fürstenstaat, die Staatsform seiner Zeit, mit der er sich abzufinden hatte. Die Staatsgemeinschaft dieses Staates wird durch die sittliche Pflicht zusammengehalten, hinter der Gott steht; das Fundament ist die Weisheit und Tugend des patriarchalen Herrschers — die Anlehnung an den Leibnizschen Gottesstaat tritt deutlich hervor. Gegenüber ungerechten Handlungen des Herrschenden gewährt Leibniz das Widerstandsrecht, allerdings nur in Ausnahmefällen und regelmäßig passiv, nur im Notfall als Recht auf aktiven Widerstand.

Der Zweck des Staates ist Schutz nach außen und innen, darüber hinaus aber auch die positive Förderung der Untertanen; der Staat ist Wohlfahrtsstaat. Bei alledem geht Leibniz wie Locke von dem Prinzip der Freiheit des einzelnen aus und fordert deshalb politische Freiheit, Glaubens- und Gewissensfreiheit. Daher ist ihm auch schon die Subsidiarität des Staatszweckes selbstverständlich, aber da sie nach der historischen Lage relativ zu bestimmen ist, ist sie bei dem damaligen dringenden Bedürfnis nach Wiederaufbau von geringer praktischer Bedeutung: zunächst müssen die furchtbaren Schäden der Kriegszeit nach der wirtschaftlichen und geistigen Seite hin geheilt werden. Dem entspricht seine Sorge auch für das Unterrichtswesen, die Wissenschaften und Künste und seine eifrigen Bemühungen um Akademien.

Das Ganze ist nach der Weise der Zeit auf dem Staatsvertrage aufgebaut, aber Leibniz nimmt schon vor diesem Vertrage eine lose natürliche Gemeinschaft der Menschen an und ist im Laufe der Zeit von dem Gedanken

Digitized by Google

des Staatsvertrages immer mehr abgekommen; der erfahrene Staatsmann konnte sich dem organischen Wachstum des Staates nicht verschließen.

Die Staatslehre von LEIBNIZ wendet sich gegen die absolutistischen Lehren des HOBBES und des PUFENDORF, sie steht der bürgerlichen Lehre seines englischen Zeitgenossen LOCKE nahe. Angepaßt den damaligen deutschen Verhältnissen ist sie die Staatslehre des aufgeklärten Absolutismus, die Staatslehre Friedrichs des Großen, die im Wechsel der Zeiten und der Machtverhältnisse die Grundlage auch für den konstitutionellen und für den heutigen Staat geworden ist.

Innig mit dieser Staatslehre hängt die Rechtslehre zusammen. LEIBNIZ scheidet scharf das positive »Gesetz« und das von der Moral geforderte »ewige Recht«. Das Gesetz entspringt dem Staatswillen, es ist das Mittel zur Durchführung der Staatszwecke, und es gilt, wie LEIBNIZ oft betont, unbedingt, unabhängig vom ewigen Recht; Legalität und Moralität werden damit grundsätzlich durchaus geschieden.

Aber das aus der Moral sich ergebende, ja bei LEIBNIZ mit ihr identische »ewige Recht« besteht auch seinerseits unabhängig vom Gesetze unabhängig. Das Recht in diesem höheren Sinne ist reiner Ausfluß der Gerechtigkeitsidee. Diese ist die Verbindung der Güte und der Weisheit: so ist sie die »Liebe des Weisen«, caritas sapientis. Dabei ist die Güte Sache des Willens und geht darauf aus, das größtmögliche Gute zu verrichten; die Weisheit aber ist Sache des Verstandes und ist die Erkenntnis des Guten. Tritt zu beiden die Macht, so bewirkt sie, daß aus dem ewigen Recht eine Tatsache wird: das ist Gottes Tätigkeit mit Bezug auf die Welt, und die menschliche Gerechtigkeitspflege ist das abgeschwächte Abbild der göttlichen — die menschliche Gerechtigkeitsidee ist der Abglanz ewiger Wahrheit. Gegenüber dem verbreiteten, schon bei Pufendorf erscheinenden Bestreben, die Rechtsidee von der Moral vollständig zu trennen, liegt bei LEIBNIZ, die richtige Erkenntnis der Gerechtigkeit als eines Ausdrucks des Ethos vor, wenn auch die völlige Identifizierung beider eine Übertreibung des Juristen war.

Die Gerechtigkeit wirkt sich aus als jus strictum (mit dem Satze neminem laedere), als Billigkeit (suum cuique tribuere) und als Frömmigkeit (pietas), der vollen Hingabe an Gott und an sein moralisches Gebot. Das ewige Recht, das Ethos, aber stimmt erfahrungsgemäß mit dem für die Menschen Nützlichen stets und in allen Punkten überein — so führt LEIBNIZ harmonisierend seinen Eudämonismus zu idealer Höhe, ähnlich wie es lange nach ihm die englischen Utilitaristen taten. Die Gerechtigkeit aber wohnt in den unbewußten Vorstellungen (den petites perceptions) des Menschen als unbewußtes oder halbbewußtes Ethos. So ist die Gerechtigkeit im Gewissen des einzelnen begründet.

Im Gegensatz zu der ethischen Ordnung können die menschlichen Gesetze im Einzelfall ungerecht sein. »Wenn es der Macht an Weisheit oder an gutem Willen fehlt, so kann sie recht schlechte Gesetze einführen und aufrechterhalten.« Aber das ewige Recht soll dem Gesetzgeber als Leitstern dienen, und ein menschliches Gesetz, das von dem ewigen Recht abweicht, kann sich auf die Dauer nicht halten.

Digitized by Google

So ist das ewige Recht auch der Maßstab für die Interpretation der menschlichen Gesetze: der Jurist hat nach dem Wortlaut und besonders nach dem Sinn auszulegen, Lücken des Gesetzes aber hat er — ganz modern ist das gedacht — so zu ergänzen, wie der Gesetzgeber entschieden hätte, wenn die Frage an ihn herangetreten wäre. Dabei ist in allen Zweifelfällen das ewige Recht zugrunde zu legen, und vor allem fordert Leibniz, daß die sogenannten »unüberlegten Affekte« des Gesetzgebers ausgeschieden werden. Er erkennt also keine logische Geschlossenheit der Rechtsordnung an, und er gewährt die Möglichkeit schöpferischer Rechtsfortbildung, aber freilich nicht durch Willkür, sondern durch vorsichtigste methodische Abwägung — Gedanken, zu denen sich die heutige Jurisprudenz in langen Kämpfen durchringt. Die Interpretationsgrundsätze gehören zu dem Höchsten, was Leibniz juristisch geleistet hat. Ein ins einzelne gehendes dogmatistisches Naturrecht stellt er nicht auf. Das Gerechtigkeitsprinzip ist ihm der Maßstab für die Ausgleichung der menschlichen Interessen, der Zweckgedanke steht im Vordergrund — das ewige Recht aber, das in den Sternen geschrieben ist, gibt den letzten Ausschlag. Es reicht in die menschliche Rechtsordnung hinein und ist maßgebend für den Gesetzgeber und den Interpreten. Nur wer dem ewigen Rechte folgt, ist ein sacerdos justitiae, ein Priester der Gerechtigkeit.

Die scharfe Scheidung zwischen positivem Recht (dem Gesetz) und dem ewigen Rechte und im Zusammenhang damit — wie besonders Landsberg betont hat — der von Leibniz vertretene Gedanke der Kontinuität mußte ihn aber zum Verständnis auch der historischen Entwicklung des Rechtes führen. »Das Recht — sagt er in der Einleitung zu dem Codex Juris Gentium — ist nicht überall das gleiche. Bei den Indern ist es anders wie bei den Europäern, und bei uns verändert es sich im Laufe der Jahrhunderte«, und er weist zum Belege auf die Urkunden seines Codex hin. Diese Anschauung war keineswegs neu. Die elegante romanistische Jurisprudenz arbeitete für das römische Recht längst historisch, in Frankreich bestand eine große Rechtshistorikerschule, in England hatte der 1654 gestorbene Selden gearbeitet und Rymer hatte die von Leibniz benutzten Födera veröffentlicht, die deutschen Staatsrechtler aber arbeiteten notgedrungen längst mit rechtshistorischen Deduktionen. Das hat auch Leibniz selbst getan. Aber schon der 21jährige hatte in der Nova methodus die Bedeutung der Rechtsgeschichte methodisch erkannt und betont: er forderte nicht nur Befassung mit der allgemeinen politischen Geschichte, sondern in Rechtslehre und Forschung auch eigentlich rechtshistorische Arbeit, und zwar überall und mit Umsetzung in die Praxis.

Aber er ging weiter. Er stellte damals schon eine große zusammenfassende Darstellung der Rechtsgeschichte in Aussicht, ein Theatrum legale; dabei wollte er nicht nur das römische und deutsche Recht geben, sondern in kühnem Mute das Recht aller Völker und Zeiten: in omnibus materiis omnium gentium, locorum, temporum placita παραλλήλως disponemus. Neben dem römischen, langobardischen, gotischen, salischen Recht, neben dem Recht des Sachsenspiegels und des Weichbilds sollte das kanonische Recht, das Recht der Italiener, der Polen, der ungarischen Sachsen und der Franzosen stehen; für die Antike auch das griechische und ägyptische, ja nach Herodots Angaben

Digitized by Google

sogar das persische und skytische. So erwächst dem Jüngling bereits der Plan einer Universalrechtsgeschichte, der letzten Krönung der rechtsgeschichtlichen Forschung, und der Mann, welcher das Rechtsleben Frankreichs, Englands und Italiens gesehen hatte, blieb offenbar diesem Plan treu; noch auf seinem Totenbette soll die Nova methodus gelegen haben. Daß er den Plan nicht ausgeführt hat, kann freilich nicht wundernehmen, seine energischen rechtsgeschichtlichen und rechtsvergleichenden Forderungen, die sich sogar zu dem Wunsche nach einer Rechtsphilologie mit Rechtswörterbüchern steigerten, sind dankenswert genug. Sie vermeiden dabei durchaus, sich im bloßen Historismus zu erschöpfen. LEIBNIZ forderte für den Unterricht auch praktische Übungen und vor allem die systematische Durchdringung des geltenden Rechtsstoffs und seiner Kontroversen in Lehre und Forschung. Ganz praktisch gedacht war auch das Ziel seiner Universalrechtsgeschichte, aber er hatte durchaus verstanden, daß die völkerverbindende Rechtsvergleichung nur mit rechtsgeschichtlicher Ergründung wissenschaftlich möglich ist. —

LEIBNIZ' juristische Gedanken haben im Wandel der Zeiten standgehalten. Sein philosophisch-dogmatisches Weltbild ist, wenigstens erkenntnistheoretisch, von Kant überwunden worden. Sein großes Geschichtswerk, die Annalen, hat über ein Jahrhundert als ungedrucktes Manuskript brachgelegen und war trotz seiner Bedeutung überholt, als 1843—1846 Pertz es druckte. Ganz anders die allgemeinen juristischen Lehren.

LEIBNIZ hatte keine großen Hoffnungen auf die Universitäten gesetzt. Sie waren damals vielfach geistig im Verfall. Die Akademien sollten die Forschung tragen. Freilich scheint er für die juristischen Fakultäten der Universitäten einen etwas abweichenden Standpunkt eingenommen zu haben; in ihnen regte sich damals neues Leben. Jedenfalls sind sie die Träger seiner Ideen geworden.

Allen voran das neu gegründete Halle. Hier nahm Christian Thomasius viele der LEIBNIZschen Gedanken naturrechtlich und rechtshistorisch auf; dann folgte seit 1706 der allmählich alles beherrschende LEIBNIZ-Schüler Christian Wolff mit seinem dogmatistisch detaillierten Naturrechtssystem, pedantisch und unhistorisch, aber doch ein großer Erzieher zu strenger juristischer Begriffsbildung.

Auf der anderen Seite stand das ebenfalls neu begründete Göttingen, dort folgte man besonders den rechtshistorischen Forderungen der LEIBNIZschen Lehre; zum Teil angeregt durch Thomasius, zum Teil über Hannover in direktem Anschluß an LEIBNIZ. Ende des 18. Jahrhunderts war Göttingen die »historische Universität«. Pütter übte im öffentlichen Recht die rechtsgeschichtliche Forschung und Lehre, bald folgte Gustav Hugo und der jugendliche Eichhorn.

Aber die letzte entscheidende Wendung trat an anderer Stelle ein. Wir feiern in diesem Semester das 400jährige Jubiläum der Universität Marburg, und vielleicht das größte Ereignis in dem ganzen Leben dieser Universität liegt auf dem Gebiete der Rechtswissenschaft. In Marburg hatte von 1723 bis 1740 der aus Halle schnöde vertriebene Christian Wolff gelehrt und von dort aus auch seine naturrechtlichen Gedanken weithin verbreitet; sie wurden nach

Digitized by Google

seinem Fortgange in Marburg eifrig weiter gepflegt. Aber auch die rechtshistorische Richtung hatte in Marburg ihren Sitz, und sie verkörperte sich am Ende des 18. Jahrhunderts in dem exakt arbeitenden Romanisten Philipp Friedrich Weis. Weis aber hatte das Glück, daß 1795 Friedrich Karl von Savigny sein Schüler wurde. 1800 habilitierte sich Savigny in Marburg und 1803 veröffentlichte er von dort aus sein berühmtes Buch über den Besitz, den Grundstein der historischen Rechtsschule und damit der gesamten modernen Rechtswissenschaft. Savigny ist niemals Rechtsphilosoph gewesen, er verfolgte die Bahnen von Weis, und sein Kampf richtete sich zum guten Teil gegen das Naturrecht. Aber es wäre doch ganz falsch, den Einfluß des Naturrechts und insbesondere der weitverbreiteten Wolffschen Lehre auf Savigny zu leugnen. Wir wissen heute, daß seine Besitzlehre und noch mehr sein späteres Pandektenwerk keineswegs nur reines römisches Recht enthielt, sondern daß seine Leistung von scharfen dogmatischen Gedanken durchzogen war, die Neues brachten und die letzten Endes doch aus der Christian Wolffschen Schulstube stammten. Zudem hat Savigny, wie Manigk dankenswert ausgeführt hat, eine freie Fortbildung des Rechts, wo es Lücken zeigt, aus innerer Kraft durch Doktrin und Rechtsprechung keineswegs abgelehnt, sondern im Gegenteil gefordert. Das aber ist im Grunde die Leibnizsche juristische Methode, wenngleich Savigny seinen Begriff der Gerechtigkeit und der bona fides im wesentlichen auf die Lehre der Stoa stützte, wie er sie in den Pandekten vorfand. Aber stand Leibniz der Stoa und Aristoteles nicht ebenfalls nahe?

So leben in Savigny die grundsätzlichen Lehren von Leibniz fort, praktischer zusammengefaßt und vor allem am entscheidenden Punkte, d. h. im Zivilrecht, wirklich durchgeführt: in Savigny fand Leibniz seine Erfüllung. Nicht etwa ist Leibniz, wie man wohl gemeint hat, der eigentliche Begründer der historischen Rechtsschule, aber er ist in Deutschland ihr wichtigster Vorläufer. Das ist er jedoch nicht nur für die rechtshistorische Seite unserer neueren Jurisprudenz, sondern, was ebenso wichtig ist, auch für die dogmatisch-praktische. Er ist zugleich der Vorläufer der erst heute allmählich sich ernstlich durchsetzenden Rechtsvergleichung.

Und wenn die heutige Rechtsphilosophie die Gerechtigkeitsidee weiter vertiefen muß und damit über Savigny und auch über Kant hinausstrebt, so wird bei dieser Arbeit die von Leibniz gegebene tiefe Begründung des Gerechtigkeitsgedankens aus dem Gedanken der caritas sapientis, der Liebe Gottes und der Nächstenliebe, in steigendem Maße Bedeutung für diese letzte und höchste Frage der Jurisprudenz gewinnen müssen. Das Recht, das Leibniz in den Sternen fand, leuchtet noch heute, und seine Gedanken schweben nicht nur über der Gesetzgebung, sondern auch über der Rechtswissenschaft des 19. Jahrhunderts und unserer Tage.

Digitized by Google

Es folgten die Antrittsreden der neu eingetretenen Mitglieder, auf die von den Sekretaren erwidert wurde.

Antrittsreden und Erwiderungen.

Antrittsrede des Hrn. v. Ficker.

Wenn ich heute den Dank für die Auszeichnung ausspreche, die mir durch die Wahl in die Akademie der Wissenschaften zuteil geworden ist, so darf ich dabei die Besorgnis nicht verhehlen, ich möchte neben den Männern, die bisher im Rahmen der Akademie die Meteorologie vertreten haben und noch vertreten, nicht als gleichwert befunden werden. Ihnen wenigstens in dem Streben, mit allen Kräften an der Entwicklung unseres Forschungsgebietes weiter zu arbeiten, gleich zu sein, empfinde ich als vornehmste Pflicht.

Mein Vorgänger im Lehramte und in der Leitung des Preuß. Meteorologischen Instituts hat bei seiner Aufnahme in die Akademie darauf hingewiesen, daß seine Wahl zum Mitgliede gewissermaßen die Anerkennung der Meteorologie als einer selbständig gewordenen Wissenschaft bedeute, da Dove und Bezold trotz ihrer großen Bedeutung für die Entwicklung der Meteorologie sich doch immer als Physiker gefühlt hätten. Seit jener Antrittsrede Hrn. Hellmanns sind 15 Jahre verflossen, und während dieses Zeitraumes hat sich einerseits der Umfang meteorologischen Wissens stark vergrößert, anderseits aber auch die Einstellung der Öffentlichkeit gegenüber der Meteorologie stark gewandelt. Als Wissenschaft müßte natürlich die Meteorologie auch dann betrieben werden, wenn ihren Ergebnissen noch keine praktische Bedeutung zukommen würde. Es hat aber gerade die Mitwirkung der Meteorologen im Kriege den Beweis geliefert, wie groß der Nutzen der Meteorologie in praktischer Beziehung ist. Wenn heute in vielen Ländern der Erde für den meteorologischen Dienst weitaus größere Mittel zur Verfügung gestellt werden als vor dem Kriege, so ist das vielfach der wichtigen Rolle zuzuschreiben, die im Gaskriege, im Luftkriege, im Kampfe der schweren Geschütze den Meteorologen zugefallen ist und die dazu geführt hat, daß z. B. in Frankreich der meteorologische Dienst nach dem Kriege unter militärische Aufsicht und Leitung gestellt worden ist. Aus naheliegenden Gründen wäre im Deutschen Reiche eine Weiterentwicklung der Meteorologie unter praktisch-militärischen Gesichtspunkten nicht möglich gewesen. Wenn trotzdem auch bei uns der meteorologische Dienst, von dem die wissenschaftlich-meteorologische Forschung nicht getrennt werden kann, ausgedehnter und intensiver geworden ist, so hängt das wesentlich mit der Entwicklung des Luftverkehrswesens zusammen, für das die meteorologische Beratung unerläßlich ist. Glücklicherweise ist die Meteorologie infolge großer Fortschritte in der wissenschaftlichen Erkenntnis atmosphärischer Zusammenhänge heute imstande, den neuen und wichtigen Aufgaben besser gerecht zu werden, als es noch vor zwei Dezennien möglich gewesen wäre. Ich erinnere in dieser Beziehung an den großen Fortschritt, den V. Bjerknes — ebenfalls unter dem Zwange der durch den Krieg geschädigten Ernährungslage Norwegens

Digitized by Google

— durch die Aufstellung der Polarfronttheorie für die praktische und theoretische Meteorologie erreicht hat.

Daß neben einer skandinavischen Meteorologenschule, deren Führer ich eben nannte, schon vorher sich Österreich zu einem Zentralpunkte meteorologischer Forschung entwickelt hatte, hat seine Ursache vornehmlich darin, daß in Österreich seit langen Jahren an jeder Universität eine Lehrkanzel für Meteorologie vorhanden gewesen ist. Noch heute hat ja das zum Kleinstaat gewordene Österreich mehr planmäßige Professuren für Meteorologie und Geophysik als das große Deutsche Reich. Diese österreichische Schule hat als ihr Haupt stets Julius Hann verehrt, wenn auch nur wenige der jüngeren Meteorologen unmittelbare Schüler Hanns gewesen sind, sondern Lehrlinge seines Schülers Trabert. Weniger eigene Neigung als Traberts unvergleichliches Lehrtalent haben auch mich zur Meteorologie geführt. Bekanntlich gibt es in der Meteorologie zwei verschiedene Arbeitsrichtungen: Während ein Meteorologe sich den Geographen verwandt fühlt und statistisch-klimatologische Arbeitsmethoden bevorzugt, fühlt sich ein anderer durchaus als Physiker und schätzt alles gering, was nicht reinlich durch Differentialgleichungen dargestellt werden kann. Vor solcher Einseitigkeit bewahrten uns Hann und Trabert, und so liegen auch meine eigenen Arbeiten teils auf dem Gebiete der atmosphärischen Dynamik, teils auf dem der Klimatologie. Aufgewachsen in den Alpen und beruflich lange an alpenländische Universitäten gebunden, hatte ich besondere Neigung für Probleme der alpinen Meteorologie. Meine ersten Untersuchungen beschäftigten sich mit dem Mechanismus der Föhnerscheinungen, den ich später auch durch zahlreiche Ballonaufstiege zu ergründen suchte. An eine Klarlegung der klimatologischen Verhältnisse meines Heimatlandes Tirol schlossen sich Untersuchungen über die meteorologischen Verhältnisse Innerasiens, namentlich der Pamirgebiete, die ich, ebenso wie die Hochgebirgsgebiete des Kaukasus, auch durch persönliche Bereisung kennengelernt habe. Eine Untersuchung über den Transport von Kaltluftmassen über die Alpen führte mich zu weitläufigen Arbeiten über die Ausbreitung kalter und warmer Luftmassen in Nordasien, und bereits vor dem Kriege konnte ich Ergebnisse ableiten, die in Verbindung mit den Anschauungen von M. Margules und F. Exner das wesentliche Gerüst der später von V. Bjerknes formulierten Polarfronttheorie darstellen. Während ich als Kriegsgefangener jahrelang in Rußland weilte und durch die Vermittlung Seiner Kgl. Hoheit des Prinzen Karl von Schweden gleich anderen gefangenen Hochschullehrern die Möglichkeit erhielt, mich an der Universität Kasan zu beschäftigen, sammelte ich das Material für spätere Arbeiten, deren Ergebnisse, wie ich glaube, eine wesentliche Modifikation der Polarfronttheorie und unserer Anschauungen über den Aufbau und die Entwicklung barometrischer Tief- und Hochdruckgebiete darstellen. Obwohl seit Aufnahme meiner Tätigkeit in Berlin die Leitung des Meteorologischen Institutes die für Forschungsarbeiten verfügbare Zeit stark einschränkt, gebe ich mich doch der Hoffnung hin, auch noch in Zukunft an der Weiterentwicklung des zuletzt erwähnten Problemkomplexes mitarbeiten zu können.

Digitized by Google

Erwiderung des Sekretars Hrn. Planck.

Hochgeehrter Herr Kollege! Indem ich Sie heute namens der Akademie als neugewonnenes Mitglied in diesem festlichen Kreise herzlich begrüße, darf ich zu meiner Freude hervorheben, daß Ihr Eintritt von der Akademie mit besonderer Genugtuung empfunden wird. Denn gerade weil, wie Sie schon erwähnt haben, die Vertretung der Meteorologie an unseren Hochschulen im Vergleich zu der Bedeutung, die diese Wissenschaft in neuerer Zeit erlangt hat, eine verhältnismäßig spärliche ist, legt die Akademie doppelten Wert darauf, in dieser Beziehung mit der Steigerung der Bedürfnisse der Praxis möglichst Schritt zu halten und anderen Instituten in dieser Richtung voranzugehen.

Zwar hat unsere Akademie von jeher an dem Standpunkt festgehalten, daß die auf die reine Erkenntnis gerichtete Forschung ihre Begründung und ihren Lohn in sich selber findet, und daß der Rang einer Wissenschaft nicht nach der Zahl der praktischen Aufgaben bemessen werden darf, die sie jeweils zu lösen versteht. Aber sie hat sich auch auf der anderen Seite niemals der Wahrheit verschlossen, daß eine jede Wissenschaft im Grunde dem Leben dient, und daß sie eintrocknen und verkümmern müßte, wenn sie nicht von dieser Seite immer wieder neues Blut und neue Impulse zugeführt erhielte. Man darf in diesem Zusammenhange wohl ohne Übertreibung sagen, daß unter allen Naturwissenschaften die Meteorologie diejenige ist, deren Bedeutung sich dem menschlichen Leben tagtäglich am unmittelbarsten aufdrängt, und deren letzte Ziele auch dem naivsten Laienverstande einleuchten müssen. Ein hübscher Zufall hat es gefügt, daß das volkstümliche Wort »Meteor« im Verlauf unserer heutigen Sitzung noch einmal, zwar in ganz anderem, aber doch in einigermaßen verwandtem Zusammenhang an unser Ohr klingen wird.

Im schroffen Gegensatz zu dieser Popularität stehen die unermeßlichen Schwierigkeiten, mit denen der wissenschaftliche Meteorologe zu kämpfen hat, um die Probleme, deren Lösung man von ihm erwartet, auch nur um ein weniges weiter zu fördern. Kein Wunder, daß mancher Forscher dadurch gelegentlich zu einer bewußt resignierten Einstellung getrieben wurde. Noch vor einem Menschenalter hat unser Meteorologe Wilhelm von Bezold die Forderung einer streng physikalischen Ableitung der Wetterprognose als eine unbillige Zumutung nachdrücklich abgelehnt. Erst als zu der ursprünglichen Methode der rein statistischen Registrierung sich eine auf dynamische Prinzipien fußende Betrachtungsweise gesellte, wurde ein entscheidender Fortschritt spürbar, und wenn auch das von V. Bjerknes kühn ins Auge gefaßte Ziel der vollständigen Integration aller maßgebenden Differentialgleichungen einstweilen sich noch als zu hoch gesteckt erwies, so darf doch die von diesem Forscher aufgestellte Polarfronttheorie als ein wichtiger Schritt auf dem eingeschlagenen Wege bewertet werden.

Da ist es von doppelter Bedeutung, daß Sie, Hr. von Ficker, durch Ihre Arbeit in diese Entwicklung der Dinge entscheidend mit eingegriffen haben, zuerst durch Ihre Untersuchungen über die Dynamik der Föhnerscheinungen

Digitized by Google

in den Alpen. In Ihren bald darauf folgenden Studien betreffend den Transport kalter Luftmassen über die Zentralalpen zeigten Sie wohl zum erstenmal die Bedeutung der Diskontinuitätsflächen für den Aufbau der Depressionen, und in den Ergebnissen Ihrer späteren umfangreichen Untersuchungen über Kälte- und Wärmewellen in Rußland und Nordasien ist bereits ein großer Teil der Bjerknesschen Polarfronttheorie enthalten. Auf der andern Seite konnten Sie aber auch schon einen verbesserungsbedürftigen Punkt jener Theorie feststellen durch den Nachweis, daß für die Entwicklung der Depressionen die Vorgänge in sehr großen Höhen der Atmosphäre tatsächlich eine weitaus größere Bedeutung besitzen, als nach der Polarfronttheorie ursprünglich angenommen wurde.

In allen diesen Leistungen erblickt die Akademie die Gewähr für einen fruchtbaren Ertrag Ihrer ferneren Lebensarbeit, und sie wußte daher, als es sich um die Wahl des Nachfolgers von Gustav Hellmann handelte, keinen Würdigeren als Sie zu finden, um dessen Werk hier in Berlin fortzusetzen.

Aber es kommt bei Ihnen noch ein anderes hinzu. Ihr starkes, in den verschiedensten Lebenslagen betätigtes Interesse für die Wissenschaft ist nur ein Ausfluß einer tiefer in Ihnen ruhenden Anlage: einer unbegrenzten, nach Auswirkung verlangenden Liebe zur Natur, in welcher Form und wo immer sie Ihnen entgegentreten möge, sei es in den Alpen Ihrer süddeutschen Heimat, sei es auf hoher See oder in den wilden Steppen Turkestans. Mit dem scharfen, durch Formelkram unbeirrbaren, bei allen Dingen auf den Grund spähenden Blick des Forschers verbinden Sie das feine, für jegliche Schönheit der umgebenden Wirklichkeit empfängliche Auge des Künstlers und verarbeiten Ihre reichen, in Erlebnissen mannigfacher Art gesammelten Erfahrungen mit gesundem Urteil zum erfolgreichen praktischen Handeln. Dafür gibt es keinen schöneren Beweis als den Umstand, daß Sie sogar während der harten Monate Ihrer Kriegsgefangenschaft in Kasan die Gelegenheit ausfindig machen konnten, für Ihre Wissenschaft und damit auch für Ihr fernes Vaterland nützliche Arbeit zu leisten.

Auch jetzt haben Sie wieder Ihre Kenntnisse russischer Verhältnisse verwertet, um die Pläne für die neuerdings in Aussicht genommene Pamirexpedition auszuarbeiten, in welcher deutsche und russische Gelehrte mit vereinten Kräften zusammenwirken sollen. Sie wissen, daß die Akademie auch auf diese Art Ihrer Tätigkeit Wert legt, da sie gern das ihre dazu beiträgt, um die durch die Kriegszeiten unterbrochene internationale wissenschaftliche Zusammenarbeit allmählich wieder in Gang zu bringen. So dürfen wir mit voller Zuversicht den weiteren Proben Ihrer frischen Kraft entgegensehen und auf Ihre bereitwillige und erfolgreiche Mitarbeit an den Aufgaben Ihres Interessengebietes rechnen.

Antrittsrede des Hrn. Hesse.

Der heutige Tag bietet mir willkommenen Anlaß, meinem Dank für die Aufnahme in die Akademie der Wissenschaften Worte zu geben. Er wird zugleich zu einem Tag der Einkehr für den Neuaufgenommenen, der über seinen wissenschaftlichen Werdegang berichten soll.

Digitized by Google

Auf Umwegen bin ich zur Zoologie gekommen. Ich verließ das Gymnasium mit der Absicht, alles zu studieren, was deutsch ist: deutsche Sprache, deutsche Literatur und deutsche Geschichte. Aber die Neigung zur Beobachtung der lebenden Natur, die meinen Vater zum eifrigen Pflanzensammler, meinen Bruder zum erfolgreichen Schneckenforscher und mich selbst während meiner Schulzeit zum Beobachter der Vogelwelt gemacht hatte, schlug wieder durch und gewann die Oberhand unter dem Einfluß der werbenden Kraft der Abstammungslehre; ich sattelte um und studierte Naturwissenschaften.

Die Abstammungslehre und die ihr eng angeschlossene Selektionstheorie Darwins beherrschten damals das wissenschaftliche Denken in der Zoologie. Treffliche Stützen für jene Lehre ergaben sich aus den morphologischen Untersuchungen z. B. der Gegenbaurschen Schule; solche wurden daher mit Vorliebe gepflegt und hauptsächlich mit dem Ziele unternommen, phylogenetische Zusammenhänge zu erkennen. Aber ich hatte das Glück, in Theodor Eimer einen Lehrer gefunden zu haben, der immer wieder darauf hinwies, daß nur die Vereinigung der morphologischen mit der physiologischen Betrachtungsweise, die Betrachtung der Form im Lichte der Funktion, die Betrachtung der Einzelleistung im Zusammenhange mit dem Ganzen zum wirklichen Verständnis eines Organismus führen könne. Indem die Morphologie die Tiere in ihre Teile zerlegt und diese nach ihrem Bau untersucht und vergleicht, vergißt sie darüber nur gar zu leicht das Ganze. Dann trifft auf sie Goethes Spott zu:

> Wer will was Lebendiges erkennen und beschreiben,
> Sucht erst den Geist herauszutreiben;
> Dann hat er die Teile in seiner Hand.
> Fehlt, leider, nur das geistige Band.

Die physiologische Anatomie dagegen bindet die Teile wieder zum Ganzen; sie liefert jenes »geistige Band«, das »den großen Gedanken der Schöpfung noch einmal denkt«. Das damals über dem Streit um die Abstammungslehre fast ganz vergessene kostbare Werk von Carl Bergmann und Rudolf Leuckart, Anatomisch-physiologische Übersicht des Tierreichs, wurde mir zum Vorbild bei meinen biologischen Arbeiten. Die Botanik besaß schon in Hrn. Haberlandts physiologischer Pflanzenanatomie ein modernes Werk in solcher Betrachtungsweise; ich versuchte es für die Zoologie zu schaffen im 1. Bande des mit Franz Doflein bearbeiteten Buches »Tierbau und Tierleben, in ihrem Zusammenhang betrachtet«. Die physiologische Anatomie erforscht den Zusammenhang zwischen Form und Funktion und das Zusammenwirken der Organe zur Funktionseinheit, kurz die Zusammenstimmung der Teile des Lebewesens, seine Entharmonie. Aber sie bedarf der Ergänzung. Für das Verständnis des Organismus genügt es nicht, zu wissen, wie die Körpermaschine planmäßig läuft. Seine Betätigung und damit seine Formbildung wird wesentlich mitbestimmt durch die Einflüsse und Anforderungen der Umwelt, in der er lebt. Wie die Bestandteile des Lebewesens im Innern miteinander im Einklang stehen, so muß auch der ganze Organismus mit seiner Umwelt harmonisch zusammenwirken. Der gleiche Grundplan muß für jede besondere Umwelt modifiziert werden, damit nicht die Umwelteinflüsse störend in den

Digitized by Google

Gang der Maschine eingreifen, vielmehr nach Möglichkeit zur Förderung ausgenutzt werden. Ein Vergleich soll das erläutern. Ein Benzinmotor wird bei gleichbleibender Arbeitsweise anders gebaut sein müssen, wenn er in einer Werkstätte auf festem Unterbau steht, anders wenn er das bewegliche Motorboot treibt, anders wenn er in das schwanke Flugzeug eingebaut wird. Das Gewicht seiner Teile, die Sicherung gegen Erschütterungen, die Mittel zur Kühlung können und müssen bei den gegebenen Verwendungsarten verschieden sein. So stellt auch jede Umwelt an den Organismus ihre besonderen Anforderungen. Eine Antilope muß in der tropischen Steppe andere Eigenschaften haben als im Hochgebirge am Rande des ewigen Schnees, oder eine Riffkoralle, die von den Brandungswellen umtost wird, sieht anders aus als ihre Verwandten im ruhigeren Wasser von 20 m Tiefe. Der Organismus kann nur leben, wenn er zu seiner Umgebung in Harmonie steht; der Entharmonie stellt sich die Epharmonie, der Einklang mit der Umwelt, gleichberechtigt zur Seite. Die Erforschung der Epharmonie ist das Ziel jener Teilwissenschaft der Biologie, die Ernst Haeckel als Ökologie bezeichnet hat. Es war naheliegend, von der physiologischen Anatomie, von der Betrachtung des Tieres für sich, im Laboratorium, überzugehen zur Ökologie, zur Betrachtung des Tieres in seinen »natürlichen Existenzbedingungen«, zur Analyse seines »Kampfes ums Dasein«.

Ein äußerer Anlaß förderte bei mir diese Entwicklung. Mein Freund Alfred Hettner, der Heidelberger Geograph, legte mir vor mehr als 20 Jahren (1904) dringend nahe, über eine kausale Tiergeographie nachzudenken. Ich habe diese Anregung seitdem nicht aus den Augen verloren. Mehr und mehr sammelten sich Tatsachen der Tierverbreitung, die eine gedankliche Verknüpfung gestatteten; mit den Erfolgen wuchs der Eifer, und so entstand in langjähriger Arbeit eine »Tiergeographie auf ökologischer Grundlage« (1924). Bei einem solchen ersten Versuch war es freilich oft nur möglich, die Fragen zu stellen, die Probleme zu formulieren — doch das ist ja der erste Schritt zur Lösung. Wir stehen hier noch in den Anfängen der Erkenntnis. Überall in der Ökologie wimmelt es von offenen Fragen, die eine reiche Ernte von Ergebnissen versprechen. Statistische Feststellungen weisen den Pfad; experimentelle Untersuchungen müssen die Zusammenhänge aufdecken. Ein weites Feld für fröhliche Arbeit! Ich kann mir nichts Besseres wünschen, als auch in Zukunft daran mitwirken zu können.

Erwiderung des Sekretars Hrn. Rubner.

Wir begrüßen Sie heute in unserer Mitte als Gelehrten, dessen Wahl wesentlich zur Ergänzung und Vervollständigung der Vertretung der biologischen Disziplinen berufen ist.

Nach einer kurzen Abschweifung auf das Gebiet der Philologie haben Sie sich nach reiflicher Selbstprüfung in Ihrem Universitätsstudium den Naturwissenschaften und speziell der Zoologie zugewandt.

Ihre akademische Laufbahn hat Sie vor die verschiedensten Lehr- und Unterrichtsaufgaben gestellt, niemals aber hat das Lehren Ihren Forscherdrang zu hemmen oder zu schwächen vermocht.

Digitized by Google

Zahlreich sind Ihre ausgezeichneten anatomischen und entwicklungsgeschichtlichen Untersuchungen, besonders an niederen Tieren. Das lebhafteste Interesse haben Sie aber stets den großen, die Biologie bewegenden Fragen zugewandt, der Abstammungslehre, dem Darwinismus. Und später waren es Ihre tiergeographischen Studien, die allseitig größte Beachtung gefunden haben. Die Verbreitungsweise der Tiere über die Erde zeigt uns die physiologischen Funktionen in voller Auswirkung und gibt zugleich ein klares Bild von den form- und funktionbeeinflussenden Faktoren der Außenwelt.

Von größter allgemeiner Bedeutung ist Ihr dem Gedenken an Bergmann und Leukart gewidmetes Werk: Der Tierkörper als selbstständiger Organismus. Der Zusammenhang zwischen Bau und Funktion wird mit vollendeter Klarheit behandelt. Mit voller Beherrschung des Stoffes geschrieben, ist das Werk nicht nur anregend für den Fachmann, sondern vor allem durch die gewandte Darstellung befähigt, ein lebhaftes Interesse für die Zoologie auch in weiteren Kreisen wachzurufen.

Wir erhoffen von Ihnen, Hr. Hesse, auch für die Zukunft eine rege Mitarbeit an den großen Zielen Ihres Spezialgebietes und vor allem eine rege Förderung der speziellen Aufgaben unserer Akademie.

Antrittsrede des Hrn. Lietzmann.

Nach der alten Sitte der Akademie trete ich am heutigen Feiertage vor diese erlauchte Versammlung, um ihr Rede zu stehen auf die homerische Frage: *Τίς, πόθεν εἰς ἀνδρῶν, πόθι τοι πόλις ἠδὲ τοκῆες;*

Meine geistige Jugendheimat ist die alte Lutherstadt Wittenberg. Der Leiter des im besten Stil der alten Zeit betriebenen Gymnasiums, Heinrich Guhrauer, hat mich die klassischen Werke der deutschen, griechischen und lateinischen Literatur mit warmem Herzen lesen und meine Muttersprache mit Sorgfalt sprechen und schreiben gelehrt. Mein Religionslehrer Hermann Halfmann, ein Schüler Paul de Lagardes, führte mich in die wissenschaftliche Behandlung theologischer Probleme und in die Elemente der hebräischen und anderer semitischen Sprachen ein. Die von beiden Männern ausgehenden Wirkungen verschmolzen sich bei mir in dem Wunsche, das Studium der Theologie mit dem der klassischen Philologie zu einer innerlichen Einheit zu verbinden, und daraus ist mir im Laufe der Zeit meine Lebensaufgabe erwachsen: an der Erforschung der Geschichte des Christentums in der Alten Welt mitzuarbeiten. Das Bonner philologische Seminar ist meine Schule, Hermann Usener mein Lehrer gewesen, der durch seine religionsgeschichtlichen Arbeiten wie durch seine überragende Persönlichkeit meine Entwicklung entscheidend bestimmt hat. Neben ihm nenne ich in dankbarer Verehrung vor anderen Franz Buecheler und Eduard Grafe.

Als ich in die Welt der Wissenschaft eintrat, stand Adolf von Harnack in der Vollkraft seiner Mannesjahre. Er hatte in weit umfassender Arbeitsleistung von innen heraus die Entwicklung der alten Kirche unter den Gesichtspunkten der Geschichte des Dogmas, der Verfassung und der Literatur durchforscht und war mit den grundlegenden Arbeiten für das Kirchenväterkorpus

Digitized by Google

beschäftigt, durch welches die Akademie Zeugnis davon ablegte, daß sie bereit sei, die wissenschaftliche Behandlung der Probleme des alten Christentums in größtem Maßstabe durch ihre Mittel und ihre Organisation zu fördern. Hermann Usener und bald auch Albrecht Dieterich unternahmen es, christlichen Glauben und kirchlichen Brauch vom griechisch-römischen Kulturkreis aus zu deuten, Richard Reitzenstein wies auf Ägyptisches hin, und gleichzeitig begann die junge »religionsgeschichtliche Schule« der Theologen die im Alten Testament schon längst geübte Methode der vergleichenden Verwertung orientalischer und primitiver Religiosität auf das Urchristentum zu übertragen.

Auf dem Gebiet der klassischen Philologie hob sich aus dem Staub von Jahrtausenden das Bild der griechischen Religion: Erwin Rohdes Psyche und die Tragikerbücher Ulrichs von Wilamowitz wurden weit über die Kreise der Fachphilologie hinaus mit Begeisterung gelesen. Georg Wissowa zeichnete die Grundzüge einer Geschichte der römischen Religion, und in Franz Cumonts Mithraswerk sah man zum erstenmal eins der größten Probleme aus der Religionsgeschichte der Kaiserzeit musterhaft behandelt. Zu der ständig wachsenden Zahl der Inschriften gesellte sich die neue Welt der Papyri und eröffnete ungeahnte Forschungsmöglichkeiten. Archäologische Entdeckungen vornehmlich in Italien und Kleinasien brachten lebendige Anschauung vergangenen Wesens. Und hinter all dem dehnte sich das gewaltige Lebenswerk Theodor Mommsens und schuf die breite Grundlage für die politische, wirtschaftliche und kulturelle Erforschung der römischen Kaiserzeit.

Diese Fülle der Gesichte hat mich seit jungen Jahren umgeben, und ihre Wirkung hat sich im Laufe des inzwischen verflossenen Menschenalters nur noch verstärkt. Sie hat mich stets gemahnt, bei aller theologischen Arbeit die Verbindung mit der Gesamtwissenschaft von der Antike im Auge zu behalten und meinen Horizont nach Kräften zu erweitern. So habe ich es als ein besonders gütiges Geschick empfunden, daß ich oft und lange im Süden weilen und alte Denkmäler studieren durfte — und daß Georg Loeschcke als ein vorbildlicher Lehrer mir dafür die Augen öffnete.

Meine wissenschaftliche Produktion ist nicht planmäßig angelegt, sondern ich habe die Probleme angegriffen, wie sie mir in den Weg kamen. Die strenge Zucht der Bonner Schule bewahrte vor dem Streben nach vorschneller Zusammenfassung und wies zunächst den Weg der Kleinarbeit an den Quellen. So habe ich mit handschriftlicher Sammelarbeit begonnen, und allmählich führten mich Editionen und Einzelstudien in die verschiedensten Gebiete und Perioden der alten Kirchengeschichte. Für eine die neuen Gesichtspunkte auswertende Erklärung des Neuen Testaments fanden sich bereitwillige Mitarbeiter, während die Aussicht, auch dem Text des Neuen Testaments entscheidende Dienste leisten zu können, schnell dahinschwand — wenn ich auch nicht von der Hoffnung lasse! Mit besonderer Liebe hänge ich am Studium der Liturgik, in das mich Meister Usener einst einführte, und an dem der christlichen Archäologie, die noch in viel höherem Grade als bisher für die Erkenntnis altchristlicher Frömmigkeit ausgewertet werden kann, andrerseits aber auch im Zusammenhang mit der Kunstgeschichte der Spätantike überhaupt begriffen werden muß.

Digitized by Google

Der Gegensatz zwischen der ungeheuren Größe der mich umgebenden Gebiete und der Arbeitsleistung des einzelnen hat mich früh die Bedeutung planmäßiger Organisation wissenschaftlicher Unternehmungen erkennen gelehrt, und die beglückende Wirkung des persönlichen Verkehrs mit führenden Männern der Wissenschaft habe ich oft dankbar empfunden, oft auch schmerzlich entbehrt. Der Eintritt in die Akademie fügt mich als ein freudig dienendes Glied in Ihre stolze Organisation, und ich bin mir des innern Reichtums froh bewußt, den ich in Ihrem Kreise gewinnen darf. Und dafür sage ich Ihnen in dieser festlichen Stunde meinen ehrerbietigen Dank!

Erwiderung des Sekretars Hrn. Lüders.

Wir wissen, Hr. Lietzmann, daß es Ihnen nicht leicht geworden ist, die Stille der berggekränzten Universitätsstadt an der Saale, die Ihnen in 19 Jahren eine zweite Heimat geworden war, gegen das lärmende Getriebe der Großstadt zu vertauschen. Wir freuen uns, daß Sie schließlich doch Ihre Bedenken überwunden haben und dem Rufe an die Friedrich-Wilhelms-Universität gefolgt sind, weil uns in der Akademie dadurch die Möglichkeit ward, Sie den Unsern zu nennen. Wir sind überzeugt, daß ein Mann von Ihrer Vielseitigkeit der Interessen gerade in diesem Kreise reiche Anregung geben und empfangen kann. In Ihrer Selbstbiographie, deren Lektüre mir einen großen Genuß bereitet hat, nicht zum wenigsten wegen der Wärme in der Darstellung Ihrer Beziehungen zu befreundeten Menschen, haben Sie geschildert, wie den Knaben durchaus die Neigung zur Mathematik und den Naturwissenschaften beherrschte, wie Ihnen erst in den letzten Schuljahren unter der Leitung trefflicher Lehrer der Blick für die Welt des Altertums aufging und das Interesse für theologische Fragen erwachte, bis Ihnen der Entschluß feststand, Ihre Arbeit der Erforschung des christlichen Lebens in der Antike zu widmen. Hermann Usener ist Ihnen der Führer geworden zur Philologie, die die Grundlage aller geschichtlichen Erkenntnis der Vergangenheit bleibt und die Ihren Arbeiten, von der Erstlingsschrift über den Menschensohn angefangen, ihr charakteristisches Gepräge verleiht. Sie haben sich dabei nicht auf das Griechische oder Lateinische beschränkt; Ihre Untersuchungen haben den syrischen Apollinarisfragmenten gegolten wie der Vorlage der Bibelübersetzung des Ulfilas. Mit der Ihnen eigenen Vorsicht und Gründlichkeit haben Sie sich immer wieder bemüht, durch ausgedehnte Handschriftenstudien die festen Fundamente für Ihre Arbeiten zu schaffen. Ihr Plan der Sammlung der Catenen ist vor 30 Jahren sogar unserer Akademie zu weitschichtig erschienen; Sie haben sich glücklicherweise dadurch nicht abschrecken lassen. Weitschauenden Blickes haben Sie aber auch erkannt, daß die literarischen Quellen die Ergänzung durch das Studium der Denkmäler erfordern, und so dürfen wir Sie nicht nur als Philologen und Kirchenhistoriker begrüßen, sondern auch als den hervorragendsten Vertreter der christlichen Archäologie, die Sie im Rahmen der spätantiken Kunstentwicklung zu erfassen versuchen. Wie fruchtbar die gegenseitige Durchdringung archäologischer und liturgischer Studien werden kann, das haben Sie in Ihrem ertragreichen Buche über

Digitized by Google

Petrus und Paulus in Rom gezeigt. Sie sagen, daß Sie kein festumrissenes Programm Ihrer wissenschaftlichen Produktion vorzulegen, sondern die Probleme aufgegriffen hätten, wo sie Ihnen entgegentraten. Wenn ich, die Reihe Ihrer Schriften überschauend, mir als Laie ein Urteil erlauben darf, so scheint mir eine Vorliebe für die Forschung auf dem Gebiete des Kultus nicht zu verkennen — den Reiz, den die Arbeit an der Liturgik auf Sie ausübt, haben Sie selbst hervorgehoben —, und so dürfen wir vielleicht einst von Ihnen eine umfassende Geschichte des christlichen Kultus erwarten, der für das Leben der alten Kirche kaum von geringerer Bedeutung gewesen ist als die Lehre. Und nicht minder wünsche ich Ihnen und uns, daß die Hoffnung sich erfüllen möge, der Sie selbst Ausdruck gaben: mitwirken zu dürfen an der endgültigen Festlegung des Textes des Neuen Testamentes. Ihre Fähigkeiten und Neigungen lassen Sie für das große Werk in erster Linie berufen erscheinen.

Durch Ihre Übersiedlung nach Berlin sind Sie an einen Platz gestellt, der einer vita contemplativa wenig günstig ist, sondern zur vita activa und manchmal gar activissima drängt. Mag anfänglich auch Ihr Gefühl sich dagegen gesträubt haben, ich bin gewiß, daß Sie diesen Platz doch schließlich gern ausfüllen werden. Sie blicken mit frohen Augen in das Leben. Lebendige Anschauung ist Ihnen Bedürfnis; Ihre Reisen haben Sie bis Sizilien, bis Griechenland und Tunis geführt. Ihren scharfen Blick für das Praktische haben Sie durch die Begründung der »Kleinen Texte«, die im Verein mit Franchi de Cavalieri unternommene Herausgabe der Specimina codicum Graecorum Vaticanorum, ihre Tabulae in usum scholarum nicht weniger bewiesen wie durch die Leitung der Genossenschaft freiwilliger Krankenpfleger und der Landwirtschaft des Roten Kreuzes in den Jahren des Krieges. So dürfen wir wohl hoffen, daß Sie Ihr organisatorisches Geschick auch in den Dienst unserer Akademie stellen werden. Und sollte Sie der laute Tag zu wild umbranden, so werden Sie auch hier Gelegenheit haben, Ihrer alten Liebhaberei zu folgen und sich in das stille Reich der Sterne zu flüchten, um, wie einst in den auf der Jenaer Sternwarte zugebrachten Nächten, im Anschauen der ewigen Gesetzlichkeit kosmischen Geschehens den Frieden der Seele wiederzufinden.

Darauf wurden folgende Gedächtnisreden gehalten: von Hrn. Lietzmann auf Karl Holl, von Hrn. v. Wilamowitz-Moellendorff auf Gustav Roethe.

Gedächtnisrede des Hrn. Lietzmann auf Karl Holl.

Als Karl Holl am Pfingsttage vorigen Jahres seine Augen schloß, sind wir alle ärmer geworden. Die ihm nahestanden, verloren einen warmherzigen Freund von unbedingter Zuverlässigkeit, die Akademie einen ihrer treuesten Mitarbeiter, die Universität einen hervorragenden Lehrer, dessen Wirkung auf die Jugend sich gerade in größtem Ausmaß entfaltete, die Wissenschaft

Digitized by Google

einen Forscher von höchster Begabung und eisernem Fleiß, die evangelische Kirche einen geistesmächtigen Vorkämpfer, einen διδάσκαλος im altkirchlichen Sinn, das Vaterland einen treuen deutschen Mann von tiefglühender Vaterlandsliebe.

Er wurde am 15. Mai 1866 in Tübingen als Sohn des Oberreallehrers Karl Holl geboren und hat die von heimatlichem Brauch festumschriebene Ausbildung eines schwäbischen Theologen in Tübingen empfangen. Nach Abschluß seines Studiums besuchte er zur Erweiterung seines Gesichtskreises die Universitäten Berlin, Gießen und Marburg, wo er Adolf von Harnack, Karl Müller und Adolf Jülicher kennen lernte: und vor allen seinen Tübinger Lehrern sind ihm diese drei Männer für seine weitere wissenschaftliche Entwicklung bedeutungsvoll geworden, nicht eigentlich als Lehrer, denn er ist von früh an ein Mensch eigenster Prägung gewesen, aber als Berater, Mahner und bald auch als Freunde. Er trat zunächst als Vikar in den Dienst der württembergischen Kirche, promovierte aber in dieser Zeit auch zum Doktor der Philosophie und zum Lizentiaten der Theologie. 1891 wurde er Repetent im Tübinger Stift und hat hier in einer fast fünfjährigen Tätigkeit sich zu einem ausgezeichneten Erzieher der akademischen Jugend entwickelt. Inzwischen hatte Hr. von Harnack seine Bestandsübersicht über die altchristliche Literatur der Akademie vorgelegt und begann die Arbeit am griechischen Kirchenvätercorpus zu organisieren. Als wissenschaftlichen Hilfsarbeiter der Akademie berief er 1894 Karl Holl nach Berlin und gab damit seiner produktiven Tätigkeit den entscheidenden praktischen Anstoß. Im Dienst der Akademie ist Holl 1894—1900 herangewachsen, 1915 wurde er ordentliches Mitglied, und er hat bis an seinen Tod die Verbindung mit ihr als ein Glück seines Lebens empfunden.

Die erste Aufgabe, die an ihn herantrat, war die Bearbeitung der Sacra parallela des Johannes von Damaskus, und sie stellte sein Können auf die höchste Probe. Das Werk ist eine der typisch byzantinischen Blütenlesen aus den Schriften kirchlicher und weltlicher Autoren und vereinigt in drei Büchern eine mehrere tausend Nummern umfassende Menge von Zitaten, von kurzen Sprüchen bis zu umfangreichen Auszügen: es muß in seiner Urgestalt ein ungeheurer Wälzer gewesen sein. Aber in dieser Form haben wir es nicht mehr erhalten, sondern die vorhandenen, zum Teil bereits aus dem 9. Jahrhundert stammenden Handschriften bieten nur einzelne Bücher in mannigfach verkürzenden und anderes Material einschiebenden Überarbeitungen. Dazu kommt als weitere Schwierigkeit, daß Johannes selbst seinen Stoff nicht immer direkt den ursprünglichen Quellen entnommen hat, sondern seinerseits auch wieder auf älteren Florilegien fußt. Dadurch wird die Aufgabe der Recensio der Handschriften mit der Frage nach den Quellen des Werkes verknüpft und nicht wenig verwirrt. Mit eisernem Fleiß und bohrendem Scharfsinn ist Holl an die Arbeit gegangen und hat sie in wenig mehr als zwei Jahren gelöst. Wenn ihm von philologischer Seite Einwendungen vorgehalten wurden, die auf Grund einzelner Observationen am profanen Material gemacht waren, so durfte er sich mit Recht demgegenüber darauf berufen, daß sein Urteil auf der vollständigen Durcharbeitung der Quellen-

Digitized by Google

verhältnisse des theologischen Stoffes und damit des ausschlaggebenden Faktors für die Arbeit des in erster Linie doch für kirchliche Fragen interessierten geistlichen Verfassers beruhe. Zwei Jahre später (1899) folgte als Abschluß dieser Studien die Ausgabe der in jenem Sammelwerk enthaltenen Fragmente vornicänischer Kirchenväter. Wer Augen hatte zu sehen, konnte schon jetzt erkennen, daß der junge Hilfsarbeiter der Akademie eine angeborene und glänzend ausgebildete philologische Begabung besaß, die ihn zu den schwierigsten Editionsleistungen befähigte. Aber, was er konnte, verdankte er ausschließlich eigener Arbeit: durch eine philologische Schule ist er nie gegangen.

Aus der Arbeit an den Sacra parallela ist ein anderes Buch erwachsen, dessen Entstehung für die Arbeitsweise Holls bezeichnend ist: »Enthusiasmus und Bußgewalt im griechischen Mönchtum« (1898). Obwohl in den Sacra parallela vom eigenen Geist des Johannes von Damaskus doch nur indirekt etwas zu spüren ist, las Holl natürlich die sämtlichen Werke seines Autors durch und stieß dabei auf einen Brief über die Buße, für den die Autorschaft des Johannes umstritten war. Das Problem reizte ihn, er suchte nach dem Verfasser und fand ihn in dem um 1000 lebenden Konstantinopeler Mönch Symeon, dem »neuen Theologen«. Nun schrieb er eine Monographie über diesen kaum bekannten Autor, edierte den Text jenes Briefes auf neuer handschriftlicher Grundlage und wandte sich dann der Behandlung des durch den Text gestellten Problems zu: Wie kommt der Verfasser zu der Behauptung, daß an Stelle der von den Aposteln ursprünglich mit Binde- und Lösegewalt betrauten Bischöfe und Priester nachher die Mönche das Recht der Ausübung dieses Amtes bekommen haben, und daß es jetzt vom Verfasser nicht mehr als ein besonderes Standesprivileg betrachtet, sondern jedem zugeschrieben wird, der durch Geistesbesitz und heiligen Wandel sich als wahrer Jünger Christi ausweist — wobei naturgemäß der Stand der Mönche wieder im Vordergrund steht. Die Antwort gibt er in einer eindringenden Untersuchung über die innere Entwicklung des griechischen Mönchtums. In der Vita Antonii des Athanasius erkennt er die durch die Jahrhunderte fortwirkende Idealzeichnung des griechischen Mönches, der im Kampf gegen die Dämonen sich zum vollkommenen Jünger Christi emporarbeitet und das Kleinod der Heiligung seiner Persönlichkeit gewinnt. Und parallel mit der asketischen Leistung geht die Begabung mit göttlicher Gnade: Offenbarungen und Wundertaten bezeugen die Macht des in ihm wohnenden göttlichen Geistes. Indem Holl die Abwandlungen dieses Idealbildes auf kappadozischem und palästinensischem Boden und die Schicksale des Mönchtums von der islamitischen Zeit bis zum Untergang des byzantinischen Reiches verfolgt, führt er dem Leser in plastischer Lebendigkeit die treibenden Kräfte vor Augen, welche dem griechischen Mönchtum immer aufs neue wieder Leben eingehaucht haben. Dann wendet er sich mit gleicher Gründlichkeit zu der Frage nach dem Recht des Bindens und Lösens im Mönchtum, und wir erhalten eine Geschichte des Bußwesens in der griechischen Kirche, die sich nicht auf die äußeren Daten beschränkt, sondern überall das Wesen der Sache scharf herauszuarbeiten versteht. Zur Vervollständigung muß noch hinzugefügt werden, daß dieses ganze große Geschichtsbild auf breitester Quellenlektüre und insbesondere auf genau-

Digitized by Google

ester Kenntnis der vom normalen Weg der Kirchenhistoriker ziemlich abseits liegenden Heiligenbiographien beruht. Und mit dieser Arbeit war ihm der Weg zum Verständnis des Wesens morgenländischer Kirchenfrömmigkeit von der Seite des Mönchtums aus gewiesen: und er hat diesen Weg immer wieder aufs neue betreten.

1907 erschien seine feine Studie über die Bedeutung der Säulenheiligen für das Aufkommen der Bilderverehrung in der morgenländischen Kirche. Eine nebenabfallende Frucht dieser Durchmusterung der Heiligenviten war sein Aufsatz über das Fortleben der Volkssprachen in Kleinasien in nachchristlicher Zeit (1908). Dann aber ging er mit gesammelter Kraft an das literaturgeschichtliche Problem der schriftstellerischen Form des griechischen Heiligenlebens (1912) und zeigte in einer meisterhaften Untersuchung, wie sich hier der Geist des morgenländischen Mönchtums seinen Körper gebaut hat. Aber wenn der Mönch als christlicher Heros den Märtyrer der ersten Jahrhunderte ablöst, so muß auch die Geschichte der Märtyrerakten in analoger Weise vom Wesen des Märtyrers aus begriffen werden: im Jahre 1914 hat er diese parallele Untersuchung vorgelegt. Von solchem Einfühlen in den Geist der morgenländischen Religiosität ist er zur Beschäftigung mit dem russischen Kirchentum der Gegenwart gekommen: daß er zu diesem Zweck die russische Sprache bis zu einem recht erheblichen Grade der Beherrschung erlernte, verstand sich für ihn von selbst. Ein Aufsatz über die religiösen Grundlagen der russischen Kultur (1913) und eine Zeichnung Tolstois nach seinen Tagebüchern (1922) gaben Zeugnis von der Intensität seiner Arbeit.

Es ist überaus reizvoll zu sehen, wie diese Kette von Studien folgerichtig aus Holls innerstem Wesen heraus sich entwickelt. Ein rein überlieferungsgeschichtliches Problem drängt ihn zur Bekanntschaft mit der dahinterstehenden Persönlichkeit. Von hier kommt er durch eine literarische Verknüpfung äußerlicher Art zu einem theologischen Problem. Dieses löst er so, daß er über seine Vereinzelung herausgreifend es in den Zusammenhang einer tausendjährigen geschichtlichen Entwicklung stellt und, immer tiefer bohrend, seine Studie zur Geistesgeschichte des morgenländischen Mönchtums erweitert. Von dieser innerlichen Erfassung der Sache aus beleuchtet er nun die Entwicklung einer literarischen Form, der Mönchsbiographie. Von hier geht er folgerichtig zu der davor liegenden literarischen Erscheinung der Märtyrerakte über, deren Wesen nun aber wieder in analogem Verfahren auf seine geistigen Quellen zurückgeführt wird. Im Durchlaufen dieses Kreises wird die volle Bedeutung des heroischen Enthusiasmus für das morgenländische Kirchenwesen erfaßt und damit ein Schlüssel gewonnen, der die religiöse Psyche der für den Beginn unseres Jahrhunderts maßgebenden orientalischen Kirche, der russischen, erschließt.

Aber noch eine zweite Arbeitslinie läßt sich bei Holl verfolgen, die ihn zur Erkenntnis des Wesens orientalischer Religiosität leitet. Schon 1906 zeigt eine Studie über die Entstehung der Bilderwand in der griechischen Kirche, daß ihm die gewaltige Bedeutung der Liturgie voll aufgegangen ist. Nicht der überzeugende Nachweis, daß die Bilderwand der griechischen Kirche eine Nachbildung des antiken Theaterproszeniums ist, sondern die Verknüpfung

Digitized by Google

dieser Erkenntnis mit einer tiefen Erfassung des die griechische Liturgie belebenden religiösen Empfindens und der ihre Entwicklung bestimmenden Triebkräfte verleiht diesem Aufsatz seine besondere Bedeutung. Noch zweimal ist Holl später auf Fragen griechischer Liturgik eingegangen: beidemal in umfangreichen und für alle weitere Arbeit grundlegenden Untersuchungen. Anknüpfend an Hermann Useners klassisches Weihnachtsbuch nimmt er die Frage nach dem Ursprung des Epiphanienfestes (1917) neu auf und zeigt an dem durch eine Fülle von Dokumenten erkennbaren mannigfachen Inhalt des Festes, daß es aus mehreren Quellen zusammengeflossen sein muß. Als solche ermittelt er die mit mancherlei Nebenvorstellung verknüpfte im Osiriskult wurzelnde Wasserweihe der alten Ägypter und das Geburtsfest des Aion, beides in der Nacht vom 5. auf den 6. Januar gefeiert. Wenn man diese Untersuchung unter den Typus der religionsgeschichtlichen Forschung einreihen kann, so bietet die 1924 erschienene Abhandlung über die Entstehung der vier Fastenzeiten in der griechischen Kirche ein glänzendes Beispiel der Beleuchtung liturgiegeschichtlicher Probleme von der politischen Kirchengeschichte aus. In ähnlicher Richtung bewegt sich die letzte Arbeit aus seiner Feder, die er mit einem ergreifenden Vorwort Adolf Jülicher als Gabe für seinen 70. Geburtstag gewidmet hat. An ein Brieffragment des Epiphanius anknüpfend verfolgt er die Geschichte des Osterfestes und der sie bestimmenden kirchenpolitischen und religiösen Motive bis in die Wurzeln.

Neben der Geschichte des Mönchstums und der Liturgie steht aber noch ein dritter Faktor, der Karl Holls Forschung dauernd bedingt hat. Die Kirchenväterkommission der Akademie hat dem an den Sacra parallela erprobten Gelehrten eine ihrer schwierigsten Aufgaben auf die Schultern gelegt, die Herausgabe der Werke des Ketzerbestreiters Epiphanius. Die Arbeit an diesem Werk hat, schon rein zeitlich gemessen, wohl den größten Raum in Holls Leben eingenommen, und die Art, wie er sie angriff, ist für ihn höchst charakteristisch. Andere Leute pflegen nach Fertigstellung einer neuen Ausgabe vielleicht ein Namen-, Sach- und Wortregister zu dem neugestalteten Text herzustellen. Karl Holl hat mit dieser Registerarbeit begonnen und vor allem einmal einen nahezu vollständigen Wortindex zu der ihm als Druckvorlage dienenden Dindorfschen Ausgabe hergestellt, desgleichen ein Verzeichnis der Namen von Personen und Örtlichkeiten, der theologischen Begriffe und technischen Bezeichnungen, und sehr umfangreiche Sammlungen über den Sprachgebrauch, insbesondere über die Partikeln und die Syntax angelegt. So war er von der ersten Seite an in der Lage, zur Deutung und Textgestaltung jeder Stelle das gesamte Parallelenmaterial heranzuziehen und seine durch fortgesetzte Lektüre dieses sonst kaum von einem Menschen im Zusammenhang gelesenen Schriftstellers gewonnene Vertrautheit mit dem Autor zu verwerten. Daß er die auch hier nicht ganz einfachen Handschriftenverhältnisse bald zu abschließender Klarheit brachte, versteht sich von selbst. 1915 erschien der erste, 1922 der zweite Band seiner Ausgabe. Er hat darin die Konsequenzen seiner Untersuchung der Überlieferung rücksichtslos gezogen. Nachdem er einmal erkannt hatte, daß unsere gesamte Überlieferung auf ein überaus nachlässig geschriebenes

Digitized by Google

und durch zahlreiche Lücken und gröbste äußerliche Fehler entstelltes Exemplar zurückgeht, bewies er auch den Mut, ohne ängstlichen Respekt vor dem überlieferten Buchstaben durch Konjekturen und Ergänzungen den Text in souveräner Weise zu rekonstruieren. Es ist ein billiges Vergnügen für einen hinter Holls Schriften hertrottenden Kritiker, Holls Vorschläge zu modifizieren und mit wissenschaftlicher Miene noch schönere Konjekturen vorzuschlagen. Was man in erster Linie aus Holls Textbehandlung lernen soll, ist die Erkenntnis, daß an einer ungeahnt großen Fülle von Stellen der Text des Epiphanius unheilbar zerstört ist, und Holls weiteres Verdienst ist, an den meisten dieser Stellen auch gezeigt zu haben, was der Autor hat sagen wollen: und das drückt er auf griechisch aus, wobei kein Verständiger auf den Gedanken kommen wird, buchstäbliche Wiederherstellung des Verlorenen zu erwarten. Nimmt man noch hinzu den in der Form von Parallelennachweisen beigegebenen umfangreichen Kommentar, der aus der reichen Fülle des Hollschen Gesamtwissens gespeist wird, so zeigt sich diese Epiphaniusausgabe als eine philologische Glanzleistung ersten Ranges — und ich weiß, was es bedeutet, wenn ich ein solches Urteil in diesem Kreise ausspreche.

Dieser fortlaufend den Text begleitende Kommentar ist aber nicht der einzige Zeuge dafür, daß bei Holl die kritische Behandlung des Textes die Frucht eindringender Interpretation war, vielmehr bezeugen eine ganze Reihe von Abhandlungen, die aus der Arbeit am Epiphanius erwachsen sind, wie sehr er die Verfolgung der ihm durch seinen Autor gestellten Probleme bis in ihre letzten Wurzeln als Pflicht empfand. Schon zu einer Zeit, als er noch mit der Sammlung des handschriftlichen Materials beschäftigt war, arbeitete er sich in die dogmengeschichtlichen Probleme ein, welche für die Zeit des Epiphanius bestimmend gewesen sind, und fand bald den Punkt, wo er mit Erfolg einsetzen und neue Aufschlüsse geben konnte. Seine 1904 erschienene Monographie über Amphilochius von Ikonium in seinem Verhältnis zu den großen Kappadoziern brachte nicht nur einen verschollenen Autor wieder zu Ehren, sondern fügte unserem Gesamtwissen eine tief ins Einzelne eindringende und eine Fülle neuer Aufschlüsse bescherende Analyse der Trinitätslehre und der Christologie der drei für die theologische Entwicklung des endenden vierten Jahrhunderts maßgebenden Männer hinzu.

In den bereits besprochenen Arbeiten über orientalisches Kirchenwesen sind nicht wenige eng mit seiner Arbeit am Epiphanius verbunden. 1916 legte er der Akademie eine Untersuchung über die Chronologie des mit der Person seines Autors ursächlich verknüpften ersten origenistischen Streites vor. Und in demselben Jahre behandelte er in einer überaus ergebnisreichen Abhandlung die verschollenen Schriften des Epiphanius gegen die Bilderverehrung. Als 1924 H. Idris Bell in seinem Buch »Jews and Christians in Egypt« eine Sammlung wertvoller Urkunden zur Geschichte der ägyptischen Melitianer publiziert hatte, war Holl gerade mit der Ausarbeitung des Kommentars zu dem diese Sekte behandelnden 68. Kapitel des Epiphanius beschäftigt. Sofort prüfte er mit unvergleichlicher Sachkenntnis die neuen Urkunden: das Ergebnis liegt in den Sitzungsberichten der Akademie vom

Digitized by Google

Januar 1925 vor. Auch die bereits erwähnte, als opus postumum erschienene Untersuchung über das Osterfest basiert auf der Publikation eines bis dahin unbekannten Epiphaniusbruchstückes.

Es hat verhältnismäßig lange gedauert, bis Holl aus den von ihm in so gewaltigem Ausmaß durchgearbeiteten Perioden der blühenden Kirche in ihre Anfangszeiten vorzustoßen unternahm: aber seit 1919 hat er es in drei Arbeiten getan, und jede von ihnen bedeutet einen weiteren Fortschritt in die Tiefe. Zuerst lehrte er uns, den zweiten Artikel des sog. Apostolischen Glaubensbekenntnisses von formalen Gesichtspunkten ausgehend theologisch neu zu interpretieren, und hat damit der fast zur Erstarrung gekommenen Symbolforschung einen Anstoß gegeben, der mit unveränderter Kraft bis in die jüngste Gegenwart fortwährt. Eine Untersuchung über den Kirchenbegriff des Paulus in seinem Verhältnis zu dem der Urgemeinde (1921) rückte die Bedeutung der Jerusalemer Jüngergemeinde für die werdende Kirche in neue Beleuchtung. Und seine umfangreiche Untersuchung über Urchristentum und Religionsgeschichte (1924) ging dem Problem der Entstehung des Urchristentums als einer weltgeschichtlichen Größe bis in seine letzten Wurzeln, nämlich den Gottesbegriff Jesu selbst, nach.

Man muß die Fülle dieser Leistungen sich vergegenwärtigen, die allein schon genügt hätten, auch ein längeres Gelehrtenleben auszufüllen, als es Karl Holl beschieden war, wenn man das rechte Verständnis für die Tatsache gewinnen will, daß darin nur die eine, das Morgenland behandelnde Seite seiner Forscherarbeit zum Ausdruck gekommen ist. Neben dieser gewaltigen Leistung steht gleichberechtigt an wissenschaftlichem Werte und noch bedeutsamer in ihrer Wirkung auf unsere Gegenwart die Reihe seiner Arbeiten zur abendländischen Kirchengeschichte.

Mit einer glänzenden, das Entscheidende wirksam hervorhebenden und bis ins Kleine hinein fein zeichnenden Charakteristik Tertullians begann 1897 seine Arbeit auf diesem Gebiet. An das unter Tertullians Namen gehende Schrifttum knüpft die durch seine Epiphaniusarbeiten ausgelöste Studie über das hexametrische Gedicht gegen Marcion (1918) an, welches Holl unter Vertiefung in eine Reihe bedeutsamer Fragen allgemeiner Art der Zeit zwischen 500 und den südfranzösischen Provinzen zuteilt. Von den Großen der abendländischen Kirche ist dann noch 1922 Augustin Gegenstand einer ausgedehnten Studie geworden. Auch hier ist seine durch Epiphanius veranlaßte und durch die Turfanfunde neu befruchtete Beschäftigung mit der Geschichte des Manichäismus ihm der äußere Anstoß gewesen, sich tiefer in Augustins Wesen zu versenken. Aber seine Absicht ist gerade, einer von dorther drohenden Einseitigkeit in der Beurteilung Augustins entgegenzutreten und die Gesamtheit der auf ihn wirkenden Antriebe, das Ganze seiner Lebensgestaltung gleichzeitig ins Auge zu fassen. Er mißt den großen Lehrer des Abendlandes nicht nur an den durch die Entwicklung der alten Kirche gelieferten Maßstäben, sondern er kommt auch von Luther her an ihn heran und stellt ihn vor die letzten Fragen nach den Motiven seiner religiösen Entwicklung. So wird seine analytische Untersuchung zu einem theologischen Ringen mit einem Geist, den er als sich wesensfremd und dem höchsten Ideal des Christentums

Digitized by Google

gegenüber als im letzten Grunde doch unterwertig empfindet. Er vermißt an Augustin das, was spätere Gewissenswecker in der katholischen Kirche bis zu Luther und andere noch nach ihm besessen haben: den Willen, aufs letzte zu gehen und den Mut, um des selbsterfahrenen Glaubens willen auch der Auktorität gegenüber Nein zu sagen.

Im Jahre 1903 finden wir zum ersten Male Luther in den Kreis der Hollschen Produktion einbezogen. Eine kleine psychologisch fein aufgebaute Studie behandelt Luthers Urteile über sich selbst. Wir sehen ihn bemüht, in Luthers Seele einzudringen. Kurz zuvor hatte er sich bereits in das Seelenleben von Luthers großem Antipoden Ignatius von Loyola vertieft: und er zeigt da, wie eine feine Pädagogik in den geistlichen Übungen die gewaltigen sittlichen Wirkungen hervorbringt, von der die Weltgeschichte Zeugnis ablegt. Und dann greift er nach dem Problem, das ihm das Kernstück all seiner Arbeit auf dem Gebiet der Reformationsgeschichte geworden ist, die Frage nach Sinn und Bedeutung der Lutherischen Rechtfertigungslehre.

Im Oktober 1905 zeichnet er in einem Vortrag vor sachkundigen Hörern die Rechtfertigungslehre im Lichte des Protestantismus, und bald danach (1907) hat er weiteren Kreisen Antwort auf die Frage gegeben: Was hat die Rechtfertigungslehre dem modernen Menschen zu sagen? Hier spüren wir, daß in dem Historiker Holl ein starker systematischer Denker verborgen ist, der seine gute Tübinger Schulung auf philosophischem Gebiete zu kristallklarer Herausarbeitung der letzten philosophischen Probleme zu gebrauchen versteht. In wundervoller Dialektik entwickelt er vor uns die Fragen und Antworten im Ringen um den Sinn des Kontrastes und die Möglichkeit einer Vereinigung von Mensch und Gott, und der Gang durch die Geschichte der protestantischen Theologie wird dem Leser zu einem Miterleben dieses Werbens um das Gewinnen einer letzten und tiefsten Antwort auf die Frage nach Gott. Mit unerbittlicher Strenge weist er den Egoismus, das Streben nach eigenem Glück, und sei es auch aufs höchste verfeinert und veredelt, aus dem Gebiete berechtigten religiösen Empfindens. Das unbarmherzig richtende Gewissen ist für ihn der Wegweiser zu Gott, zu dem heiligen und Heiligkeit fordernden, vor dem jedes menschliche Selbtbewußtsein zerbricht, ebenso wie in den Erfahrungen des äußeren Lebens das menschliche Wollen von der gottgesetzten Wirklichkeit durchkreuzt wird. Und wenn nun neben diesem Gott des Richterzornes der christliche Glaube nach Jesu Worten den Gott der barmherzigen Vaterliebe erfährt, der den Menschen das unbegreifliche Wunder erleben läßt, von ihm mit einer neuen Existenz beschenkt zu werden, dann verwirklicht sich das religiöse Geschehen, das in dem reformatorischen Dogma von der Rechtfertigung seine schulmäßige Ausprägung erhalten hat. Es ist die Erkenntnis der unbegreiflichen Paradoxie des christlichen Gottesbegriffes. Von hier aus hat Holl Luther verstehen gelehrt.

Innerer Drang zu immer erneuten Arbeiten über Luther wirkten zusammen mit einer Veränderung seiner äußeren Lebensbedingungen. Von 1900 – 1906 hatte er als außerordentlicher Professor in Tübingen gewirkt. Jetzt (1906) wurde ihm das neu errichtete zweite Ordinariat für Kirchengeschichte in Berlin übertragen. Durch die Seminarteilung ergab sich für ihn

Digitized by Google

die Notwendigkeit einer vorzugsweisen Behandlung der neueren Kirchengeschichte: und so entstand nach und nach die Reihe von Monographien, welche im Jahre 1921 in dem ersten, Luther gewidmeten Band seiner »Gesammelten Aufsätze zur Kirchengeschichte« zusammengefaßt wurden. Es ergab sich, daß diese scheinbar disparaten Teile zu einer wundervollen Einheit sich zusammenschlossen, welche in der wissenschaftlichen und kirchlichen Öffentlichkeit mit einem Schlage eine tiefe Wirkung erzielte, die den vorausgehenden Einzelstudien versagt geblieben war. Holls Lutherbuch ist weit mehr, als der Name besagt: eine an Luther orientierte Geistesgeschichte des Abendlandes vom ausgehenden Mittelalter bis in die Gegenwart. Religion und Philosophie, Ethik und Dogmatik, Staats- und Kirchenrecht, soziale und wirtschaftliche Probleme werden hier in ihrer Entwicklung durch die letzten Jahrhunderte verfolgt und von Luther aus beleuchtet. Er ist der schöpferische Geist, dessen unendlicher Reichtum alles befruchtet hat, was nach ihm gekommen ist. Und die Kraft Luthers wurzelt im tiefsten Grunde in seiner Religion, d. h. in seinem Gottesbegriff. Holls Lutherbild so gut wie seine Gesamtauffassung der Geistesgeschichte steht in schärfstem Gegensatz gegen das am Beginn unseres Jahrhunderts herrschende, das in erster Linie Ernst Troeltsch entworfen hat. Es ist aber bei Holl nicht aus irgendeiner Gegensätzlichkeit erwachsen, sondern aus Jahrzehnte umspannendem, ohne Rücksicht auf Literatur nur der eigenen Fragestellung folgendem, intensivstem Quellenstudium, von dem die reiche Fülle gelehrter Anmerkungen eingehend Rechenschaft ablegt. Und seine unerhörte Plastik, seine sieghafte Lebendigkeit hat es aus Karl Holls eigenstem, innerstem Wesen gewonnen. Wenn von irgendeinem Werke, so darf von diesem großen Bilde Luthers samt seiner Um- und Nachwelt gesagt werden, daß sein Meister es mit dem eigenen Herzblut gemalt hat.

Von Luther aus hat er auch Calvin begreifen gelehrt als den einzigen wirklich kongenialen Schüler, den Luther gefunden hat. Er versteht es meisterhaft, den Kontrast zwischen Calvinischer Aktivität und dem Lutherischen und noch mehr Nachlutherischen Sichbescheiden zu zeichnen und in seiner Bedeutung für das Verständnis der geschichtlichen Auswirkungen beider Typen des Protestantismus zu würdigen. Aber gerade dabei weist er nach, daß alle Ideen, die im Calvinismus zu voller und weltgeschichtlich bis auf die Gegenwart bedeutsamer Weise zur Entfaltung kommen, schon in der Gedankenwelt Luthers vorhanden sind. Wenn sie hier unfruchtbar blieben, so ist das in der Zurückhaltung Luthers begründet, der immer fürchtete, »nicht die Leute dazu« zu haben, während Calvin kühn das Wagnis auf sich genommen hat. Besondere Aufmerksamkeit hat Holl der von Max Weber in den Vordergrund des Interesses geschobenen Verknüpfung des Calvinismus mit wirtschaftlichen Problemen und der Entstehung des modernen Kapitalismus gewidmet. Seine 1913 erschienene Studie über Thomas Chalmers zeigt darüber hinaus, wie im Gegensatz zu dem erstarrten, den steigenden Anforderungen der Industrialisierung des Wirtschaftslebens nicht gewachsenen System staatskirchlicher Armenpflege und Seelsorge durch einen mutigen Mann

Digitized by Google

von calvinischer Kraft die entscheidenden Schritte zur Begründung einer modernen kirchlich-sozialen Bewegung getan werden.

Aber auch dem modernen religiösen Leben wendet Holl nicht nur seine allgemeine Aufmerksamkeit, sondern auch spezielle Forscherarbeit zu: sein Büchlein über den katholischen Modernismus (1908) und seine Darstellungen des Scientismus (1915) und von Steiners Anthroposophie (1921) legen davon Zeugnis ab. Am erschütterndsten aber wirkt sein nur zu wenig beachtetes Buch über die Bedeutung der großen Kriege für das religiöse und kirchliche Leben innerhalb des deutschen Protestantismus (1916/17), das aus Kriegsvorlesungen vor feldgrauen Studenten in Warschau und Wilna entstanden ist. Er zeichnet darin in seiner ebenso großzügigen wie ins einzelne der Gedankenfügung eindringenden Weise die religiösen Strömungen, die im evangelischen Deutschland nach dem 30jährigen Kriege und nach den Freiheitskriegen eingesetzt haben. Er tut dies, um dem kämpfenden Volk den Weg zum religiösen Erfassen der Gegenwart zu weisen. Denn klar erkennt er die Gefahr, daß die religiöse Erhebung und der sittliche Schwung, der den Anfang des Krieges begleitete, im Laufe der Jahre verebbt, und schließlich nur wirtschaftliche und politische Ziele als Sinn dieses Kampfes erscheinen. Er weiß, daß der Krieg nicht nur Menschenleben und Kriegsmittel, sondern auch Gedanken und sittliche Kräfte verbraucht, und will das Seine tun, um dem deutschen Volke diese Waffen zu erhalten. Seine Mahnung ist wie hundert andere unerhört verhallt. Der Krieg ist in blanken Materialismus ausgeartet und hat mit einem sittlichen Zusammenbruch der christlichen Völker geendet, der unser Volk besonders tief erschütterte, weil er sich mit der militärischen und wirtschaftlichen Katastrophe verband. Und das hat Karl Holl nie verwunden.

Im Jahre 1924 übertrug ihm die Universität die Würde des Rektorats, und obwohl er bereits schwer leidend war, hat er die umfassenden Pflichten dieses Amtes getreulich auf sich genommen und mit einer oft übermenschlichen Kraftanstrengung erfüllt: daß die Last dieses Jahres seine geschwächte Gesundheit endgültig gebrochen hat, kann schwerlich bezweifelt werden. Aus dieser Zeit stammen drei Schriften, die wie ein Testament noch einmal eindrucksvoll zusammenfassen, was ihm vornehmlich zu sagen am Herzen lag. In seiner Rektoratsrede über Urchristentum und Religionsgeschichte, welche die umfangreiche gleichnamige Abhandlung kurz zusammenfaßt, formuliert er scharf und klar gegenüber allen anderen Religionen den christlichen Gottesbegriff. In der Akademieabhandlung über die Geschichte des Worts Beruf (1924) deckt er die religiöse, lutherische Wurzel des modernen Gebrauches dieses Wortes auf. Es besagt daß in den Forderungen des täglichen Lebens die Stimme Gottes erkannt wird, der durch sie den Menschen zu seinem Dienst ruft und somit die Arbeit in der Welt als heiligen Gottesdienst begriffen wissen will. Als er sein Amt 1925 niederlegte, sprach er über Begriff und Bedeutung der »dämonischen Persönlichkeit«. Durch die ganze Menschheitsgeschichte verfolgt er den Gegensatz zwischen einer Anschauung, die den Genius freispricht von irgendwelchen sittlichen Rücksichten und einer anderen, die gerade an ihn die höchsten sittlichen Anforderungen stellt.

Digitized by Google

Und die Weltgeschichte bezeugt ihm das Urteil, daß bei ihren wirklich Großen das Handeln ein ununterbrochenes sittliches Ringen, ein Ringen um Gott gewesen ist.

Das ist Karl Holls Glaubensbekenntnis. Sein ganzes Leben ist ein Ringen um Gott gewesen, und von diesem Zentrum aus begreift sich alles, was er geleistet hat. Seine religiöse Erfahrung hat sich als eine sein ganzes Wesen beherrschende Wahrheit erwiesen, die sich in stärkste sittliche Kraft umsetzte. Sie befähigte ihn zu den in ihrer Verbindung von Tiefe und Umfang einzigartigen wissenschaftlichen Leistungen, mit denen er die vierzig ihm beschiedenen Arbeitsjahre ausnutzte, wie sie auch die treibende Kraft für all sein Handeln an jedem Ort gewesen ist. Sie gab aber auch inhaltlich seiner Produktion das Rückgrat. Er gehört nicht zu den Historikern, die den mannigfachen Erscheinungen gleiche Neigung und gleichmäßig einfühlendes Verständnis entgegenbringen. Für ihn gab es keine Relativität. Er hatte die Wahrheit erkannt und maß an ihr alle Dinge — wie Luther, wie Calvin es ihn gelehrt hatten. Daß hier die Kritik einsetzt, und daß nicht nur die wissenschaftliche Behandlung, sondern auch die Beurteilung der Probleme im Laufe der folgenden Generationen über Holls Erkenntnisse hinaus geführt werden wird, liegt in der Bedingtheit alles Menschlichen begründet. Aber demgegenüber steht die gewaltige Wirkung der geschlossenen inneren Einheit eines Lebenswerkes, das von einem in der Ewigkeit wurzelnden Erkenntniswillen gestaltet ist. Wie es der lebende Lehrer tat, so werden nun seine gesammelten Werke als Erzieher wirken und Charaktere bilden, wie sie unser Volk jetzt mehr denn je in seiner Geschichte braucht: Männer, die wie Karl Holl ihr ganzes Leben einsetzen im Ringen um die Wahrheit, die wissen, was Gut und Böse ist und danach handeln und urteilen, die im tiefsten Grunde ihrer Seele Gott fürchten, aber sonst nichts in der Welt.

Verzeichnis der im Druck erschienenen Schriften Karl Holls[1].

1. Rezension über Friedrich Traub. Die sittliche Weltordnung, 1892, in den Göttinger Gelehrten Anzeigen 1893, S. 431—437.
2. Die Sacra Parallela des Johannes Damascenus, Leipzig (Hinrichs) 1897, XVI u. 392 S. = Texte und Untersuchungen, hrsg. von Gebhardt und Harnack, N. F. I, 1.
3. Tertullian als Schriftsteller, Preußische Jahrbücher 88 (1897), S. 262—278.
4. Enthusiasmus und Bußgewalt beim griechischen Mönchtum, eine Studie zu Symeon dem Neuen Theologen. Leipzig (Hinrichs) 1898, VI u. 332 S.
5. Rezension über V. Gardthausen. Katalog der griechischen Handschriften der Universitätsbibliothek zu Leipzig 1898, in der Theol. Lit.-Ztg. 23 (1898) Sp. 607—609.
6. Rezension über J. A. F. Gregg, The Decian persecution 1897, in den Göttinger Gelehrten Anzeigen 1898, S. 833—838.
7. Über das griechische Mönchtum, Preußische Jahrbücher 94 (1898), S. 407—424.
8. Fragmente vornicänischer Kirchenväter aus den Sacra Parallela, Leipzig (Hinrichs) 1899. XXXIX u. 241 S. = Texte und Untersuchungen XX, 2.
9. Rezension über P. Sabatier, Speculum perfectionis 1898, Preußische Jahrbücher 101 (1900) S. 344—348.

[1] Diesem Verzeichnis liegen persönliche, nach der Zeit der Abfassung geordnete Aufzeichnungen Holls zugrunde. An der dadurch gegebenen Reihenfolge ist hier festgehalten worden.

Digitized by Google

10. Die kirchliche Bedeutung Konstantinopels im Mittelalter, Zeitschr. für Theologie und Kirche 11 (1901), S. 83—96.
11. Über den Takt in der Religion, Christliche Welt 14 (1900) Sp. 842—846. Der Aufsatz ist unterzeichnet mit »Albert Weiler«.
12. Rezension über Friedrich Loofs Eustathius von Sebaste und die Chronologie der Basiliusbriefe, 1898. — Ders., Artikel »Eustathius v. S.« RE — F. Geppert, Die Quellen des Kirchenhistorikers Sokrates Schol. 1898, in der Theol. Rundschau 3; 1900, S. 311—317.
13. Rezension über A. J. Mason, The 5 theol. orations of Gregory of Nazianzus 1899, Theol. Rundschau 4; 1901, S. 329—331.
14. Amphilochius von Ikonium in seinem Verhältnis zu den großen Kappadoziern, Tübingen (Mohr) 1904, 266 S.
15. Über die Gregor von Nyssa zugeschriebene Schrift Adv. Arium et Sabellium, Zeitschr. für Kirchengeschichte 25 (1904), S. 380—398.
16. Rezension über Th. Schermann, Die Quellen des Ambrosius in De spiritu sancto 1902. Deutsche Lit.-Ztg. 26 (1905), Sp. 14—16.
17. Die geistlichen Übungen des Ignatius von Loyola, eine psychologische Studie, Tübingen (Mohr) 1905, 35 S. = Sammlung gemeinverständl. Vorträge und Schriften aus dem Gebiet der Theologie und Religionsgeschichte Nr. 41.
18. Die Rechtfertigungslehre im Licht der Geschichte des Protestantismus, Tübingen (Mohr) 1906, 42 S. = Sammlung gemeinverständl. Vorträge usw. Nr. 45, vgl. u. Nr. 113.
19. Rezension über W. Friedensburg, Die ersten Jesuiten in Deutschland, 1905, Deutsche Lit.-Ztg. 26 (1905), Sp. 3006f.
20. Die Entstehung der Bilderwand in der griechischen Kirche, Archiv für Religionswissenschaft 9 (1906), S. 365—384.
21. Symeon der neue Theologe, Artikel in der Realenzyklopädie für protestantische Theologie und Kirche, 3. Aufl., hrsg. von Herzog-Hauck, Bd. 19 (1907), S. 215—219.
22. Eine angebliche Schrift Hippolyts, Zeitschr. für Kirchengeschichte 28 (1907), S. 37—41.
23. Was hat die Rechtfertigungslehre dem modernen Menschen zu sagen? Tübingen (Mohr) 1907, 27 S.
24. Der Anteil der Styliten am Aufkommen der Bilderverehrung, in Philotesia Paul Kleinert dargebracht, Berlin (Trowitzsch) 1907, S. 51—66.
25. Rezension über N. Bonwetsch, Die unter Hippolyts Namen überlieferte Schrift über den Glauben. — Hugo Koch, Vinzenz von Lerin und Gennadius. — Ders. Virgines Christi = Texte und Untersuchungen, 31, 2 1907, Deutsche Lit.-Ztg. 28 (1907), 2445—47.
26. Rezension über Δημ. Α. *Πετρακάκος, Οἱ μοναχικοὶ θεσμοὶ ἐν τῇ ὀρθοδόξῳ ἀνατολικῇ ἐκκλησίᾳ* I 1907, Deutsche Lit.-Ztg. 28 (1907), Sp. 2768f.
27. Noch einmal: Zur Rechtfertigungslehre. Zeitschr. f. Theol. u. Kirche 18 (1908), S. 67—70.
28. Rezension über Karl Müller, Luther und Karlstadt, 1907, Preußische Jahrbücher 131 (1908), S. 328—331.
29. Das Fortleben der Volkssprachen in Kleinasien in nachchristlicher Zeit, Hermes 43 (1908), S. 240—254.
30. Der Modernismus, Tübingen (Mohr) 1908, 48 S. = Religionsgeschichtliche Volksbücher IV 7 (2. Abdruck 1925).
31. Rezension über Fr. Diekamp, Doctrina patrum de incarnatione verbi 1907, Deutsche Lit.-Ztg. 29 (1908), Sp. 1805—1810.
32. Kultursprache und Volkssprache in der altchristlichen Mission, Allg. Missionszeitschr. 36 (1909), S. 257—266.
33. Rezension über Calvins Briefe, Auswahl von Rud. Schwarz 1909, Christliche Welt 23 (1909), Sp. 667—669.
34. Die allgemeine Entwicklung des Bußwesens, Artikel in Die Religion in Geschichte und Gegenwart, I 1909, Sp. 1462—1472.
35. Johannes Calvin, Rede zur Feier der 400. Wiederkehr des Geburtstages Calvins, gehalten in der Aula der Königl. Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin am 10. Juli 1909, Berlin (Schade) 1909, 32 S. Erweiterte und mit Anmerkungen versehene Ausgabe, Tübingen (Mohr) 1909, 59 S. = Calvinreden ebd. 1909, S. 1—63.
36. Die Reform der Kurie durch Pius X. Christliche Welt 24 (1910), Sp. 199—207.
37. Rezension über Hugo Koch, Cyprian und der römische Primat 1910, Deutsche Lit.-Ztg. 31 (1910), Sp. 1171f.
38. Rezension über Hipp. Delehaye, Les légendes grecques des saints militaires 1909, Byzantinische Zeitschr. 19 (1910), S. 147—149.

Digitized by Google

39. Die Rechtfertigungslehre in Luthers Vorlesung über den Römerbrief mit besonderer Rücksicht auf die Frage der Heilsgewißheit, Zeitschr. f. Theol. u. Kirche 20 (1910), S. 245—291 = Gesammelte Aufsätze I², S. 111—154.
40. Die handschriftliche Überlieferung des Epiphanius, Leipzig (Hinrichs) 1910, 98 S. = Texte und Untersuchungen 36. 2.
41. Rezension über P. Wernle, Calvin und Basel bis zum Tode des Myconius 1909, Deutsche Lit.-Ztg. 31 (1910), 2387 f.
42. Rezension über G. Turrell, Zwischen Szylla und Charybdis, oder die alte und die neue Theologie 1909. — Gius. Prezzolini, Wesen, Geschichte und Ziele des Modernismus 1909. Preußische Jahrbücher 141 (1910), S. 535—540.
43. Die Kulturbedeutung der Reformation, Vortrag gehalten in Berlin, Pfingsten 1911, wiederholt in Stuttgart, 3. Januar 1918 = Ges. Aufsätze I² S. 468—543.
44. Luther und das landesherrliche Kirchenregiment, Zeitschr. f. Theol. u. Kirche 21 (1911). Ergänzungsheft 1, 60 S. = Gesammelte Aufsätze I², S. 326—380.
45. Rezension über H. Lietzmann, Byzantinische Legenden 1911, Preußische Jahrbücher 145 (1911), S. 155—158.
46. Die Missionsmethode der alten und die der mittelalterlichen Kirche, Allgem. Missionszeitschr. 39 (1912), S. 193—203; 241—249.
47. Die schriftstellerische Form des griechischen Heiligenlebens, Neue Jahrb. f. d. klass. Altertum 29 (1912), S. 406—427.
48. Rezension über Jos. Sonntag, Der Zusammenbruch des Vatikans 1912, Theol. Lit.-Ztg. 37 (1912). S. 496 f.
49. Die religiösen Grundlagen der russischen Kultur, in »Rußlands Kultur und Volkswirtschaft. Aufsätze und Vorträge« hrsg. v. M. Sering, Berlin (Göschen) 1913. S. 1—20 = Die Zukunft 21 (1913). S. 88—98.
50. Thomas Chalmers und die Anfänge der christlich-sozialen Bewegung, Zeitschr. f. Theol. u. Kirche 24 (1913), S. 219—265. Separat erschienen Tübingen (Mohr) 1913, 52 S.
51. Rezension über W. Lütge, Religion und Dogma, Deutsch-Evangelisch 4 (1913), S. 493 f.
52. Rezension über Hipp. Delehaye, Les origines du culte des martyrs 1912, Theol. Lit.-Ztg. 38 (1913), S. 519—521.
53. Rezension über E. Ruck, Die Organisation der römischen Kurie 1913, Christl. Welt 27 (1913), S. 788.
54. Rezension über W. Hellmanns, Wertschätzung des Martyriums in der altchristlichen Kirche 1912, Theol. Lit.-Ztg. 38 (1913), S. 698.
55. Rezension über Ed. Schwartz, Konstantin und die christliche Kirche, 1913, Hist. Zeitschr. 111, 3. Folge 15 (1913), S. 630—634.
56. Rezension über W. Franke, Romuald von Camaldoli und seine Reformtätigkeit zur Zeit Ottos III. 1913, Theol. Lit.-Ztg. 39 (1914), S. 46.
57. Rezension über G. Rauschen, Florilegium patristicum fasc. IX 1914, Theol. Lit.-Ztg. 39 (1914), S. 456.
58. Rezension über G. Anrich, Hagios Nikolaos I 1913, Byzant. Zeitschr. 23 (1914—1919). S. 246 f.
59. Die Vorstellung vom Märtyrer und die Märtyrerakte, Neue Jahrb. f. d. klass. Altertum 33 (1914). S. 521—556.
60. Die Entstehung von Luthers Kirchenbegriff, Festschrift Dietrich Schäfer dargebracht 1915. S. 410ff. = Ges. Aufsätze I², S. 288—325.
61. Epiphanius (Ancoratus und Panarion) I: Ancoratus und Panarion haer. 1—33. Leipzig: Hinrichs 1915, X u. 464 S. = Die griechischen christlichen Schriftsteller der ersten drei Jahrhunderte Bd. 25.
62. Antrittsrede, gehalten in der öffentlichen Sitzung zur Feier des Leibnizischen Jahrestages vom 1. Juli = Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1915. S. 493 f.
63. Karolingische Missionsgedanken in der künftigen deutschen Mission? Mission und Pfarramt 8. Jahrg. 1915, 2. Heft, S. 103—106.
64. Die Zeitfolge des ersten origenistischen Streits, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1916, S. 226—255.
65. Der Szientismus, Zeitschr. f. d. Gesamte Strafrechtswissensch. Bd. 37 (1915/16), S. 473—495. separat erschienen Berlin (Guttentag) 1917, 31 S., vgl. Nr. 84.
66. Der ursprüngliche Sinn des Namens Märtyrer, Neue Jahrb. f. d. klass. Altertum 37 (1916), S. 253—259.
67. Die Schriften des Epiphanius gegen die Bilderverehrung, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1916, S. 828—868.

Digitized by Google

68. Vom Dank gegen Gott als einer Quelle unserer Kraft, Akad. Predigt gehalten d. 14. Januar 1917, Berlin (Warneck) 1917, 11 S. = Christl. Reden, S. 3—17.
69. Ψευδόμαρτυς, Hermes 52, 2 (1917), S. 301—307.
70. Die Bedeutung der großen Kriege für das religiöse und kirchliche Leben innerhalb des deutschen Protestantismus, Tübingen (Mohr) 1917, 129 S.
71. Rezension über E. Hirsch, Lutherbrevier 1917, Deutsch-Evangelisch 8 (1917), S. 225 f.
72. Luther als Erneuerer des christlichen Gemeinschaftsgedankens, Deutsch-Evangelisch 8 (1917), S. 241—246.
73. Der Ursprung des Epiphanienfestes, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1917, S. 402—438.
74. Glaube und Begeisterung, Akad. Predigt, Berlin (Warneck) 1917, 11 S. = Christl. Reden, S. 18—32.
75. Luthers Anschauung über Evangelium, Krieg und Aufgabe der Kirche im Lichte des Weltkriegs = Flugschriften des deutschen evangelischen Gemeindetages, Darmstadt (Winter), Nr. 7, 1917.
76. Rezension über Hugo Koch, Die altchristliche Bilderfrage nach den literarischen Quellen, Deutsche Lit.-Ztg. 38 (1917), Sp. 1251 f.
77. Diskussionsrede bei der Brandenburgischen Missionskonferenz (Kirche und Mission nach Luther), Allgem. Missionszeitschr. 44 (1917), S. 225—227.
78. Luthers Urteile über sich selbst. Vortrag gehalten in Tübingen am 1. November 1903, im Auszug wiedergegeben in den Süddeutschen Monatsheften Oktober 1917, S. 17—21, Vollständig abgedruckt Ges. Aufsätze I², S. 381—419.
79. Was verstand Luther unter Religion? Rede gehalten bei der Reformationsfeier der Universität Berlin am 31. Oktober 1917, Berlin (Norddeutsche Buchdr.) 1917, S. 5—33. vgl. Ges. Aufsätze I², 1—110. In kürzerer Fassung und ohne die Quellenbelege gedruckt Tübingen (Mohr) 1917, 38 S.
80. Kirchlich-religiöse Aufgaben nach dem Krieg, Monatsschr. f. Pastoraltheol. 14 (1918), S. 255—265.
81. Predigt über I. Kor. 10, 13. Pastoralblätter 60 (1918), S. 431—436 = Christl. Reden, S. 33—45.
82. Über Zeit und Heimat des pseudotertullianischen Gedichts Adversus Marcionem, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1918, S. 514—559.
83. Diskussionsrede auf der Brandenburgischen Missionskonferenz (Über die Sitte in der Religion), Allgem. Missionszeitschr. 45 (1918), S. 170—172.
84. Der Szientismus, zweite durchgesehene und vermehrte Ausgabe, Berlin (Guttentag) 1918, 33 S.
85. »Kaufet die Zeit aus, denn es ist böse Zeit«. Akademische Predigt, Berlin 1918, 11 S. = Christliche Reden, S. 46—62.
86. Wie weit reicht die Pflicht der evangelischen Kirche, gegen die Trennung von Staat und Kirche zu kämpfen? Evangelischer Pressedienst 7. Januar 1919 = Die Reformation 18 (1919), S. 36 f.
87. Zur Auslegung des zweiten Artikels des sogenannten Apostolischen Glaubensbekenntnisses, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1919, S. 2—11.
88. Das Verhältnis von Staat und Kirche im Licht der Geschichte, Deutsche Rundschau, 179 (1919), S. 24—41.
89. Werden wir unsere Kirche behalten? Deutsch-Evangelisch 10 (1919), S. 129—141.
90. Christentum und Sozialismus, Die Grenzboten 78 (1919), S. 174—181.
91. Luther und Calvin = Staat, Recht und Volk, wissenschaftliche Reden und Aufsätze hrsg. von U. v. Wilamowitz-Moellendorff, Berlin (Weidmann) 1919, Heft 2, 20 S.
92. Revolution und Kirche, Die Grenzboten 78 (1919), S. 31—35.
93. Luther und die mittelalterliche Zunftverfassung, Mitteilungen der Luthergesellschaft 1 (1919), S. 22—28.
94. Staat, Kirche und Kultur = Vom Altertum zur Gegenwart, hrsg. von Ed. Norden, Leipzig (Teubner) 1921, 2. Aufl., S. 29—40.
95. Der Streit zwischen Petrus und Paulus in Antiochia in seiner Bedeutung für Luthers innere Entwicklung. Zeitschr. für Kirchengeschichte 38 (1920), S. 23—40.
96. Die Entwicklung von Luthers sittlichen Anschauungen, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1919, S. 769 (Mitteilung), s. Ges. Aufsätze I², S. 155—287 (Der Neubau der Sittlichkeit).
97. »Haltet fest an der Versammlung«, Akademische Predigt, Berlin 1919, 11 S. = Christl. Reden S. 63—76.
98. Nachruf auf Paul Kleinert, Tägliche Rundschau, Dienstag den 3. August 1920, Unterhaltungsbeilage Nr. 168.

Digitized by Google

99. Über die christliche Nüchternheit, Predigt. Pastoralblätter 62 (1920), S. 529—535 = Christl. Reden S. 77—91.
100. Luthers Bedeutung für den Fortschritt der Auslegekunst, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1920, S. 753 (Mitteilung), s. Ges. Aufsätze I², S. 544—582.
101. Besprechung über Em. Hirsch, Deutschlands Schicksal, Tägliche Rundschau, Dienstag den 21. Dezember 1920, Unterhaltungsbeilage Nr. 278.
102. Die iustitia dei in der vorlutherischen Bibelauslegung, Festgabe für Ad. v. Harnack. Tübingen (Mohr) 1921, S. 73—92.
103. Das Ärgernis an Jesus, Predigt, Pastoralblätter 63 (1921), S. 533—540 = Christl. Reden S. 92—106.
104. Steiners Anthroposophie, Vortrag, Berlin (Christl. Vereinsbuchhdlg.) 1921, 15 S.
105. Gesammelte Aufsätze zur Kirchengeschichte, I: Luther, Tübingen (Mohr) 1921, 458 S.
106. Der Kirchenbegriff des Paulus in seinem Verhältnis zu dem der Urgemeinde, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1921, S. 920—947 (vgl. die Mitteilung ebd. S. 833).
107. Luther und die Schwärmer, Vortrag, gehalten in Wittenberg am 6. März 1922 = Ges. Aufsätze I², S. 420—467.
108. Tolstoi nach seinen Tagebüchern = Vorträge und Aufsätze des Osteuropainstituts in Breslau, VI. Abt.: Sprachwissenschaft Heft 1, Leipzig (Teubner) 1922, 23 S.
109. Rezension über F. Haase, Die religiöse Psyche des russischen Volkes, Deutsche Lit.-Ztg. 43 (1922), Sp. 395—398.
110. Das Apokryphon Ezechiel = »Aus Schrift und Geschichte, theologische Abhandlungen für Ad. Schlatter«, Stuttgart 1922, S. 85—98.
111. Die Frage des Zinsnehmens und des Wuchers in der reformierten Kirche = Festgabe für Karl Müller, Tübingen (Mohr) 1922, S. 178—197.
112. Rezension über E. Bloch, Thomas Münzer als Theologe der Revolution, 1922, Theol. Lit.-Ztg. 47 (1922), Sp. 401—403.
113. Die Rechtfertigungslehre im Licht der Geschichte des Protestantismus, 2. verbesserte Auflage, Tübingen (Mohr) 1922, 55 S. = Sammlung gemeinverständlicher Vorträge aus dem Gebiet der Theologie und Religionsgeschichte Nr. 45.
114. Epiphanius (Ancoratus und Panarion), II: Panarion haer. 34—64. Leipzig (Hinrichs) 1922. 524 S. = Die griechischen christlichen Schriftsteller der ersten drei Jahrhunderte, Bd. 31.
115. Augustins innere Entwicklung, Abhandl. d. Berl. Akad., phil.-hist. Kl. 1922, Nr. 4, 51 S., vgl. Sitzungsber. 1922, S. 286 (Mitteilung).
116. Zur Verständigung über Luthers Rechtfertigungslehre, Neue Kirchliche Zeitschr. 34 (1923), S. 165—183.
117. Der Protestantismus in seiner Kulturbedeutung = Der Protestantismus im öffentlichen Leben Deutschlands. Drei Vorträge, Berlin, Verlag des Evang. Bundes 1923, S. 8—14.
118. Adresse an Hrn. A. v. Harnack zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 29. Mai 1923. Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1923, S. 143f.
119. Gesammelte Aufsätze zur Kirchengeschichte, I: Luther. 2. und 3. Auflage, Tübingen (Mohr) 1923, XII u. 590 S.
120. Predigt am 1. Advent, Pastoralblätter 66 (1923/24), S. 58—62 = Christl. Reden, S. 107—118.
121. Was können wir für die Neugestaltung unseres Gottesdienstes von Luther lernen? Jahrbuch der Luthergesellschaft VI (1924), S. 3—20.
122. Rezension über Hipp. Delehaye, Les passions des martyrs 1921, Oriental. Lit.-Ztg. 1924, Sp. 34f.
123. Luther und die Mission, Neue allgemeine Missionszeitschrift I (1924), S. 36—49.
124. Die Entstehung der vier Fastenzeiten in der griechischen Kirche, Abhandl. d. Berl. Akad. phil.-hist. Kl. 1923 Nr. 5, 40 S., vgl. Sitzungsber. 1923, S. 261 (Mitteilung).
125. Die Geschichte des Worts Beruf, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1924, S. XXIX—LVII.
126. Das Ergebnis der Auseinandersetzung über die Rechtfertigungslehre, Neue Kirchliche Zeitschr. 35 (1924), S. 47f.
127. Predigt im Akademischen Gottesdienst = Der deutsche Aufbau, hrsg. von Döhring 6 (1924), S. 129—134.
128. Gogartens Lutherauffassung. Eine Erwiderung. Christliche Welt 38 (1924), Sp. 307—314.
129. Grabrede für Seckel, in »Emil Seckel †«, Ansprachen bei der Trauerfeier am 5. Mai 1924 (Berlin), 1924, S. 3—6.
130. Rezension über Hugo Ball, Byzantinisches Christentum 1923, Deutsche Lit.-Ztg. 45 (1924), Sp. 2197—2199.
131. Rezension über L. Tolstoi, Tagebuch, hrsg. von L. Berndl 1923. — K. Lübeck, Die russischen Missionen 1922. — Wlad. Korolenko, Der seltsame Mensch, Roman. — O. Blum, Russische Köpfe 1923, Theol. Lit.-Ztg. 49 (1924), Sp. 279—281.

Digitized by Google

132. Unsere heutige Lage gegenüber dem Katholizismus, Kristendomen och vår tid 19; Lund 1924, S. 286—299.
133. Urchristentum und Religionsgeschichte, Rektoratsrede, Berlin (Ebering) 1924, 12 S. = Die Antike I (1925), S. 161—174.
134. Reformation und Urchristentum, Vortrag, Verlag d. Evangelischen Bundes. 1924, 14 S.
135. Rezension über Boris Almasow, Rasputin und Rußland, übers. v. E. Reich 1924, Deutsche Lit.-Ztg. 45 (1924), Sp. 2380—2382.
136. Über die Weltanschauungsprofessur, Berl. Hochschulnachrichten 12 (1925), H. 4, S. 37f.
137. Urchristentum und Religionsgeschichte, Zeitschr. für systematische Theologie 2 (1924), S. 387—430 = Studien des apologetischen Seminars Heft 10. 1925, Gütersloh (Bertelsmann), 48 S. In schwedischer Übersetzung: Urkristendom och religionshistoria, Stockholm, Sv. kristl. stud.-rör. 1925, 64 S.
138. Über Begriff und Bedeutung der »dämonischen Persönlichkeit«, Rede zur Gedächtnisfeier des Stifters der Berl. Universität König Friedrich Wilhelms III. am 3. August 1925 gehalten. Berlin (Ebering) 1925, 19 S. = Deutsche Vierteljahrsschrift 4 (1926), H. 1.
139. Die Bedeutung der neuveröffentlichten melitianischen Urkunden für die Kirchengeschichte, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1925, S. 18—31.
140. Bericht des abtretenden Rektors Dr. Karl Holl über das Amtsjahr 1924—25. Universitätsprogr. Berlin (Ebering) 1925, S. 1—6.
141. Rezension über F. C. Burkitt, The religion of the Manichees 1925. — L. Tolstoi, Religiöse Briefe, hrsg. v. K. Nötzel. — K. Nötzel, Die Grundlagen des geistigen Rußlands 1923, Theol. Lit.-Ztg. 51 (1926), Sp. 30f., 38f., 40f.
142. Christliche Reden, hrsg. von A. Holl u. E. Hirsch, Gütersloh (Bertelsmann) 1926, VIII u. 218 S.

Gedächtnisrede des Hrn. von Wilamowitz-Moellendorff auf Gustav Roethe.

Die Freunde unserer Akademie, die heute hier wieder versammelt sind, werden unsere Trauer mit empfinden, daß Gustav Roethes mächtige Stimme für immer verstummt ist, die ihnen oft an unseren Festsitzungen das Herz erhoben hat. Wir beklagen unseren unermüdlichen Sekretar, den Leiter unserer vornehmsten, der Deutschen Kommission, die Universität den strengen und zugleich begeisternden Lehrer; die Studenten werden es doppelt tun. Draußen hat die Goethegesellschaft ihrer Trauer lebhaften Ausdruck gegeben, und weithin im Vaterlande teilen viele Deutsche unsere Gefühle, denen seine Beredsamkeit Erbauung und Belehrung gespendet hat.

An diesem Orte geziemt es sich, zuerst des Forschers zu gedenken. Philologe wollte er sein und war es in dem vollen Sinne, wie es heute ein Philologe sein soll, der nicht nur bei Grimm und Lachmann, sondern auch bei Müllenhoff und Scherer gelernt hat. Die Sprache kennen, das ist das Erste, der Grund, auf dem allein gebaut werden kann, was nicht der erste Windstoß umwirft. Das schließt die Beherrschung von Stil und Verskunst in sich. Roethe hat Sprach- und Stilkritik bis in das Kleinste an mittelhochdeutscher Kunstdichtung und an der manierierten Prosa Brentanos geübt; er hat aus den Reimvorreden des Sachsenspiegels wichtige Folgerungen gezogen. Nicht umsonst hatte er dem Neudruck von Jakob Grimms Grammatik jahrelange Arbeit geopfert. Sie weckte den Wunsch, die lebendigen Mundarten in letzter Stunde zu verhören. Er hat seine Gabe, zu organisieren, daran gesetzt, Wörterbücher der Dialekte anzuregen, eine Arbeit, die Erfolg hat, aber noch in den Anfängen steckt. Vor allem aber faßte er schon in Göttingen den Plan, die ungedruckten

Digitized by Google

Literaturdenkmale der Übergangszeit vom hohen Mittelalter zur Neuzeit aufzusuchen und das Wertvolle zu veröffentlichen. Es zeigte sich, daß eine Überfülle vorhanden ist, und Roethe hat die Bearbeiter, die er warb, bei der Verbesserung und selbst bei dem Drucke tatkräftig unterstützt, als echter, nicht pedantischer Philologe hier nicht gleich jene Vollendung im Kleinen anstrebend, auf die ein großes Kunstwerk Anspruch hat. Eine solche Aufgabe ist nur im Großbetriebe möglich, von dem Grimm und Lachmann noch nichts wußten. Die Akademie kann und soll das leisten; erfährt nur öfter, daß wie in der Wirtschaft auch in der Wissenschaft das Gedeihen des Großbetriebes auf zwei Augen stehen kann. Aber sie würde sich selbst aufgeben, wenn sie nicht alles daran setzen wollte, daß Roethes Werk in Roethes Sinne fortgesetzt wird.

Darin ist er ein Philologe alten Stiles geblieben, daß sein persönliches Interesse der Literatur, zumal der Dichtung, galt. Er war nicht engherzig: er ließ alles gelten, wo nur ein Streben nach Form und Stil vorhanden war, mochte der Stil sein, welcher er wollte. So hat er die Romantiker aller Schattierungen sogar gern gehabt. Aber recht warm ward ihm doch nur bei dem Größten, Nibelungen, Parzival, Goethe, an dessen Tasso und Wilhelm Meisters theatralischer Sendung er jene Interpretationskunst des echten Philologen geübt hat, die von den Worten zur Erfassung des ganzen Werkes führt, schließlich zu der des ganzen Menschen, der hinter seinem Werke steht. Und so hat er so verschiedene Naturen wie Oswald von Wolckenstein und Theodor Fontane aus ihren Werken in voller plastischer Rundung hervortreten lassen.

So wie er seinen Beruf als Lehrer und als Organisator wissenschaftlicher Arbeit auffaßte, und wie er ihn als rechter Preuße erfüllen mußte, konnte es nicht anders sein, als daß er die großen darstellenden Werke, mit denen er sich trug, von Jahr zu Jahr verschob. Er klagt schon im Jahre 1910 über »die Unrast der Tätigkeit, die uns unter dem Mantel der Pflichttreue jede Zeit raubt, die schäbigen Flügel zum letzten Fluge zu putzen«. Aber er rastete nimmer. Jahre des Krieges traten dazwischen, in den es den alten Gardeoffizier trieb, und danach legte er sich noch neue Leistungen auf. Wenn er in sehr viele große und kleine Orte als Redner gezogen ist, so trieb ihn dasselbe, was seinem ganzen lehrenden und forschenden Leben die eigene Wärme gab, die leidenschaftliche Liebe zu dem deutschen Vaterlande, zu unserem Preußen und zu seiner Heimat, dem nun geraubten deutschen Weichseltale. Er war kein Politiker und hat das oft ausgesprochen, aber die verlorene Ehre des Vaterlandes brannte tief in seiner Seele. Furchtlos und treu hat er aus jener Liebe heraus die Stimme erhoben, in tiefer Trauer, nicht ohne Leidenschaft, aber nicht niederdrückend, sondern erhebend. Denn weil diese Liebe so heiß war, konnte er sich einen Glauben bewahren, der manchem von uns zu schwinden droht, und um des Glaubens willen verließ ihn auch die holde Treiberin, Trösterin Hoffnung nicht.

Und so hat denn diesen deutschen Mann, diesen ganzen Mann, für uns zu früh, aber doch als einen vollendeten, der Tod angetreten. Freundlich

Digitized by Google

kam er und friedlich und schloß das Auge, dessen Blick über deutsche Berge hinschaute in sonnenbeschienene Ferne.

Das ist die deutsche Treue,
das ist der deutsche Fleiß,
der sonder Wank und Reue
sein Werk zu treiben weiß.

Das Werk hat Gott gegeben;
dem, der es redlich übt,
wird bald sein ganzes Leben
ein Kunstwerk, das er liebt.

Der Vorsitzende schritt hierauf zu den

Verleihungen der Leibniz-Medaille:

Die Akademie pflegt am Leibniz-Tage Männer oder Frauen, welche in jüngster Zeit Hervorragendes für die Wissenschaft geleistet haben, durch die Verleihung der im Jahre 1906 gestifteten Medaille auszuzeichnen, die den Kopf von Leibniz und das Symbol der Akademie trägt. Wir können heute 4 Medaillen verleihen. Zunächst 2 silberne für Verdienste um die Naturwissenschaften:

Hr. Prof. Dr. Henrich Klebahn in Hamburg ist mit einer Reihe vortrefflicher botanischer Arbeiten hervorgetreten, hauptsächlich über Entwicklungsgeschichte und Biologie parasitischer Pilze, insbesondere der wirtwechselnden Rostpilze. Er hat sich auf diesem Gebiete einen großen Ruf erworben; er wurde deswegen schon vor einer Reihe von Jahren, als er noch Oberlehrer in Hamburg war, an erster Stelle zum ordentlichen Professor an der Hochschule für Bodenkultur in Wien vorgeschlagen und erhielt später auf Grund seiner Forschungen seine jetzige Stellung an der Universität Hamburg. Inzwischen hat er auf algologischem Gebiete gearbeitet und sich zuletzt dem komplizierten Oenothera-Problem zugewendet. Alle seine Arbeiten zeichnen sich durch sorgfältige Beobachtung und besonnene Kritik aus, und die Akademie freut sich, seine hervorragenden Leistungen anerkennen zu können.

Ich bitte Hrn. Klebahn, die Medaille in Empfang zu nehmen.

Hr. Cuno Hoffmeister in Sonneberg auf dem Thüringer Walde hat als Autodidakt und Liebhaber der Astronomie begonnen und sich mit eigener Kraft zu einer angesehenen wissenschaftlichen Stellung durchgearbeitet. Etwa 1909 setzte seine Tätigkeit auf dem Gebiete der Meteorastronomie ein, auf dem er im Inlande wie im Auslande heute als Autorität gilt; außerdem betätigte er sich auf dem Gebiete der veränderlichen Sterne. Schon 1919 veröffentlichte die Bayerische Akademie eine seiner Arbeiten. Nach dem Kriege errichtete Hoffmeister auf dem väterlichen Grundstücke eine eigene kleine Sternwarte, und er arbeitete, obwohl durch die Inflation seines Vermögens beraubt, dauernd unter großen Opfern fort, und zwar seit kurzem in einer ihm vom Thürin-

Digitized by Google

gischen Staat und der Stadt Sonneberg auf dem Erbisbühl bei Sonnenberg erbauten Sternwarte. Die Unermüdlichkeit und Opferfreudigkeit des Beobachters lassen in Zukunft weiteren reichen Gewinn für die Wissenschaft erwarten.

Ich bitte Sie, Hr. Hoffmeister, die Leibniz-Medaille in Empfang zu nehmen.

Neben diesen beiden Naturforschern konnte die Akademie die silberne Medaille auch einem Philologen verleihen.

Hr. Privatdozent an der Universität Halle, Dr. Gerhard Moldenhauer, ist Romanist, in erster Linie Vertreter des Spanischen. Die Erforschung der spanischen Kultur auf allen Gebieten, namentlich in Sprache, Geschichte, Recht und Kunst, liegt der Akademie sehr am Herzen; sie hat dafür eine besondere Kommission eingesetzt, unter Leitung des Hrn. Kehr, der soeben wieder auf einer Reise nach Spanien seine tiefeindringenden Urkundenforschungen fortgeführt hat. Die Akademie findet für ihre Bemühungen auch die verständnisvollste und dankenswerteste Unterstützung des vorgeordneten Ministeriums. Hr. Dr. Moldenhauer ist Leiter der Arbeitsstelle des Deutschen Reichs in Madrid. Er hat dieser Organisation Leben und Wirksamkeit gegeben und aus überaus bescheidenen Anfängen in wenigen Jahren ein Institut geschaffen und ausgebaut, das schon jetzt wichtige Dienste für alle Gebiete der Geisteswissenschaften leistet. Er ist der unermüdliche Mittelsmann zwischen uns und den spanischen Gelehrten und ihren wissenschaftlichen Instituten, ein nie ermüdender und kenntnisreicher Ratgeber, dank seiner genauen Kenntnis der Landesverhältnisse und seinen vortrefflichen Beziehungen zur spanischen Gelehrtenwelt. So ist Hr. Moldenhauer einer der verdienstvollsten Pioniere der deutschen Wissenschaft im Auslande. Die Akademie hat allen Anlaß, durch die Verleihung der Leibniz-Medaille an Hrn. Moldenhauer zur Betätigung auf dem Gebiete der spanischen Forschung anzuspornen.

Ich bitte Hrn. Dr. Moldenhauer, die Medaille in Empfang zu nehmen.

Schließlich hat die Akademie auch eine goldene Leibniz-Medaille verleihen können, und zwar an Hrn. Kapitän zur See Spiess, den Leiter der jetzt eben heimgekehrten Meteorexpedition. Vom 16. April 1925 bis zum 2. Juni 1927 war die Deutsche Atlantische Expedition zur Erforschung des südlichen Atlantischen Ozeans unterwegs. Angeregt und vorbereitet war sie von Alfred Merz, der als ihr Leiter auszog, aber schon am 16. August 1925 in Buenos Aires den Anstrengungen, welche er sich zugemutet hatte, viel zu früh für die Wissenschaft erlag. Der wissenschaftliche Stab der Expedition schlug damals vor, den Kommandanten des Schiffes, den damaligen Fregattenkapitän Hrn. Spieß, auch mit der wissenschaftlichen Leitung zu betrauen. Hr. Spieß hat die Expedition, getreu dem im Einzelnen ausgeführten Plane von Alfred Merz, mit größtem Erfolge durchgeführt und große unerwartete Schwierigkeiten überwunden, welche sich namentlich durch das Fehlen der nötigen Kohle herausstellten. Vierzehnmal hat das kleine Schiff den Ozean durchkreuzt, in Tropenhitze und zwischen Eisbergen, oft unter Stürmen. Es kann nach den bisher bekannten Ergebnissen schon heute gesagt werden, daß eine solche Erforschung des Ozeans bisher noch niemals erreicht worden ist. Die Expedition hat in den Küstenländern Südamerikas und Afrikas begeisterte Aufnahme als große Friedenstat der deutschen Marine gefunden und zum ersten Male die deutsche Flagge nach dem Kriege wieder den

Digitized by Google

Auslandsdeutschen nahegebracht. Wenn die Akademie Hrn. Spieß die hohe Auszeichnung der goldenen Leibniz-Medaille verleiht, so dankt sie damit auch der ganzen Expedition, dem wissenschaftlichen und dem militärischen Stabe wie der Besatzung bis auf den letzten Mann, die alle auf engstem Raum über zwei Jahre hingebend und in Gefahren ausgehalten haben. Sie will auch den Ausrüstern der Expedition damit ihren Dank ausdrücken: das ist die Notgemeinschaft deutscher Wissenschaft, die sich um die Expedition hochverdient gemacht hat — ihre im Rahmen des gesamten Reichsetats sehr bescheidenen Mittel dürfen nicht gekürzt werden, wenn nicht solche großen und zahllose kleinere Unternehmungen künftig unterbleiben und angefangene zugrunde gehen sollen, zum Schaden der Wissenschaft und des Vaterlandes; das ist ferner die Reichsmarineverwaltung, die das Schiff mit der militärischen Mannschaft verständnisvoll zur Verfügung gestellt hat. Die Akademie ist hocherfreut, daß die deutsche Marine so bald nach dem Zusammenbruch wieder zu solcher Tat geschritten ist. Wir blicken auf sie wie auf unsere ganze Wehrmacht mit hohem Stolz und mit fester Hoffnung. Mir aber gereicht es zu besonderer Ehre, daß ich Ihnen, Hr. Kapitän zur See Spieß, die goldene Leibniz-Medaille jetzt überreichen kann, als dem Mann, der durch seine menschlichen Eigenschaften, seinen Mut und seine Selbstbeherrschung ebenso wie durch sein wissenschaftliches Können diese gute deutsche Sache zu gutem Ende geführt hat.

Wir stehen am Schluß. Deutsches Pflichtgefühl hat die Mannschaft der Expedition über den Ozean geführt. Deutsches Pflichtgefühl war es auch, welches die beiden Männer beseelt hat, um die wir die erschütternde Totenklage gehört haben. — Gustav Roethe und Karl Holl, auch sie blieben bis zum Tode treu und sind Helden ihrer Wissenschaft. Mit Roethe verbindet die Akademie das besondere Band, daß er 12 Jahre hindurch ihr beständiger Sekretar war und daß er sich den Verwaltungsgeschäften der Akademie mit hingebender Liebe gewidmet hat. Wer Gelegenheit hatte, mit ihm geschäftlich viel zusammen zu arbeiten, und den wurzelechten deutschen Mann dabei lieben gelernt hat, der mußte staunend sehen, wie dieser Mann, der von den Poesien des Mittelalters, von den Geisteswerken Goethes und Richard Wagners erfüllt war, sich der trocknen Geldgeschäfte etwa der Wentzel-Heckmann-Stiftung nimmermüde annahm. Das lag ihm im Grunde gar nicht, und er hat es schonungslos gegen sich selbst doch getan, getrieben von reinem Pflichtgefühl. Die Preußische Akademie wird stets mit tiefem Danke auf Roethes vorbildliche Verwaltungstätigkeit zurückblicken, und seine Preußentreue wird ihr bei der Erfüllung ihrer Aufgaben voranleuchten. Wenn sie dabei das bewährte Gute eisern festhält und mit stets offenen Augen für neue Aufgaben und neue Lagen der Wissenschaft fortschreitet, wird der preußische Adler auch über ihrem Felde wieder zur Sonne steigen, nach dem alten Wahlspruch: cognata ad sidera tendit.

Ausgegeben am 26. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

Digitized by Google

Digitized by Google

VERZEICHNIS
DER VOM 1. DEZEMBER 1926 BIS 30. NOVEMBER 1927 EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

Deutsches Reich.

Berlin

(einschl. Vororte und Potsdam).

Deutsches Archäologisches Institut.

Germania. Korrespondenzblatt der Römisch-Germanischen Kommission. Jahr 10. H. 2. Jahr 11. H. 1. Bamberg 1926–27.

Jahrbuch. Bd 41. H. 3. 4. Bibliogr. Bd 42. H. 1. 2. 1926–27.

Mitteilungen Athenische Abt. Bd 40. H. 3. 4. Bd 41. H. 1–3. Bd 50. 51. Athen 1915–26. — Römische Abt. Bd 40, 3. 4. Bd 41. Rom 1925–26.

Kaiser Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften.

Aus den Forschungen und den Jahresberichten. Berlin 1926. Sonderabdr.

Reichsamt für Landesaufnahme.

Mitteilungen. Jg 2. Nr 3. 4. 1926–27.

Physikalisch-Technische Reichsanstalt.

Wissenschaftliche Abhandlungen. Bd 10. H. 2. 1927.

Die Tätigkeit i. J. 1926. Sonderabdr.

Reichsgesundheitsamt.

Arbeiten. Bd 58. H. 2–4. 1927.

Reichsministerium für Ernährung und Landwirtschaft.

Jahresbericht über die deutsche Fischerei. 1925.

Reichspostministerium.

Deutsche Reichspost. Geschäftsbericht. 1926.

Die Deutsche Reichspost im Okt. 1926–Juni 1927.

Zusammenstellung der Vereinfachungs- u. Sparmaßnahmen. 1927.

Zentraldirektion der Monumenta Germaniae historica.

Neues Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichtskunde. Bd 47. H 1. 2. 1927.

Monumenta Germaniae historica inde ab anno Christi 500 usque ad annum 1500.

Leges. Sect. 1. T. 5. P. 2. Sect. 4. T. 6. P. 1. Fasc. 3. Hannoverae 1926–27.

Scriptores. T. 30. P. 2. Fasc. 1. Lipsiae 1926.

Preußische Akademie der Künste.

Daniel Chodowiecki 1726–1801. Gedächtnis-Ausstellung a. Anl. s. 200. Geburtstages. Okt.–Nov. 1926.

Herbst-Ausstellung. Nov.–Dez. 1926. Nov.–Dez. 1927.

Max Liebermann. 100 Werke des Künstlers z. s. 80. Geburtstage ausgestellt. Juni–Aug. 1927. 2. Aufl. 1927.

Personalstand und Adressenverzeichnis. 1. Okt. 1927.

Hans Thoma 1839–1924. Aus seinem graphischen Werk. Jan.–Febr. 1927.

Landwirtschaftliche Hochschule.

17 akademische Schriften a. d. J. 1925–26.

Technische Hochschule.

Boos r. Zur Rektoratsübergabe. Festrede. [1. 7. 27.] Charlottenburg 1927. Sonderabdr.

Preußisches Geodätisches Institut, Potsdam.

Comptes rendus de la 2me séance de la Commission géodésique baltique réunie à Stockholm. Verhandlungen der in Stockholm abgehaltenen 2. Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission. 1926. Helsinki 1927.

Veröffentlichungen. N. F. Nr 96. 97. Potsdam 1926–27.

Holmgren, Rolf. Internationale Erdmessung. Ein Beitrag zur preuß.-deutsch. Völkerrechtsgeschichte. Potsdam 1927.

Preußisches Meteorologisches Institut.

Veröffentlichungen. Nr 344–46. 348–51. 353. 1926–27.

Preußisches Statistisches Landesamt.

Preußische Hochschulstatistik. Winterhalbj. 1926–27.

Medizinalstatistische Nachrichten. Jg 14. H. 2–4. Jg 15. H. 1. 2. 1927.

Preußische Statistik. H. 278. T. 2. H. 283–88. 1926–27.

Zeitschrift. Jg 66. Abt. 3. 4. Jg 67. Abt. 1. 1926 27.

Preußische Geologische Landesanstalt.

Abhandlungen. N. F. H. 99–102. 1926.

Archiv für Lagerstätten-Forschung. H. 31. 35. 36. 1925–27.

Jahrbuch. Bd 45–47, 1. 1924–26.

Sitzungsberichte. H. 1. 1926.

Digitized by Google

Preußisches Ministerium für Landwirtschaft, Domänen und Forsten.
Statistische Nachweisungen aus dem Gebiete der landwirtschaftlichen Verwaltung von Preußen. Jg 1925.

Zoologisches Museum.
Mitteilungen. Bd 12. H. 2. Bd 13. H. 1. 1926–27.

Astronomisches Recheninstitut.
Berliner Astronomisches Jahrbuch. Jg 154. 1929.

Seminar für Orientalische Sprachen an der Friedrich-Wilhelms-Universität.
Mitteilungen. Jg 26. 27. Abt. 1–3. Jg 28. Jg 29. Abt. 1–3. 1924–26.

Preußische Staatsbibliothek.
Jahresbericht. 1924.
Mitteilungen. 8. 1926.
Beschreibende Verzeichnisse der Miniaturen-Handschriften. Bd 1. 1926.

Universität.
Feier bei der Enthüllung des Denkmals f. d. i. Weltkriege gefallenen Studierenden, Dozenten u. Beamten der Universität am 10. 7. 1926. o. J.
Triepel, Heinrich. Die Staatsverfassung u. die politischen Parteien. Rede am 3. 8. 1927. 1927.

Universitätsbibliothek.
Bericht über die Verwaltung. 1926.

Universitätssternwarte, Babelsberg.
Veröffentlichungen. Bd 5. H. 4. 5. Bd 7. H. 1. 1926–27.
Kleinere Veröffentlichungen. Nr 1. 2. 1926–27.

Statistisches Amt der Stadt Berlin.
Verwaltungsbericht der neuen Stadtgemeinde Berlin. 1. 1920–24. H. 2a. 3. 7.

Nationale Automobil-Gesellschaft, A.-G., Oberschöneweide.
25 Jahre N A G 1901–1926. o. J.

Deutsche Chemische Gesellschaft.
Berichte. Jg 59. Nr 11. 12. Jg 60. Nr 1–9. 1926–27.
Mitglieder-Verzeichnis. 1927.

Deutsche Entomologische Gesellschaft.
Deutsche Entomologische Zeitschrift. Jg 1926. H. 4. 5 [nebst] Beih. Jg 1927. H. 1. 2 [nebst] Beih.
Repertorium entomologicum. Vol. 3. Nr 9–12. Vol. 4. Nr 1–8. 1926–27.

Deutsche Geologische Gesellschaft.
Zeitschrift. Bd 78: Abhandlungen. H. 4. Monatsberichte. Nr 8–12. Bd 79: Abhandlungen. H. 1–3. Monatsberichte. Nr 1–7. 1926–27.

Deutsche Physikalische Gesellschaft u. Deutsche Gesellschaft für technische Physik.
Physikalische Berichte. Jg 7. H. 23–25. Jg 8. H. 1–22. Braunschweig 1926–27.

Gesellschaft der Berliner Freunde der Deutschen Akademie.
Berlinische Forschungen. Bd 1. (1926.)

Gesellschaft Naturforschender Freunde.
Sitzungsberichte. Jg 1925. 1926.

Industrie- und Handelskammer.
Die Industrie- und Handelskammer zu Berlin. 1902–27. (1927.)

Institut zur Förderung der wechselseitigen Kenntnis des geistigen Lebens u. d. öffentl. Einrichtungen in Deutschland u. Japan (Japaninstitut) E.V.
[Festschrift.] (1926.)

Deutsche Wissenschaftliche Kommission für Meeresforschung.
Berichte. N. F. Bd 3. H. 1–4. 1927.
Reibisch, J. Die Verteilung der jungen Plattfische des ersten Jahrgangs a. d. deutschen Ostseeküste i. J. 1925. Kiel 1927. Sonderabdr.

Historische Kommission für die Mark Brandenburg.
Forschungen zur brandenburgischen und preußischen Geschichte. Bd 39. Hälfte 2. Bd 40. Hälfte 1. 1927.

Deutsche Orient-Gesellschaft.
Wissenschaftliche Veröffentlichungen. 50. Leipzig 1927.

Deutscher Seefischerei-Verein.
Mitteilungen. Bd 42. Nr 6–12. Bd 43. Nr 1–10. 1926–27.

Siemens-Konzern.
Wissenschaftliche Veröffentlichungen. Bd 5. H. 3. Bd 6. H. 1. 1927.

Deutsche Studentenschaft.
Bericht über den 9. (8. ordentl.) Deutschen Studententag zu Bonn 31. Juli bis 5. Aug. 1926. 1926.
Nachrichtenblatt der Deutschen Studentenschaft. Jahr 8. F. 3–11. 1926–27.
Tätigkeitsbericht über die Zeit vom 1. Aug. 1926 bis 15. Juli 1927.

Botanischer Verein der Provinz Brandenburg.
Verhandlungen. Jg 68. H. 3. Jg 69. 1926–27.

Forschungen und Fortschritte. Korrespondenzblatt der deutschen Wissenschaft und Technik. Jg 2. Nr 25. 26. Jg 3. Nr 1–33. 1926–27.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Bd 48. Jg 1921–22. H. 7. Bd 49. Jg 1923. H. 1. 1927.

Landwirtschaftliche Jahrbücher. Bd 64. H. 5. 6. Ergbd 2. Bd 65. H. 1–6. Ergbd 1. Bd 66. H. 1–4. Ergbd 1. 1926–27.

Die Naturwissenschaften. Jg 14. H. 48–53. Jg 15. H. 1–47. 1926–27. [Nebst] Beil.: Mitteilungen der Gesellschaft Deutscher Natur-

Digitized by Google

forscher und Ärzte. Jg 3. Nr 12. Jg. 4. Nr 1. 2. 1926-27.
Zeitschrift für Vulkanologie. Bd 10. H. 2-4. 1926-27.

Bonn.

Universitäts-Sternwarte.
Veröffentlichungen. Nr 20. 1927.
Verein von Altertumsfreunden im Rheinlande.
Bonner Jahrbücher. H. 131. 1926.
Naturhistorischer Verein der Preußischen Rheinlande und Westfalens.
Sitzungsberichte. Jg 1926.
Verhandlungen. Jg 83. 1926.

Braunschweig.

Mitteilungen a. d. Geb. der Naturwissenschaften und der Technik. H. 13. 1927.

Bremen.

Wissenschaftliche Gesellschaft.
Schriften.
R. D. Abhandlungen und Vorträge. Jg 1. H. 2-4. Jg 2. H. 1. 1926-27.
R. E. Niederdeutsche Zeitschrift für Volkskunde. Jg 1. H. 2. Jg 2. H. 1. Jg 3. H. 1. 2. Jg 4. H. 1-4. Jg 5. H. 1-3. 1923-27.
Festschrift zum 70. Geburtstage u. 40jähr. Dienstjubiläum des Prof. Dr. H. H. Schauinsland. 1927.
Naturwissenschaftlicher Verein.
Abhandlungen. Bd 26. H. 2. 1927.

Breslau.

Schlesische Gesellschaft für vaterländische Kultur.
Jahresbericht. 98. 99. 1925-26.
Technische Hochschule.
27 akademische Schriften a. d. J. 1925-27.

Darmstadt.

E. Merck's Jahresbericht über Neuerungen auf den Gebieten der Pharmakotherapie und Pharmazie. Jg 39. 1925.

Dresden.

Technische Hochschule.
Die neuen chemischen Institute der Technischen Hochschule in Dresden. Zur Erinnerung a. d. Einweihung am 12. Juni 1926. 1926.
Sächsische Landes-Wetterwarte.
Deutsches Meteorologisches Jahrbuch. Jg 43. 1925.

Frankfurt a. M.

Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft.
Abhandlungen. Bd 40. H. 2. 1927.
Bericht. Bd 56. H. 12. Bd 57. H. 1-7. 1926-27.
Physikalischer Verein.
Jahresbericht. 1919-25.

Freiburg i. Br.

Gesellschaft für Beförderung der Geschichts-, Altertums- und Volkskunde von Freiburg, dem Breisgau und den angrenzenden Landschaften.
Zeitschrift. Bd 39. 40. 1927.
Naturforschende Gesellschaft.
Berichte. Bd 26. H. 2. Bd 27. H. 1. 2. Bd 28. H. 1. 1926-28.

Gießen.

Universität.
Schriften der Hessischen Hochschulen. Universität Gießen. Jg 1924. H. 1-4. Jg. 1925. H. 1-4. Jg 1926. H. 1. 2.

Görlitz.

Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften.
Neues Lausitzisches Magazin. Bd 102. 1926.
Jecht. R. Codex diplomaticus Lusatiae superioris IV. H. 5. 1927.

Göttingen.

Gesellschaft der Wissenschaften.
Abhandlungen. Mathematisch-physikalische Klasse. N. F. Bd 12, 1. 2. Berlin 1927. — Philologisch-historische Klasse. N.F. Bd 19, 2. 3. Bd 20. 1-3. Bd 21. 1. Berlin 1926-27.
Nachrichten. Geschäftliche Mitteilungen. 1925-27. — Mathematisch-physikalische Klasse. 1926. H. 1-3. 1927. H. 1. — Philologisch-historische Klasse. 1926. H. 1-3. 1927. H. 1. Berlin 1926-27.

Halle a. S.

Deutsche Morgenländische Gesellschaft.
Abhandlungen für die Kunde des Morgenlandes. Bd 17. Nr 3. Leipzig 1927.
Zeitschrift. N. F. Bd 6. H. 1. 2. Leipzig 1927.
Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen.
Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd 88. H. 1. 2. 1927.

Hamburg.

Mathematische Gesellschaft.
Mitteilungen. Bd 6. H. 6. 1927.
Deutsche Seewarte.
Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte. Jg 44. Nr 1. 1926.
Deutsches Meteorologisches Jahrbuch. Beobachtungs-System der Deutschen Seewarte. Ergebnisse der Meteorologischen Beobachtungen an 7 bzw. 9 Stationen II. Ordnung. Jg 46. 1927.
Jahresbericht über die Tätigkeit der Deutschen Seewarte. 49. 1926.

Digitized by Google

Mineralogisch-Geologisches Staatsinstitut.
Mitteilungen. H. 8. 9. 1926–27.
Zoologisches Staatsinstitut und Zoologisches Museum.
Mitteilungen. Bd 42. 1926.
Universität.
Abhandlungen aus dem Gebiet der Auslandskunde. Bd 23 [nebst] Atl. 1926.
Weygandt, W. Die Universität Hamburg in Wort und Bild. (1927).
Verein für Hamburgische Geschichte.
Hamburgische Geschichts- und Heimatblätter. Jg 1. Nr 4. Jg 2. Nr 1–3. 1926–27.
Naturwissenschaftlicher Verein.
Verhandlungen. F. 4. Bd 2. H. 2–4. 1925.
Verwaltungsbehörden.
Jahresbericht. 1926.
Bibliothek Warburg.
Studien. 8. 10. 13. 1927.
Vorträge. 1924–25.
Hamburgisches Welt-Wirtschafts-Archiv.
Jahresbericht. 1925. 1926.

Hannover.

Technische Hochschule.
10 akademische Schriften a. d. J. 1927.

Heidelberg.

Heidelberger Akademie der Wissenschaften.
Abhandlungen. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Abh. 13. 14. 1926–27. — Philosophisch-historische Klasse. Abh. 7. 1927.
Sitzungsberichte. Jahresheft. 1926–27. — Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Jg 1926. Abh. 10–13. Jg 1927. Abh. 1–7. 9–11. — Philosophisch-historische Klasse. Jg 1926–27. Abh. 1–5.
Gesellschaft der Freunde der Universität und Historisch-Philosophischer Verein.
Neue Heidelberger Jahrbücher. N. F. Jahrbuch 1927.
Badische Landes-Sternwarte.
Veröffentlichungen. Bd 8. Nr 4–6. Bd 9. 1926.

Homburg v. d. H.

Saalburg-Museum.
Jacobi, H[einrich]. Führer durch die Saalburg und ihre Sammlungen. 11. Aufl. 1927.

Jena.

Universität.
116 akademische Schriften a. d. J. 1925–27.

Kiel.

Institut für Weltwirtschaft und Seeverkehr.
Harms, Bernhard. Das Institut für Weltwirtschaft und Seeverkehr an der Universität Kiel. [1927.]
Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und Biologische Anstalt auf Helgoland.
Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen. N. F. Bd 15. Abt. Helgoland. H. 3. 1926.
Sternwarte.
Publikationen. 15. 16. 1927.
Universität.
150 akademische Schriften a. d. J. 1924–26.
Astronomische Nachrichten. Bd 227–29. 1926–27.

Köln.

Universität.
25 akademische Schriften a. d. J. 1924–27.

Königsberg i. Pr.

Gelehrte Gesellschaft.
Schriften. Geisteswissenschaftl. Klasse. Jahr 2. H. 1–5 [nebst] Jahresbericht 2. Jahr 3. H. 1–3 [nebst] Jahresbericht 3. 1925–26. — Naturwissenschaftl. Klasse. Jahr 2. H. 1–7 [nebst] Jahresbericht 2. Jahr 3. H. 1–6 [nebst] Jahresbericht 3. 1925–26.
Physikalisch-Ökonomische Gesellschaft.
Schriften. Bd 65. H. 1. 2. 1926–27.
Altertumsgesellschaft Prussia.
Prussia. H. 26. 1922–25.
Universität.
112 akademische Schriften a. d. J. 1921–26.

Leipzig.

Sächsische Akademie der Wissenschaften.
Abhandlungen. Math.-phys. Klasse. Bd 38. No 4. Bd 39. No 7. 1921–27.
Berichte über die Verhandlungen. Math.-phys. Klasse. Bd 78. H. 3–5. 1926. — Phil.-hist. Klasse. Bd 78. H. 3. 4. 1927.
Deutsche Bücherei.
Jahresbericht. 13. 1925–26.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung.
Jahresbericht. Bd 35. H. 9–12. Bd 36. H. 1–12. 1926–27.
Archiv für Papyrusforschung und verwandte Gebiete. Hrsg. von Ulrich Wilcken. Bd 8. H. 3. 4. 1927.
Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen. Jg 58. H. 1–8. 1927.

Leopoldshall-Staßfurt.

Kali-Forschungs-Anstalt G. m. b. H.
Mitteilungen. 56–59. 1927.

Lübeck.

Stadtbibliothek.
Bericht über die Verwaltung des staatlichen öffentlichen Büchereiwesens. 1925–26.
Veröffentlichungen. St. 4. T. 1. 1927.

Digitized by Google

Verein für Lübeckische Geschichte und Altertumskunde.
Mitteilungen. H. 14. Nr 10. 1926.
Zeitschrift. Bd 24. H. 1. 1927.

Marburg.

Gesellschaft zur Beförderung der gesamten Naturwissenschaften.
Sitzungsberichte. Bd 61. Jg 1926.

München.

Bayrische Akademie der Wissenschaften.
Abhandlungen. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Bd 30. Abh. 9 [nebst] Kt. Bd 31. Abh. 1–3. 1926–27. — Philosophisch-philologische und historische Klasse. Bd 32. Abh. 3–5. 1926–27.
Jahrbuch. 1925. 1926.
Sitzungsberichte. Mathematisch-physikalische Klasse. Jg 1926. H. 1–3. Jg 1927. H. 1. — Philosophisch-philologische und historische Klasse. Jg 1926. Abh. 2–4 [nebst] Schlußh.
Heisenberg, August. Dialekte und Umgangssprache im Neugriechischen. Festrede z. Feier d. 159. Stiftungstages 1918. 1918.
Sandberger, Adolf. Orlando di Lasso u. d. geistigen Strömungen seiner Zeit. Festrede z. Feier d. 165. Stiftungstages 1924. 1926.
Vossler, Karl. Realismus in der spanischen Dichtung der Blütezeit. Festrede z. Feier d. 167. Stiftungstages 1926. 1926.
Wilkens, Alexander. Hugo von Seeligers wissenschaftliches Werk. Festrede z. Feier d. 168. Stiftungstages 1927. 1927.
Akademie zur wissenschaftlichen Erforschung und zur Pflege des Deutschtums. Deutsche Akademie.
Mitteilungen. H. 8–16. 1926–27.
Universität.
Die wissenschaftlichen Anstalten der Ludwig-Maximilians-Universität zu München. 1926.
Doeberl, M. König Ludwig I., der zweite Gründer der Ludwig-Maximilians-Universität. Festschrift. 1926.
Archiv für Hygiene. Bd 97. H. 5–8. Bd 98. H. 1–5. 1926–27.
Archiv für Rassen- und Gesellschafts-Biologie. Bd 18. H. 4. Bd 19. H. 1–4. 1926–27.
Zeitschrift für Biologie. Bd 85. H. 3–6. Bd 86. H. 1–5. 1926–27.

Nürnberg.

Germanisches Nationalmuseum.
Anzeiger. Jg 1924–25.

Regensburg.

Historischer Verein von Oberpfalz und Regensburg.
Verhandlungen. Bd 77. 1927.

Stuttgart.

Technische Hochschule.
Programm. 1927–28.
Württembergische Kommission für Landesgeschichte.
Württembergisch Franken. N. F. 11–14. 1914–27.
Württembergische Vierteljahrshefte für Landesgeschichte. N. F. Jg 32. 1925–26.
Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg.
Jahreshefte. Jg 82 [nebst] Beil. 1926.

Tübingen.

Württembergische Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften.
Tübinger naturwissenschaftliche Abhandlungen. H. 1. 2. Aufl. H. 10. 1926–27.
Jahresbericht. 1922–26.
Universität.
Haller, Johannes. Die Anfänge der Universität Tübingen 1477–1537. Zur Feier d. 450 jähr. Bestehens d. Universität. Stuttgart 1927.
Schleich, Gustav. Die Augenheilkunde in Württemberg, eine historische Skizze. Der Medizin. Fakultät d. Universität Tübingen gewidmet z. 450 jähr. Jubiläum 1927. Stuttgart 1927.

Wiesbaden.

Nassauischer Verein für Naturkunde.
Jahrbücher. Jg 78. 1926.

Würzburg.

Historischer Verein von Unterfranken und Aschaffenburg.
Archiv. Bd 66. 1927.
Jahresbericht. 1926.

Preußisches Historisches Institut, Rom.
Quellen und Forschungen aus italienischen Archiven und Bibliotheken. Bd. 18. 1926.

Unternehmungen der Akademie und ihrer Stiftungen.

Burdach, Konrad. Vom Mittelalter zur Reformation. Forschungen zur Geschichte der deutschen Bildung. Im Auftr. d. Preußischen Akademie der Wissenschaften hrsg. Bd 5. Berlin 1926.

Corpus medicorum Graecorum anspiciis Academiarum associatarum ed. Academiae Berolinensis Havniensis Lipsiensis. I, 1. Hippocratis Opera ed. J. L. Heiberg [u. a.]. IV. Soranus ed.

Digitized by Google

Joannes Ilberg. VI. 3. Oribasii Synopsis ad Eustathium libri ad Eunapium ed. Joannes Raeder. Lipsiae et Berolini 1926–27.

Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Hrsg. im Auftr. der Akademien der Wissenschaften zu Berlin, Göttingen, Heidelberg, Leipzig, München und Wien. Bd 1. T. 1. 2. Bd 2. T. B. H. 7. Bd 3. T. 3. H. 1 3. 7. Bd 6. T. 2 B. H. 2. Leipzig 1898–1927.

Politische Correspondenz Friedrichs des Großen. Hrsg. von der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Bd 40. Bearb. von Gustav Berthold Volz. Leipzig 1928.

Geschichte des Fixsternhimmels enthaltend die Sternörter der Kataloge des 18. u. 19. Jahrhunderts. Hrsg. von der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Abt. 1. Bd 5. 6. Karlsruhe 1926–27.

Deutsches Biographisches Jahrbuch. Hrsg. vom Verbande der deutschen Akademien. Bd 3. 1921. Stuttgart; Berlin; Leipzig 1927.

Inscriptiones graecae consilio et auctoritate Academiae Litterarum Borussicae editae. Vol. II. Fasc. 3. Tabulae. Ed. minor. Vol. 2. 3. P. 2. Fasc. 1. Berolini 1927.

Gottfried Wilhelm Leibniz' sämtliche Schriften und Briefe. Hrsg. von der Preußischen Akademie der Wissenschaften. R. 2. Philosophischer Briefwechsel. Bd 1. Darmstadt 1926. Ex. Nr 7.

[Berlin.] Deutsche Literaturzeitung für Kritik der internationalen Wissenschaft. Hrsg. vom Verbande der deutschen Akademien der Wissenschaften (Berlin, Göttingen, Heidelberg, Leipzig, München, Wien). N. F. Jg 3. H. 49–52. Jg 4. H. 1–48. Berlin 1926–27.

Nomenclator animalium generum et subgenerum. Im Auftr. der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin hrsg. Bd 1. Lfg 5. Bd 2. Lfg 6. 7. Berlin 1926–27.

Jean Pauls Sämtliche Werke. Historisch-kritische Ausg. Hrsg. von der Preußischen Akademie der Wissenschaften in Verb. mit der Akademie zur wissenschaftl. Erforschung und zur Pflege des Deutschtums u. d. Jean-Paul-Gesellschaft. Abt. 1. Bd 1. 2. Hrsg. von Eduard Berend. Weimar 1927.

Das Pflanzenreich. Regni vegetabilis conspectus. Im Auftr. der Preußischen Akademie der Wissenschaften hrsg. von A. Engler. H. 89. 90. Leipzig 1927.

Deutscher Sprachatlas auf Grund des von Georg Wenker begründeten Sprachatlas des Deutschen Reichs und mit Einschluß von Luxemburg in vereinf. Form bearb. i. d. Zentralstelle für den Sprachatlas des deutschen Reichs und deutsche Mundartenforschung unter Leitung von Ferdinand Wrede. Lfg 1. Marburg (Lahn) 1926.

Deutsche Texte des Mittelalters hrsg. von der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Bd 26. Berlin 1927.

Thesaurus linguae Latinae editus auctoritate et consilio Academiarum quinque Germanicarum Berolinensis Gottingensis Lipsiensis Monacensis Vindobonensis. Vol. 6. Fasc. 8. Lipsiae 1927.

Das Tierreich. Eine Zusammenstellung und Kennzeichnung der rezenten Tierformen. Begründet von der Deutschen Zoologischen Gesellschaft. Im Auftr. der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin hrsg. von R. Hesse. Lfg 50. Berlin u. Leipzig 1927.

Rheinisches Wörterbuch. Im Auftr. der Preußischen Akademie der Wissenschaften, der Gesellschaft für Rheinische Geschichtskunde und des Provinzialverbandes der Rheinprovinz ... hrsg. von Josef Müller. Bd 1. Lfg 11–13. Bonn 1927.

Wörterbuch der ägyptischen Sprache. Im Auftrage der deutschen Akademien hrsg. von Adolf Erman und Hermann Grapow. Lfg 3. Leipzig 1927.

Hermann-und-Elise-geb.-Heckmann-Wentzel-Stiftung.

Beiträge zur Flora von Papuasien. Hrsg. von C. Lauterbach. Ser. 14. Leipzig 1927.

Von der Akademie unterstützte Werke.

Arnim, Maximilian. Index verborum a Philone Byzantio in mechanicae syntaxis libris quarto quintoque adhibitorum. Lipsiae 1927.

Euler, Leonhard. Opera omnia. Sub auspiciis Societatis Scientiarum naturalium Helveticae edenda cur. F. Rudio, A. Krazer [u. a.]. Ser. 1. Vol. 15. Lipsiae et Berolini 1927.

Grimm, Jacob u. Wilhelm Grimm. Briefwechsel mit Karl Lachmann. Im Auftr. u. mit Unterstützung der Preußischen Akademie der Wissenschaften hrsg. von Albert Leitzmann. Lfg 7. S. Jena 1927.

Lehmann-Haupt, C. F. Armenien einst und jetzt. Bd 2. Hälfte 1. Berlin u. Leipzig 1926.

Louis, H. Karte des Piringebirges in Bulgarien. o. O. u. J.

Digitized by Google

Schiefferdecker. Paul. Neue Untersuchungen über den feineren Bau und die Kernverhältnisse des Zwerchfells sowie über die Art der Entwicklung der verschiedenen Muskeln. Leipzig 1926. Sonderabdr.

Schmiedeknecht, Otto. Opuscula Ichneumonologica. Fasc. 44. Blankenburg i. Thür. 1927.

Schoy, Carl. Die trigonometrischen Lehren des persischen Astronomen Abu'l-Raihân Muh. Ibn Ahmad Al-Birûni. Dargest. nach Al-Qânûn Al-Mas'ûdi. Nach d. Tode d. Verf. hrsg. von Julius Ruska u. Heinrich Wieleitner. Hannover 1927.

Schulten. Adolf. Numantia. Die Ergebnisse der Ausgrabungen 1905–12. Bd 3. Text. Taf. München 1927.

Stoll. Adolf. Der junge Savigny. Berlin 1927.

Tobler-Lommatzsch. Altfranzösisches Wörterbuch. Adolf Toblers nachgel. Materialien bearb. u. mit Unterstützung der Preußischen Akademie der Wissenschaften hrsg. von Erhard Lommatzsch. Lfg 10. 11. Berlin 1926–27.

Bieberbach, Ludwig. Einführung in die konforme Abbildung. 2. neubearb. Aufl. Berlin u. Leipzig 1927. (Sammlung Göschen. 768.)

[— — —.] Enriques. Federigo. Zur Geschichte der Logik. Deutsch von L[udwig] Bieberbach. Leipzig u. Berlin 1927. (Wissenschaft und Hypothese. 26.)

— —. Investigaciones sobre la representación conforme. Madrid 1926.

— — —. Lehrbuch der Funktionentheorie. Bd 2. Leipzig; Berlin 1927.

—. Hilberts Satz über Flächen konstanter negativer Krümmung. Uppsala 1926. Sonderabdr.

— — — —Theorie der Differentialgleichungen. 2. neubearb. Aufl. Berlin 1926. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. Bd 6.)

Bodenstein, Max. Analyse der Zeitgesetze zusammengesetzter chemischer Reaktionen. Leipzig 1927. Sonderabdr.

— [u. a.]. Die Dissoziation der Wasserstoffmolekel. Leipzig 1926. Sonderabdr.

— — — — [u. a.]. Das Gleichgewicht $J_2 + Br_2 \rightleftarrows 2\,J\,Br$. Leipzig 1926. Sonderabdr.

— [u. a.]. The Influence of water on the combination of the halogens with hydrogen. [Easton] 1927. Sonderabdr.

— —. Der Mechanismus photochemischer Reaktionen. Leipzig 1926. Sonderabdr.

—. Oxydation von Phosphordämpfen bei niedrigen Drucken. Berlin 1927. Sonderabdr.

—. [u. a.] Thermochemische Untersuchungen an Gasreaktionen. I. Leipzig 1926. Sonderabdr.

—. Versuch einer Theorie der katalytischen Ammoniakverbrennung. Berlin 1927. Sonderabdr.

— —. Die Zersetzung des Jodwasserstoffs im Licht. Leipzig 1926. Sonderabdr.

Bolte, Johannes. Robert Gragger†. Berlin 1925 26. Sonderabdr.

[—.] Briefwechsel zwischen Jacob Grimm und Karl Goedeke hrsg. von Johannes Bolte. Berlin 1927.

[— —.] Drei Schauspiele vom sterbenden Menschen. Hrsg. von Johannes Bolte. Leipzig 1927. (Bibliothek des Literarischen Vereins in Stuttgart. Publikation 269/270.)

— —. Der Hallische Stiefelknechtgalopp, ein Tanzlied aus der Biedermeierzeit. Berlin 1926. Sonderabdr.

— — —. Schöppenstedter Streiche. Ein verschollenes Spandauer Lied. Berlin 1925–26. Sonderabdr.

— — — — —. Sechs steirische Volkslieder. [Wien] 1927. Sonderabdr.

—. Wo mag denn wohl mein Christian sein [u. a.]. Berlin 1927. Sonderabdr.

Brackmann. Albert. Germania pontificia. Vol. 2. P. 2. Berolini 1927. (Kehr: Regesta pontificum Romanorum.)

Branca, [Wilhelm]. Das bisherige Ergebnis der Rieshypothesen. [Stuttgart] 1927. Sonderabdr.

Burdach, Konrad. Die Kulturbewegung Böhmens und Schlesiens an der Schwelle der Renaissance. Stuttgart 1926. Sonderabdr.

—. Namen- und Sachregister zu Vorspiel I, 1. 2 u. II. Halle a. S. 1927.

Carathéodory, Constantin. Vorlesungen über reelle Funktionen. 2. Aufl. Leipzig u. Berlin. 1927.

Correns, Carl. Über Fragen der Geschlechtsbestimmung bei höheren Pflanzen. [Berlin] 1926. Sonderabdr.

— —. Merkmal und Erbanlage. Berlin [1926]. Sonderabdr.

—. Genetische Untersuchungen an Lamium amplexicaule L. I. [Leipzig] 1926. Sonderabdr.

—. Genetische Untersuchungen an Lamium amplexicaule L. II und III. [Leipzig] 1926. Sonderabdr.

Digitized by Google

Dilthey, Wilhelm. Gesammelte Schriften. Bd 3. 7. Leipzig u. Berlin 1927.

Ehrismann, Gustav. Geschichte der deutschen Literatur bis zum Ausgang des Mittelalters. T. 2. Abschn. 2. Hälfte 1. München 1927.

[Fabricius, Ernst.] Der obergermanisch-raetische Limes des Römerreiches. Im Auftr. d. Reichs-Limeskommission hrsg. unter Mitw. von Friedrich Leonhard von Ernst Fabricius. Lfg 44. Leipzig 1926.

Ficker, Heinrich von. Klimatologische Bemerkungen über Turkestan. [Leipzig 1926.] Sonderabdr.

———. Über die Entstehung großer Temperaturdifferenzen zwischen Alpen und Lindenberg. Berlin 1926.

———. Häufigkeit von Temperaturdifferenzen bestimmter Größe zwischen Alpen und Norddeutschland in den Höhen von 1000 und 3000 m. Braunschweig 1926. Sonderabdr.

———. Richtung von Wind und Wolken auf Teneriffa. Wien 1926. Sonderabdr.

———. Temperatur und vertikale Temperaturabnahme auf Teneriffa. [Berlin] 1926. Sonderabdr.

———. Vertikale Temperaturgradienten im Gebirge. Berlin 1926. Sonderabdr.

———. Temperaturunterschied zwischen Alpen und Lindenberg in einer Höhe von 1000 und 3000 m. München; Leipzig 1926. Sonderabdr.

———. Der Vorstoß kalter Luftmassen nach Teneriffa. Berlin 1926.

Franke, Otto. Die prähistorischen Funde in Nord-China und die älteste chinesische Geschichte. Berlin 1926. Sonderabdr.

Goldschmidt, Adolph. Die Elfenbeinskulpturen aus der romanischen Zeit. Bd 4. Text. Taf. Berlin 1926.

Griffith, Francis Llewellyn. Oxford Excavations in Nubia. 49–55. [Liverpool] o. J. Sonderabdr.

———. The Teaching of Amenophis the son of Kanakht. Papyrus B. M. 10474. London 1926. Sonderabdr.

Guthnick, Paul. Fotocellens Anvendelser i Astronomien. København 1926. Sonderabdr.

——— u. R. Prager. Drei neue Bedeckungsveränderliche. Kiel 1926. Sonderabdr.

——— — ———. Benennung von neu entdeckten veränderlichen Sternen. Kiel 1926. Sonderabdr.

——— — ———. Benennung von veränderlichen Sternen. Kiel 1926. Sonderabdr.

——— — ———. Genäherte Elemente der im B Z 1926, Nr 23 angezeigten Veränderlichen. Kiel 1926. Sonderabdr.

———. Die 27. Generalversammlung der Astronomischen Gesellschaft in Kopenhagen vom 16. bis 20. August 1926. Leipzig 1926. Sonderabdr.

———. Jahresbericht der Sternwarte Berlin-Babelsberg. 1925. Leipzig 1926. Sonderabdr.

——— u. R. Prager. Drei neue Veränderliche. Kiel 1926. Sonderabdr.

——— — ———. Vier neue Veränderliche vom RR Lyrae-Typus. Kiel 1926. Sonderabdr.

——— — ———. Neuer Veränderlicher 27. 1925 Bootis. Kiel 1926. Sonderabdr.

Haberlandt, Gottlieb. Zur Embryologie und Cytologie von Allium odorum L. [Berlin] 1926. Sonderabdr.

———. Friedrich Haberlandt. Zu seinem 100. Geburtstag. Wien 1926. Sonderabdr.

———. Zelle und Elementarorgan. [Leipzig] 1925. Sonderabdr.

Hahn, Otto u. Otto Erbacher. Über die Einheitlichkeit des Zerfalls und die Halbwertszeit des Mesothor 2. [Leipzig] 1926. Sonderabdr.

———. Über die neuen Fällungs- und Adsorptionssätze und einige ihrer Ergebnisse. Berlin 1926. Sonderabdr.

———. Gesetzmäßigkeiten bei der Fällung und Adsorption kleiner Substanzmengen und ihre Beziehung zur radioaktiven Fällungsregel. Berlin; Leipzig 1926. Sonderabdr.

Heider, Karl. Die Zoologische Station in Neapel. Berlin 1926. Sonderabdr.

Hellmann, Gustav. Zur Geschichte der Wettervorhersage in Kalendern. Leipzig 1927. Sonderabdr.

———. Über Hagelabwehr. Leipzig 1927. Sonderabdr.

———. Starkregen in Norwegen. [Braunschweig 1926.] Sonderabdr.

Hesse, Richard. Über Grenzen des Wachstums. Jena 1927.

Heusler, Andreas. Deutsche Versgeschichte. Bd 2. Berlin u. Leipzig 1927.

Heymann, Ernst. Gutachten in Sachen der Kontokorrentgeschäfte der deutschen Sparkassen. Berlin 1926.

———. Englisches Recht. Berlin u. Leipzig o. J. Sonderabdr.

Digitized by Google

Hintze, Otto. Troeltsch und die Probleme des Historismus. [München u. Berlin 1927.] Sonderabdr.
Hofmann, Karl Andreas [u. a.]. Die Bestimmung von Perchlorat im Chile-Salpeter auf Grund der Fällung von Methylenblau. Berlin; Leipzig 1925. Sonderabdr.
——— u. Ulrich Hofmann. Einwirkung von molekularem Sauerstoff und Wasserstoff auf Natriumazid. Berlin 1926. Sonderabdr.
——— — ———. Der Glanzkohlenstoff als Anfang der schwarzen krystallinen Kohlenstoffreihe. Berlin 1926. Sonderabdr.
——— [u. a.]. Oxydation von gebundenem Stickstoff zu Salpeter bei niederen Temperaturen und Reduktion von Salpeter zum Cyanid. Berlin; Leipzig 1926. Sonderabdr.
Jaeger, Werner. Aristotle's Metaphysics. A rev. text with introduction a. commentary by W. D. Ross. 1924. London; New York 1925. Sonderabdr.
———. Aristotle's Verses in praise of Plato. London; New York 1927. Sonderabdr.
Johnsen, Arrien. Form und Brillanz der Brillanten. [Stuttgart] 1926. Sonderabdr.
———. Mineralogie und Höheres Lehramt in Preußen. Jena 1926. Sonderabdr.
———. Zur Optik der Brillanten. [Berlin] 1926. Sonderabdr.
Kehr, Paul. Harry Bresslau. Ein Nachruf. o. O. u. J.
Keibel, Franz. Zur Entwicklungsgeschichte des Vorderdarmes und des Pankreas beim Bachneunauge [Lampetra (Petromyzon) planeri] und beim Flußneunauge [Lampetra (Petromyzon) fluviatilis]. Leipzig 1927. Sonderabdr.
Konow, Sten. Hinduismen: Det religiösa livet i Indien. D. 1. 2. Stockholm 1927. (Natur och kultur. 8, 1. 2.)
Laue, Max von. Der Einfluß der Temperatur auf die Röntgenstrahlinterferenzen. Leipzig 1926. Sonderabdr.
———. Aus Newtons Optik. Berlin 1927. Sonderabdr.
Ludendorff, Hans. Untersuchungen über veränderliche Sterne. 8. [Kiel] 1926. Sonderabdr.
Marcks, Erich. Auf- und Niedergang im deutschen Schicksal. Berlin 1927.
Mewaldt, Johannes. Die geistige Einheit Epikurs. Halle a. S. 1927.
Partsch, Josef. Juristische Urkunden der Ptolemäerzeit. Mit e. Vorwort u. e. Anh. hrsg. von Ulrich Wilcken. Heidelberg 1927.
Penck, Albrecht. Die Bonitierung der Erdoberfläche. Berlin 1925. Sonderabdr.
———. Deutschland als geographische Gestalt. [Halle a. S.] 1926. Sonderabdr.
———. Erich v. Drygalski: Ozean und Antarktis. [Berlin] 1926. Sonderabdr.
———. Die Erfüllung der Erde mit Menschen. o. O. 1926. Sonderabdr.
———. Geographie und Geschichte. Leipzig; Berlin 1926. Sonderabdr.
———. Alfred Merz. Berlin o. J. Sonderabdr.
———. Alfred Merz. Gedenkworte. Berlin 1926. Sonderabdr.
———. Alfred Merz und die »Meteor«-Expedition. Berlin [1926]. Sonderabdr.
———. Die Tschechoslowakei nach Hugo Hassinger. Berlin 1926. Sonderabdr.
Petersen, Julius. Gustav Roethe. Ansprache bei der Trauerfeier des Ostbundes am 10. Okt. 1926 in der Neuen Aula der Universität Berlin. Leipzig o. J.
Planck, Max. Physikalische Gesetzlichkeit im Lichte neuerer Forschung. Berlin 1926. Sonderabdr.
Radloff, W. Opyt slovarja tjurkskich narěčij. Versuch eines Wörterbuches der Türk-Dialecte. Bd 1–4. Sanktpeterburg 1893–1911.
Roethe, Gustav. Deutsche Reden. Leipzig [1927].
Rostovtzeff, M[ichael]. Inlaid Bronzes of the Han Dynasty. Paris and Brussels 1927.
Rubner, Max. Ernährung bei Leibesübungen. Jena 1926. Sonderabdr.
———. Die Luftcalorimetrie. Berlin u. Wien o. J. Sonderabdr.
———. Die Mitarbeit von Reichsgesundheitsamt und Reichsgesundheitsrat an der Wohlfahrt des deutschen Volkes in den letzten 50 Jahren. Leipzig 1926. Sonderabdr.
———. Über die Wichtigkeit der Lipoidstoffe und ihre Beziehungen zum Haushalt der Zelle. Berlin o. J. Sonderabdr.
[u. a.]. Praktische Winke für die Ernährung. Berlin 1926.
Sars, Georg Ossian. An Account of the crustacea of Norway. Vol. 9. P. 13. 14. Bergen 1926.
Schäfer, Dietrich. Österreich, Preußen, Deutschland. Geschichte in großdeutscher Beleuchtung. Berlin 1926. 2 Sonderabdr.
Schuchhardt, Carl. Die Etrusker als altitalisches Volk. [Leipzig] 1925. Sonderabdr.
———. Neue kelto-germanische Fragen. Das indogermanische Urvolk. Dortmund o. J. Sonderabdr.

Digitized by Google

Schuchhardt, Carl [u. a.]. Der Angrivarisch-Cheruskische Grenzwall und die beiden Schlachten d. J. 16 n. Chr. zwischen Arminius und Germanicus. [Leipzig] 1926. Sonderabdr.

. Witzen und Starzeddel, zwei Burgen der Lausitzer Kultur. [Leipzig] 1926. Sonderabdr.

Sering, Max. Internationale Preisbewegung und Lage der Landwirtschaft in den außertropischen Ländern. Berlin 1927.

Spranger, Eduard. Das deutsche Bildungsideal der Gegenwart in geschichtsphilosophischer Bedeutung. [1. 2.] Leipzig 1925 u. o. J. Sonderabdr.

. Der deutsche Klassizismus und das Bildungsleben der Gegenwart. Erfurt 1927.

. Pestalozzi. Gedenkrede, gehalten auf Einladung der Universität Zürich am 18. Februar 1927. Leipzig [1927]. Sonderabdr.

[.] Pestalozzi. Sämtliche Werke hrsg. von Artur Buchenau, Eduard Spranger, Hans Stettbacher. Bd 1. 2. Berlin u. Leipzig 1927.

[.] Pestalozzi-Studien. Hrsg. von Artur Buchenau, Eduard Spranger, Hans Stettbacher. Bd 1. Berlin u. Leipzig 1927.

. Psychologie des Jugendalters. 8. durchges. Aufl. Leipzig 1927.

. Ψυχολογία τῆς ἐφηβικῆς ἡλικίας. Μετάφρασις Ν. Ι. Λουζάρι. Ἀθῆναι 1926.

. Friedrich Wieser †: Das Gesetz der Macht. Jena 1826. Sonderabdr.

Stern, Alfred. Abriß einer Geschichte der demokratischen Ideen in den letzten vier Jahrhunderten. Zürich u. Leipzig 1927.

. Der Einfluß der französischen Revolution auf das deutsche Geistesleben. Stuttgart u. Berlin 1928.

Stumpf, Carl. Sprachlaute und Instrumentalklänge. Berlin 1926. Sonderabdr.

Stutz, Ulrich. Ratgeber für das Studium der Rechtswissenschaft an der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin. 2. Aufl. Berlin 1927.

Teutsch, Friedrich. Zur Geschichte der Kirchen- und Schulautonomie in Siebenbürgen. Hermannstadt o. J. Sonderabdr.

. Geschichte der Siebenbürger Sachsen. Bd 2 4. Hermannstadt 1907-26.

. Georg Daniel Teutsch. Geschichte seines Lebens. Hermannstadt 1909.

Wagner, Karl Willy. Die wissenschaftlichen Grundlagen des Rundfunkempfangs. Berlin 1927.

. Der Satz von der wechselseitigen Energie. [Berlin] 1925.

Warburg, Emil, u. W. Rump. Über die Bildung von Ammoniak aus den Elementen durch stille Entladungen in Siemensschen Röhren. Berlin 1926. Sonderabdr.

– – . Über die stille Entladung von Gasen. Berlin o. J. Sonderabdr.

– – – . Funkenentladung. Berlin o. J. Sonderabdr.

Wenger, Leopold. Abriß des römischen Zivilprozeßrechts. o. O. u. J. Sonderabdr.

. Praetor und Formel. München 1926. Sonderabdr.

– – . Der heutige Stand der römischen Rechtswissenschaft. Erreichtes und Erstrebtes. München 1927. (Münchener Beiträge zur Papyrusforschung u. antiken Rechtsgeschichte. H. 11.)

Wiegand, Theodor. Neue archaische Bildwerke in der Skulpturensammlung (der Berliner Museen). Berlin 1927. Sonderabdr.

. Der Pergamon-Altar und sein Haus. Berlin 1927. Sonderabdr.

[Wilamowitz-Moellendorff, Ulrich von.] Aristophanes Lysistrate erkl. von Ulrich von Wilamowitz-Moellendorff. Berlin 1927.

. Das Homerische Epos. Vortrag gehalten im Ferienkurs der Preußischen Museen. Berlin 1927.

. Die Heimkehr des Odysseus. Neue Homerische Untersuchungen. Berlin 1927.

Wilcken, Ulrich. Zu den »Syrischen Göttern«. Tübingen 1927.

. Bernhard P. Grenfell †. Berlin 1926. Sonderabdr.

. Urkunden der Ptolemäerzeit (Ältere Funde). Bd 1. Lfg 4. Berlin u. Leipzig 1927.

Adam, Margarete. Die intellektuelle Anschauung bei Schelling in ihrem Verhältnis zur Methode der Intuition bei Bergson. Patschkau 1926. Hamburg. Phil. Diss.

Apstein, Carl. 34 Sonderabdr. a. d. J. 1890–1924.

Bechterew, P. Analytische Untersuchung des verallgemeinerten Hookeschen Gesetzes. Anwendung der Methode der Koordinatentransformation. Leipzig 1925. Sonderabdr.

. Analytische Untersuchungen des verallgemeinerten Hookeschen Gesetzes. Anwendung der Lehre v. d. potentiellen Energie u. d. Prinzip d. minimalen Arbeit. Leipzig 1927. Sonderabdr.

Behrend, Fritz. Geschichte der deutschen Philologie in Bildern. Marburg 1927.

Butler, Nicholas Murray. Der Aufbau des amerikanischen Staates. Berlin [1927].

Digitized by Google

Danmar, William. Geist-Erkenntnis. Empirisch-wissenschaftliche Erklärung der Geisterwelt. Leipzig 1925.

Im Dienste der Wahrheit. Zum Abschluß der Aktenpublikation des Auswärtigen Amtes. Die große Politik der europäischen Kabinette 1871–1914. (Berlin 1927.)

Erman, Wilhelm. Paul Erman. Ein Berliner Gelehrtenleben 1764–1851. Berlin 1927.

Fischer, V[ictor]. Die Berechnung der Unveränderlichen zur Bestimmung von Dampfspannungs- und Schmelzkurven. Berlin 1927. Sonderabdr.

Flügel, H. Bremens Schiffs- und Güterverkehr i. J. 1926. Bremen 1927. Sonderabdr.

Gaebler, Hugo. Zur Deutung der selinuntischen Metope mit dem Viergespann in Vorderansicht. Berlin 1925. Sonderabdr.

———. Zur Münzkunde Makedoniens. 2–9. Berlin o. J. u. 1903–27. Sonderabdr.

———. Lampsakenische Parerga. (Berlin 1923.) Sonderabdr.

Grapow, Hermann. Das Wörterbuch der ägyptischen Sprache. Berlin 1927. Sonderabdr.

Grotkass, Rudolf E. Die Zuckerfabrikation im Magdeburgischen, ihre Geschichte vor und während der Kontinentalsperre sowie weiter bis zum Jahre 1827, dem Beginn der neuen Periode. Magdeburg (1926).

Handschriften westfälischer Dichter und Schriftsteller. Hrsg. von Erich Schulz. Dortmund 1925.

Harms, Hermann. Araliaceae americanae novae. I. o. O. 1927. Sonderabdr.

———. Beiträge zur Kenntnis amerikanischer Cucurbitaceen. II. o. O. 1926. Sonderabdr.

———. Beiträge zur Kenntnis der Flora des Kenia, Mt. Aberdare und Mt. Elgon X. Leguminosae. Berlin 1927. Sonderabdr.

———. Bromeliaceae. Berlin 1927. Sonderabdr.

———. Über eine neue Gattung der Araliaceen aus Papuasien. Berlin 1926. Sonderabdr.

———. Zur Kenntnis der Gattung Luetzelburgia Harms. [Berlin] 1926. Sonderabdr.

———. Leguminosae. Araliaceae. Cucurbitaceae. Berlin 1926. Sonderabdr.

———. Leguminosae II. Passifloraceae. Cucurbitaceae. Berlin 1926. Sonderabdr.

———. Meliaceae. Berlin 1927. Sonderabdr.

Hildebrand, Philipp. Syphilis in Karthago zur Zeit der Regierung Valentinians I. 364–375 n. Chr.) Berlin 1927. Sonderabdr.

Hiller von Gaertringen, Friedrich Frhr. Altes und Neues von den Inseln des Aegaeischen Meeres. Dillingen 1902. Sonderabdr.

———. Delische Bauinschrift. Zum Eurymedonepigramm. (Athen) 1926. Sonderabdr.

———. Athenisches Gesetz über Hestiaia um 445 v. Chr. Göttingen 1921. Sonderabdr.

———. Eine verkannte Gottheit. [Leipzig] 1926. Sonderabdr.

———[u. a.]. Syrische Gottheiten auf einem Altar aus Cordova. [Leipzig 1923.] Sonderabdr.

———. David G. Hogarth: The Wandering Scholar. Berlin 1926. Sonderabdr.

———. Hygassos und Erine. o. O. [1926.] Sonderabdr.

———. Griechische Inschriften. [Leipzig] 1910. Sonderabdr.

———. Inscriptiones graecae. [Leipzig] 1908. Sonderabdr.

———. Inscriptiones graecae. Leipzig 1917. Sonderabdr.

———. Nachtrag zu Maiuri: Nuova Silloge epigrafica di Rodi e Cos. Berlin 1926. Sonderabdr.

———. Der alte Stifter als Archäologe. Charlottenburg 1925. Sonderabdr.

———. Ad. Wilhelms Urkunden dramatischer Aufführungen in Athen. Leipzig 1907. Sonderabdr.

Hübner, Alfred. Gustav Roethe als Lehrer. Göttingen 1927. Sonderabdr.

Katalog der Bibliothek des Verbandes alter Corpsstudenten. Bearb. von Wilhelm Fabricius. 2. Ausg. Frankfurt a. M. 1927.

Knesebeck, Ludolf Gottschalk von dem. Die Wahrheit über den Propagandafeldzug und Deutschlands Zusammenbruch. München 1927.

Künssberg, Eberhard Frhr. von. Rechtssprachgeographie. Heidelberg 1926.

Kunike, Hugo. Zur Astralmythologie der nordamerikanischen Indianer. Leipzig [usw.] 1926. Sonderabdr.

Ludendorff, Erich. Vernichtung der Freimaurerei durch Enthüllung ihrer Geheimnisse. München 1927.

Der Luftschiffbau Schütte-Lanz 1909–1925. Hrsg. von Johann Schütte. München u. Berlin 1926.

Meisl, Josef. Der Berliner Judenkalender und die Kalendergelder. [Breslau] 1927. Sonderabdr.

Miller, Wilhelm Alfred. Isenkrahe-Bibliographie. 3. erg. Aufl. Berlin u. Leipzig 1927.

Mossig, Theobald Ritter von. Wirklichkeit. Leipzig 1927.

Die Münzen von Priene. Mit Benutzung der Vorarbeiten von Heinrich Dressel bearb. von Kurt Regling. Berlin 1927.

Digitized by Google

Oppenheim, Max Frhr. von. Der Djerid und das Djerid-Spiel. Leipzig 1927. Sonderabdr.
Picht, Johannes. Über durch Spiegelsysteme bewirkte Änderung der Richtung und Schwingungsebene eines optischen Strahlenbündels. Berlin 1926. Sonderabdr.
Reiners, Heribert u. Wilhelm Ewald. Kunstdenkmäler zwischen Maas und Mosel. München 1921.
Schmehl, H. Über die Anzahl der geodätischen Linien zwischen zwei Punkten des Erdellipsoids. Stuttgart 1927. Sonderabdr.
Schmidt, Carl. Das koptische Didache-Fragment des British Museum. Gießen 1925. Sonderabdr.
– – ——. Studien zu den alten Petrusakten. Gotha: Stuttgart o. J. Sonderabdr.
– – –. Die Urschrift der Pistis Sophia. Gießen 1925. Sonderabdr.
Schuette, K. Das Ergebnis der Schweremessungen im Ries. München 1927. Sonderabdr.
Sommer, Robert. Kapitel 19. 20 aus: Familienforschung, Vererbungs- und Rassenlehre. 3. Aufl. Leipzig 1927. Sonderabdr.
Stein, Arthur. Der römische Ritterstand. München 1927. (Münchener Beiträge zur Papyrusforschung und antiken Rechtsgeschichte. H. 10.)
Sthamer, Eduard. Archivio storico per le provincie napoletane. N. S. Anno 9. 10. 1923–24. [Besprech.] Berlin 1927. Sonderabdr.
– – ——. Giovanni Beltrani: Codice diplomatico barese. [Torino] 1926. Sonderabdr.
– – ——. Eigenes Diktat des Herrschers in Briefen der sizilischen Kanzlei des 13. Jahrhunderts. Weimar [1927]. Sonderabdr.
Stieve, Friedrich. Deutschland und Europa 1890–1914. Berlin 1927.
Ein Tag aus dem Leben des Reichspräsidenten. Berlin 1925.
Wilkens, Alexander. Über die Analyse zweier erweiterter Integrale des asteroidischen Dreikörperproblems. Kiel 1926. Sonderabdr.
– –. Zur Erklärung der Planetoidenlücken im Sonnensystem. München 1927. Sonderabdr.
Wolf, Johannes. Eine gelbe Gewerkschaft? Berlin (1927).
Wurfel, Gotthardt. Carl Duisberg. Bremen 1927. Sonderabdr.

Danzig.

Westpreußischer Geschichtsverein.
Mitteilungen. Jg 26. Nr 1–4. 1927.
Quellen und Darstellungen zur Geschichte Westpreußens. 12. 13. 1926–27.
Zeitschrift. H. 67. 1927.

Naturforschende Gesellschaft.
Schriften. N. F. Bd 17. H. 3. 4. 1926–27.

Deutscher Heimatbund.
Heimatblätter. Jg 4. H. 1–3. 1927.

Deutsch-Österreich.

Graz.

Universität.
Die feierliche Inauguration des Rektors. 1926–27.
Verzeichnis der akademischen Behörden. 1926–27.
Verzeichnis der Vorlesungen. S.-S. 1927. W.-S. 1927–28.

Historischer Verein für Steiermark.
Blätter für Heimatkunde. Jg 4. Nr 1–12. 1926.
Zeitschrift. Jg 22. H. 1–4. 1926.

Klagenfurt.

Geschichtsverein für Kärnten.
Carinthia I. Jg 116. H. 1–6. 1926.

Naturhistorisches Landesmuseum für Kärnten.
Carinthia II. Jg 116. 1926.

Wien.

Akademie der Wissenschaften.
Almanach. Jg 75. 76. 1925–26.
Anzeiger. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Jg 63. 1926. — Philosophisch-historische Klasse. Jg 62. 63. 1925–26.
Archiv für österreichische Geschichte. Bd 107. Hälfte 2. Bd 110. Hälfte 2. 1926.
Denkschriften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Bd 99. 100. 1924–26. — Philosophisch-historische Klasse. Bd 67. Abh. 3. Bd 68. Abh. 1. 1926.
Mitteilungen der Erdbeben-Kommission. N. F. Nr 62–64. 1926.
Sitzungsberichte. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Bd 134: Abt. I. H. 3–10 [nebst] Ergh. Abt. IIa. H. 1–10. Abt. IIb. H. 7–10. Bd 135: Abt. I. H. 1–10. Abt. IIa.

Digitized by Google

H. 1–10. Abt. II b. H. 1–10. Bd 136: Abt. I. H. 1–6. Abt. II a. H. 1–6. Abt. II b. H. 1–6. 1925–27. Reg. Nr 19. 20. 1926–27. — Philosophisch-historische Klasse. Bd 203. Abh. 3–5. Bd 204. Abh. 1. 3. Bd 205. Abh. 3–5. 1926–27.

Geologische Bundesanstalt.
Abhandlungen. Bd 24. H. 1. 2. 1927.
Jahrbuch. Bd 76. H. 3. 4. Bd 77. H. 1. 2. 1926–27.
Verhandlungen. Jg 1926. Nr 6–12. Jg 1927. Nr 1–6.
Erläuterungen zur Geologischen Spezialkarte der Republik Österreich. Blatt Gleichenberg. 1927.

Anthropologische Gesellschaft.
Mitteilungen. Bd 57. H. 1–6. 1927.

Geographische Gesellschaft.
Mitteilungen. Bd 69. Nr 10–12. Bd 70. Nr 1–9. 1926–27.

Zoologisch-Botanische Gesellschaft.
Verhandlungen. Bd 76. H. 1–4. Bd 77. H. 1–3. 1926–27.

Universität.
Die feierliche Inauguration des Rektors. 1926–27.
Übersicht der akademischen Behörden, Professoren [usw.]. 1926–27.
Öffentliche Vorlesungen. S.-S. 1927. W.-S. 1927–28.

Lamberty, Paul. Das Werden. Moosburg 1926.

Trummer, Josef. Die strafende Gerechtigkeit in der Natur. Wien 1926.

Zimmermann, Franz. Georg Loesche über das Ministerium Thun 1849 bis 1860. Aus amtl. Quellen widerlegt. Steyr 1927.

Tschechoslowakei.

Brünn.

École des hautes Études vétérinaires.
Biologické Spisy. Publications biologiques. Svaz. 4. Spis 51–60. 1925.

École supérieure d'Agronomie.
Sbornik. Bulletin. C 7–9. D 4. 5. 1926–27.

Societas scientiarum naturalium Moraviae.
Práce. Acta. Svaz. 2. 1925.

Masarykovy University.
Spisy Lékařské Faculty. Svaz. 4. Spis 33–40. 1926.
Spisy Vydávané přírodovědeckou Fakultou. Čis. 70–81. 1926–27.

Deutscher Verein für die Geschichte Mährens und Schlesiens.
Zeitschrift. Jg 28. H. 3. 4. Jg 29. H. 1–4. 1926–27.

Prag.

Comité d'Organisation de l'Institut slave.
Aničkov, E. V. Zapadnye literatury i slavjanstvo. 2. (1926.)
Izvestija Glavnoj rossijskoj astronomičeskoj Observatorii. Bulletin de l'Observatoire central de Russie à Poulkovo. Vol. 9. 1. 2. 1923.
Krofta, Kamil. Die Deutschen in Böhmen. 1924. (Politische Bücherei. Bd 1.)
Mestnoe samoupravlenie. Vyp. 3. 1926.
Studi bizantini. Roma 1925.
Studi sulla Romania. Roma 1925.
Učenyja Zapiski osnovannyja russkoj učebnoj kollegiej. T. 3. 1926.

Deutsche Gesellschaft der Wissenschaften und Künste für die Tschechoslowakische Republik.
Rechenschafts-Bericht. 1925.

Karls-Universität.
Studies from the Plant Physiological Laboratory. Vol. 3. 1925.

Čs. Klub mykologický.
Mykologia. Ročn. 3. Čis. 1–10. 1926.

Deutscher Naturwissenschaftlich-Medizinischer Verein für Böhmen »Lotos«.
Naturwissenschaftliche Zeitschrift Lotos. Bd 74. H. 10–12. 1926.

Société Royale des Lettres et des Sciences de Bohème.
Mémoires. Classe des lettres. 1925–26. — Classe des sciences. 1925–26.
Résumé du Compte-rendu annuel. 1925–26.

Československá botanická Společnost.
Preslia. Ročn. 4. 1926.

Československá Společnost entomologická.
Časopis. Ročn. 21. Čis. 3–6. Ročn. 22. Čis. 1–6. Ročn. 23. Čis. 1–6. 1924–26.

Deutsche Universität.
Ordnung der Vorlesungen. S.-S. 1927. W.-S. 1927–28.
Personalstand. 1926–27.

Verein für Geschichte der Deutschen in Böhmen.
Jahrbuch. Jg 1. 1926.
Mitteilungen. Jg 16. Nr 1–4. Jg 19. Nr 1–4. Jg 20. Nr 1–4. Jg. 21. Nr 1–4. Jg 51. Nr 1–4. Jg 64. H. 3. 4. Jg 65. H. 1. 2. 1877–1927.

Kubaň. Zbirnik statiiv pro kubaň i kubanciv. 1926.

Preßburg.

Heil- und Naturwissenschaftlicher Verein.
Vestnik. Verhandlungen. N. F. H. 24. 1927.

Digitized by Google

Ungarn.

Budapest.

Ungarischer Adriaverein.

A Tenger. Évf. 16. Sz. 7–12. Évf. 17. Füzet 1–12. 1926–27.

Ungarische Akademie der Wissenschaften.

Balkán-Kutatásainak Tudományos Eredményei. Kötet 3. 1926.

Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd 33. 1923–25.

Akadémiai Értesitö. Kötet 36. Füzet 1–9. 12. Kötet 37. Füzet 1–12. Kötet 38. Füzet 1–4. 1925–27.

Archaeologiai Értesitö. Kötet 40. 41. 1923–27.

Nyelvtudományi Közlemények. Kötet 46. Füzet 2. 3. 1926–27.

Revue des études hongroises et finno-ougriennes. Année 4. No 1–4. Paris 1926.

A Magyar Tudományos Akadémia 1. évszázada. 1926.

Pasteur-Emlekünnepe. 1927.

Kgl. Ungarische Geologische Anstalt.

Mitteilungen aus dem Jahrbuche. Bd 25. H. 1–5. Bd 27. H. 1. 2. Bd 28. H. 1. 1926–27.

Ungarische Geologische Gesellschaft.

Földtani Közlöny. (Geologische Mitteilungen.) Kötet 55. Füzet 1–12. Kötet 56. Füzet 1–12. 1925–26.

Ungarische Historische Gesellschaft.

Századok. Évf. 58. Sz. 1–6. Évf. 60. Sz. 7–10. Évf. 61. Sz. 1–6. 1924–27.

Magyar életrajzi Lexikon. Kötet 1. Füzet 5. 1927.

Sándor Lipot. Iratai. 1790–95. 1926.

Kgl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft.

Hydrobiologiai Tanulmányok (Hydrobiologische Studien). 1. 1924.

Gimesi Nándor. A colloidszürök elmélete (Die Theorie der kolloidalen Filter). 1924.

Astronomischer Verein »Stella«.

Almanach. Évf. 3. 1927.

Stella. Vierteljährl. ersch. Zeitschrift f. Verbreit. astronom. Kenntnisse. Évf. 1. Sz. 4. Évf. 2. Sz. 2. 3. 1926–27.

Sopron.

Zentralbibliothek der Kgl. Ungar. Hochschule für Berg- und Forstingenieure.

Erdészeti Kisérletek. (Forstliche Versuche.) Évf. 28. Sz. 1. 2. Évf. 29. Sz. 1–4. 1926–27.

Cotel, Ernst. Abmessungen und Leistungen deutscher Siemens-Martin-Öfen. Düsseldorf 1925. Sonderabdr.

– –. Die Grenze der Warmbildsamkeit des Stahles. Berlin 1925. Sonderabdr.

Kvassay, Stephan von. Chemische Therapie. Chemische Desinfektion des lebenden Körpers. 3. Aufl. [nebst] Anh. Budapest 1919.

– –. Elektro-chemische Therapie. Budapest 1923.

Marenzi, Franz Karl Grf. Der dynamische Trialismus. Budapest. 1927.

Pivany, Eugene. Hungarian-American historical Connections. Budapest 1927.

Szávay Gyula. A Magyar Kamarai Intézmény és a Budapesti Kamara története. 1850–1925. (Budapest) 1927.

Südslawien.

Agram.

Südslawische Akademie der Wissenschaften und Künste.

Izvješća o raspravama matemat. prirodoslov. razreda. Svez. 21. 1925.

Ljetopis. Svez. 32. 2. 33. 35–39. 1917–26.

Monumenta historico-juridica Slavorum meridionalium. Vol. 11. 1926.

Stari Pisci hrvatski. Kń. 25. (1. 2.) 1922–26.

Rad. Kń. 218–32. 1918–26.

Rječnik hrvatskoga ili srpskoga jezika. Svez. 36–41. 1918–26.

Zbornik za narodni život i običaje južnih Slavena. Kń. 23–25, 1. 2. 26. 1. 1918–26.

Manojlović, Gavro. Sile pokretnice i pravilnosti. 1927.

Musić, August. Beiträge zur griechischen Satzlehre. 1927.

Belgrad.

Königlich Serbische Akademie der Wissenschaften.

Glas. 118. 120–23. 1926–27.

Godišńak. 34. 1925.

Posebna Izdaña. Kń. 59–61. 1925–26.

Spomenik. 66. 1926.

Zbornik za istoriju, jezik i književnost srpskog naroda. Odel'eńe 1. Kń. 14–16. Odel'ene 2. Kń. 2. 1926–27.

Srpski etnografski Zbornik. Kń. 36–39. 1926.

Sarajevo.

Bosnisch-Herzegowinisches Landesmuseum.

Glasnik. 25. 36. 38. 1913–26.

Skoplje.

Société scientifique.

Glasnik. T. 1. Fasc. 2. T. 2. Fasc. 1. 2. 1926–27.

Cvijić, Iovan. Geomorfologija. Morphologie terrestre. T. 2. Beograd. 1926.

Digitized by Google

Großbritannien und Irland mit Kolonien.

Aberystwyth.

University College of Wales. Department of Zoology.
Report on Marine and Fresh Water Investigations. N. S. 2. 1925.

Birmingham.

Natural History and Philosophical Society.
List of Members 1927. Annual Report. 33. 1926.
Proceedings. Vol. 15. P. 6. 1926–27.

Cambridge.

Philosophical Society.
Proceedings. Vol. 23. P. 5–8. 1927.
Transactions. Vol. 23. No 10. 11. 1927.

Dublin.

Royal Irish Academy.
Abstract of Minutes. 1911–13. 1925–26.
Proceedings. Vol. 37. A 7–9. B 20. 21. C 9–12. 1927.

Edinburg.

Royal College of Physicians.
Reports from the Laboratory. Vol. 15. 16. 1924–26.

Royal Society of Edinburgh.
Proceedings. Vol. 46. P. 4. Vol. 47. P. 1. 2. 1925–27.
Transactions. Vol. 55. P. 1. 1926–27.

Leeds.

Leeds Philosophical and Literary Society.
Proceedings. Literary and historical Sect. Vol. 1. P. 3. 1927. — Scientific Sect. Vol. 1. P. 3. 4. 1926–27.

Liverpool.

Biological Society.
Proceedings and Transactions. Vol. 40. 1925–26.

Literary and Philosophical Society.
Proceedings. No 63–67. 1912–23.

London.

British Academy.
The Caedmon Manuscript of Anglo-Saxon biblical poetry Junius XI in the Bodleian Library. Oxford 1927.

British Association for the Advancement of Science.
Report of the 94. meeting. 1926.

Imperial Bureau of Entomology.
The Review of Applied Entomology. Ser. A. Vol. 14. P. 12. Vol. 15. P. 1–10. 1926–27. — Ser. B. Vol. 14. P. 12. Vol. 15. P. 1–10. 1926–27.

India Office Library.
Annual Report for the financial year 1925–26. 1926-27

Institution of Electrical Engineers.
Science Abstracts. Sect. A. Physics. Vol. 29. P. 12. Vol. 30. P. 1–11. 1926–27.

Royal Institution of Great Britain.
Proceedings. Vol. 25. P. 1. 2. 1926–27.

London Library.
Wright, C. T. Hagberg. The Soul's Dispensary. 1922. Sonderabdr.
———. La »London Library«. 1925. Sonderabdr.
———. The London Library. 1926.

British Museum (Natural History).
Catalogue of cainozoic plants in the Department of Geology. Vol. 1. 1926.
Catalogue of the type specimens of lepidoptera rhopalocera. P. 3. 1927.
Fawcett, William and Alfred Barton Rendle. Flora of Jamaica. Vol. 5. 1926.
Guide to the crustacea exhibited in the Department of Zoology. 1927.
Hinton, Martin A. C. Monograph of the voles and lemmings (microtinae). Vol. 1. 1926.
Index animalium. Sect. 2. P. 10–12. 1926–27.
Insects of Samoa. P. 2. Fasc. 1. P. 3. Fasc. 1. 2. P. 7. Fasc. 1. Maps No 1. 2. 1927.
Report on cetacea stranded on the British coasts. No 10. 1927.
Smith, Malcolm. Monograph of the sea-snakes (hydrophiidae). 1926.
Summary Guide to the exhibition galleries. 3. ed. 1926.

Royal Observatory, Greenwich.
Determinations of effective wavelengths of stars. 1920–25. 1926.
Observations. Astronomy, Magnetism and Meteorology. 1925.

Science Museum, South Kensington.
Board of Education.
Catalogue of the collections in the Science Museum.
Chemistry. 1927.
Electrical Engineering. 1927.
Land Transport. 4. 1927.
Water Transport. 2. 1927.
Report on the Science Museum. 1926.

Geological Society.
Quarterly Journal. Vol. 82. No 328. Vol. 83. No 329–31. 1926–27.
Geological Literature added to the Library. 29. 1926.

Linnean Society.
Journal. Botany. Vol. 47. No 316. 317. 1926–27. — Zoology. Vol. 36. No 245. 246. 1926–27.

Digitized by Google

List. 1926–27.
Proceedings. Sess. 138. 1925–26.

Royal Society.
Proceedings. Ser. A. Vol. 113. No 764. 765. Vol. 114. No 766–69. Vol. 115. No 770–72. Vol. 116. No 773–75. 1926–27. — Ser. B. Vol. 100. No 705. Vol. 101. No 706–12. Vol. 102. No 713–15. 1926–27.
Philosophical Transactions. Ser. A. Vol. 226. P. 157–468. Vol. 227. P. 1–62. 1927. — Ser. B. Vol. 215. P. 225–462. Vol. 216. P. 1–65. 1926–27.
Year-Book. No 31. 1927.

Royal Astronomical Society.
Memoirs. Vol. 64. P. 3. 4 [nebst] App. 1927.
Monthly Notices. Vol. 87. No 1–9. 1926–27. Geophys. Suppl. Vol. 1. No 8. 9. 1926–27.

Zoological Society.
List of the Fellows. 1927.
Proceedings. 1926. P. 4. 1927. P. 1–3.
Transactions. Vol. 22. P. 1–3. 1926–27.

Manchester.

Museum.
Publications. 92. 93. 1926.

Literary and Philosophical Society.
Memoirs and Proceedings. Vol. 70. 1925–26.

Stonyhurst.

Stonyhurst College Observatory.
Results of Geophysical and Solar Observations. 1926.

Teddington, Middlesex.

National Physical Laboratory.
Report. 1926.
Collected Researches. Vol. 19. 1926.

Holdsworth, W. S., Bernard Pares u. A. Meyendorff. Sir Paul Vinogradoff. London o. J. Sonderabdr.

Kharoṣṭhī Inscriptions discovered by Aurel Stein in Chinese Turkestan. P. 2. Oxford 1927.

Tuttle, Edwin H. Kodagu Peda, Tulu Pudar. [London 1927.] Sonderabdr.

Calcutta.

Indian Association for the Cultivation of Science.
Indian Journal of Physics. Vol. 1. P. 2–4. Vol. 2. P. 1. 1926–27.

Government of India Central Publication Branch.
Calalogue of books on arts and sciences. 1925.
Calalogue of publications. 1925. 1926.

Asiatic Society of Bengal.
Bibliotheca India: a Collection of Oriental Works. N. S. No 1455–86. 1923–26.
Journal and Proceedings. N. S. Vol. 21. No 3–6. Vol. 22. No 1. 1926–27.
Memoirs. Vol. 8. No 6. Vol. 9. No 3. 1927.

Indian Chemical Society.
Quarterly Journal. Vol. 3. No 4. Vol. 4. No 1–3. 1926–27.

Mathematical Society.
Bulletin. Vol. 17. No 4. Vol. 18. No 1–31. 1926–27.

Archaeological Survey of India.
Epigraphia Indica and Record. Vol. 18. P. 7. Vol. 19. P 1. 1926–27.
Memoirs. No 29. 31. 1926.
New Imperial Series. Vol. 37–39. 41. 44. 50. 1914–26.
Page, J. A. Guide to the Qutb, Delhi. 1927.

Geological Survey of India.
Memoirs. Palaeontologia Indica. N.S. Vol. 7. No 3. Vol. 9. No 2. Vol. 10. No 1. 2. Vol. 14. 1927.
Records. Vol. 59. P. 3. 4. Vol. 60. P. 1. 1926–27.

University.
Journal of the Department of Letters. Vol. 14–16. 1927.
Journal of the Department of Science. Vol. 8. 1927.

Colombo.

Colombo Museum.
Spolia Zeylanica. Vol. 14. P. 1. 1927.

The Buddhist Annual of Ceylon. Vol. 3. No 1. 1927.

Kodaikánal.

Kodaikánal Observatory.
Bulletin. No 80. 1927.
Report. 1926. Calcutta 1927.

Lahore.

Board of Economic Inquiry, Rural Section, Punjab.
Rural Section Publication. 12. 13. 1926.

Madras.

Annual Report on South-Indian Epigraphy. 1926.

Nagpur.

Government of the Central Provinces and Berar.
Hiralal, Rai Bahadur. Catalogue of Sanskrit and Prakrit manuscripts in the Central Provinces and Berar. 1926.

Poona.

Bhandarkar Oriental Research Institute.
Annals. Vol. 8. P. 3. 4. 1927.

Records of Fort St. George.
Despatches from England. 1706–10. 1710–13. 1713–14. Madras 1927.
Diary and Consultation Book of 1703. Madras 1927.

Digitized by Google

Capstadt.

Royal Observatory, Cape of Good Hope.
Independent Day-Numbers for the year 1928. London 1926.
Report of His Majesty's Astronomer at the Cape of Good Hope. 1926.
Cape Astrographic Zones. Vol. 9. 1926.
Royal Society of South Africa.
Transactions. Vol. 14. P. 2. 3. Vol. 15. 1926–27.

Pretoria.

Transvaal Museum.
Annals. Mededelingen. Vol. 11. P. 3. Vol. 12. P. 2. 1925–27.

Ottawa.

Department of Mines.
Report. 1926.
Commission géologique.
Mémoire. 144. 1927.
Rapport sommaire. 1924. P. C. 1927.
Victoria Memorial Museum.
Museum Bulletin. No 43. 45. 1926.
Dominion Observatory.
Publications. Vol. 7. No 3. Vol. 9. No 4. 1926–27.
Royal Society of Canada.
Proceedings and Transactions. Ser. 3. Vol. 20. 1926.

Toronto.

Royal Canadian Institute.
Transactions. Vol. 16. P. 1. 1927.
Royal Astronomical Society of Canada.
Journal. Vol. 20. Nr 7–10. Vol. 21. Nr 1–7. 1926–27.
University.
The Canadian Historical Review. Vol. 7. No 3. 4. Vol. 8. No 1–3. 1926–27.
Studies.
Biological Series. No 27–29. 1926–27.
Geological Series. No 21. 23. 1926–1927.
History and Economics. Vol. 5. No 1. 1927.

Victoria.

Dominion Astrophysical Observatory.
Publications. Vol. 1. No 1–30. Vol. 2. No 1–16. Vol. 3. No 1–4. 13–18. Vol. 4. No 1. 2. 1922–27.

Adelaide.

Royal Society of South Australia.
Transactions and Proceedings. Vol. 50. 1926.
University.
The Australian Journal of Experimental Biology and Medical Science. Vol. 3. P. 4. Vol. 4. P. 1–3. 1926–27.

Brisbane.

Queensland Museum.
Memoirs. Vol. 9. P. 1. 1927.

Hobart.

Royal Society of Tasmania.
Papers and Proceedings. 1926.

Melbourne.

National Museum.
Memoirs. No 7. 1927.
Royal Society of Victoria.
Proceedings. N. S. Vol. 39. P. 1. 1926.

Sydney.

Australian Museum.
Records. Vol. 14. No 5. Vol. 15. No 2–6. Vol. 16. No 1. 1926–27.
Annual Report of the Trustees. 71. 72. 1925–26.
Australian National Research Council.
Australian Science Abstracts. Vol. 5. No 4. Vol. 6. No 1–3. 1926–27.
Royal Society of New South Wales.
Journal and Proceedings. Vol. 59. 1925.

Wellington, N. Z.

New Zealand Institute.
Transactions and Proceedings. Vol. 57. New issue. Vol. 55. Vol. 58. P. 1. 2. 1924–27.

Dänemark, Schweden und Norwegen.

Kopenhagen.

Conseil permanent international pour l'Exploration de la Mer.
Bulletin hydrographique. Année 1926. App. d'observations de l'Allemagne 1919–25 et de la Lettonie 1925–26.
Bulletin statistique des pêches maritimes des pays du Nord et de l'Ouest de l'Europe. Vol. 14. 1924.
Rapports et Procès-verbaux. Vol. 41–44. 1926–27.
Danske Meteorologiske Institut.
Communications magnétiques. No 1–5. 1927.
Meddelelser. Nr 7. 1927.
Kommission for Havundersøgelser.
Meddelelser. Ser. Fiskeri. Bd 8. Nr 3–5. 1927.
Skrifter. No 10. 1927.
Johansen, A. C. On the Migrations of the herring. (Copenhague) 1927. Sonderabdr.
Observatorium.
Publikationer og mindre Meddelelser. No 54–59. 1926–27.

Digitized by Google

Kongelige Danske Videnskabernes Selskab.
Biologiske Meddelelser. Bd 5. No 8. 9. Bd 6. No 1–7. 1926–27.
Historisk-filologiske Meddelelser. Bd 11. No 4. 5. Bd 12. No 1–3. Bd 13. No 1–3. 1926–27.
Mathematisk-fysiske Meddelelser. Bd 7. No 8. 10–17. Bd 8. No 1–3. 1926–27.
Oversigt over Forhandlinger. 1925–26. 1926–27.
Skrifter. Naturvidenskabelig og mathematisk Afd. R. 8. Bd 11. No 1–5. 1926–27.

The Danish Ingolf-Expedition. Vol. 4. P. 6. Vol. 5. P. 10. 11. Copenhagen 1926–27.
Jørgensen, Th. Materialier til Løsning af Lev-By-Problemet. Sønderborg 1927.
Nilsson, Gerhard. En Gravitationsteori. København 1927.
———. Solljusets och Solvärmens Orsak. København 1927.

Gothenburg.

Kungliga Vetenskaps och Vitterhets Samhälle.
Handlingar. F. 4. H. 31. 1926–27.

Lund.

Universitet.
Acta. — Årsskrift. N. F. 21. Afd. 1. 2. 22. Afd. 1. 2. 1925–26.
Årsberättelse. 1924–25. 1925–26. 1926–27.
Föreläsningar. Höst-termin 1925. 1926. Vår-termin 1926. 1927.
40 akademische Schriften a. d. J. 1925–26.
Rosendal, Gunnar. Nutida teologi och förkunnelsen. Stockholm (1926).

Universitetsbibliotek.
Årsberättelse. 1925–26. 1926–27.

Humanistiska Vetenskapssamfund.
Årsberättelse. 1925–26. 1926–27.
Skrifter. 8. 9. 1926–27.

Vetenskaps-Societet.
Årsbok. 1925. 1926.

Stockholm.

Statens Meteorologisk-Hydrografiska Anstalt.
Årsbok. 6. 1924.
Meddelanden. Bd 3. No 10–12. Bd 4. No 1. 2. 1927.
[Veröffentlichungen.] No 256. 260. 1927.

Kungliga Bibliotek.
Sveriges Offentliga Bibliotek. Accessionskatalog. 40. 1925.

Meteorologiska Centralanstalt.
Abisko Naturvetenskapliga Station.
Meteorologiska Jakttagelser i Abisko. 1915. Uppsala 1926.

Svenska Fornskrift-Sällskap.
Samlingar. H. 163. Ser. 2. Bd 1. H. 3. 1927.

Högskola.
6 akademische Schriften a. d. J. 1926–27.

Ingeniörsvetenskapsakademi.
Handlingar. Nr 52–58. 1926–27.

Sveriges Geologiska Undersökning.
Årsbok. 19. 20. 1925–26.
Sveriges geologiska Undersökning. Ser. Ca. No 19. 20. 1927.

Kungliga Svenska Vetenskapsakademi.
Arkiv för Botanik. Bd 20. H. 2–4. Bd 21. H. 1. 1926–27.
Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik. Bd 19. H. 3. 4. 1926.
Arkiv för Zoologi. Bd 18. H. 2–4. 1926–27.
Årsbok. 1926.
Handlingar. Ser. 3. Bd 2. No 1–8. Bd 3. No 1. 2. 1926.
Les Prix Nobel en 1924–25.

Kungliga Vitterhets Historie och Antikvitets Akademi.
Fornvännen. Årg. 21. H. 4–6. Årg. 22. H. 1–4. 1926–27.

Acta mathematica. Zeitschrift hrsg. von G. Mittag-Leffler. Bd 49. 3. 4. Bd 50. 1. 2. Djursholm 1926–27.

Uppsala.

Universitet.
Årsskrift. 1926. Bd 1. 2.
Arbeten utg. med understöd af Vilhelm Ekmans Universitetsfond. 33. 1926.
29 akademische Schriften a. d. J. 1926–27.
Symbola litteraria. Hyllningsskrift till Uppsala Universitet vid jubelfesten 1927. 1927.
Universitets Meteorologiska Observatorium. Bulletin mensuel. Vol. 58. Année 1926.

Kungliga Humanistiska Vetenskaps-Samfund.
Skrifter. Bd 22. 23. 1927.

Kunglija Vetenskaps-Societet.
Nova Acta. Vol. extra ord. ed. 1927. [17 Hefte.]

Zoologiska Bidrag från Uppsala. Bd 10. 11. 1926–27.

Le Monde oriental. Vol. 20. Fasc. 1–3. 1926.

Blomquist, Gustaf. Sveriges framtid i imperialismens tidevarv. 3. uppl. Stockholm (1914).
Broman, Sten. Den svenska musikforskningen 1750–1900. Lund (1927).
Söderström, Adolf. Über evolutionistische Divergenz-Morphologie und idealistische »phylogenetische« Morphologie. Uppsala 1927.

Bergen.

Museum.
Aarbok. 1925–26. Aarsberetning. Hist.-ant. R. H. 3. 1926. — Naturvid. R. H. 1. 2. 1926–27.

Digitized by Google

Drontheim.

Det Kongelige Norske Videnskabers Selskab.
Skrifter. 1925–26. Årsberetning 1925.
Statuter. 1926.

Oslo.

Norwegisches Meteorologisches Institut.
Jahrbuch. 1924. 1925.

Universitet.
Årsberetning. 1922–25.
Amundsen, Leiv. Katalog over Universitetsbibliotekets Paleotypsamling. 1926.

Norske Videnskaps-Akademi.
Årbok. 1926.
Avhandlinger. Histor.-filos. Klasse. 1926. — Matem.-naturv. Klasse. 1926.
Geofysiske Publikationer. Vol. 4. Nr 1. Vol. 5. Nr 1. 2. 1927.
Skrifter. Histor.-filos. Klasse. 1926. — Matem.-naturv. Klasse. 1926. Bd 1. 2.
Schroeter. J. Fr. Spezieller Kanon der zentralen Sonnen- und Mondfinsternisse, welche innerhalb des Zeitraums von 600 bis 1800 n. Chr. in Europa sichtbar waren. 1923.
Archiv for Mathematik og Naturvidenskab. Bd 39. H. 1–4. 1925–26.
Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bd 62–65. 1925–27.

Stavanger.

Museum.
Aarshefte. Aarg. 35. 1924–25.

Schweiz.

Aarau.

Historische Gesellschaft des Kantons Aargau.
Argovia. Bd 41. 1926.

Basel.

Historische und Antiquarische Gesellschaft.
Basler Zeitschrift für Geschichte und Altertumskunde. Bd 25. 1926.

Naturforschende Gesellschaft.
Verhandlungen. Bd 37. 38. 1925–27.

Schweizerische Chemische Gesellschaft.
Helvetica Chimica Acta. Vol. 9. Fasc. 6. 7. Vol. 10. Fasc. 1–5. 1926–27.

Realschule.
Bericht. 1925–26. 1926–27.

Universität.
Jahrbuch der Juristenfakultät. H. 3. 4. 1924–25.
68 akademische Schriften a. d. J. 1925–26.
Jahresverzeichnis der Schweizerischen Hochschulschriften. 1926.

Bern.

Naturforschende Gesellschaft.
Mitteilungen. 1926.

Schweizerische Naturforschende Gesellschaft.
Denkschriften. Bd 63. Bd 64. Abh. 1. Zürich 1926–27.
Verhandlungen. 107. Jahresversammlung. 1926.
Schweizerische Geodätische Kommission. Procès-verbal de la séance. 73. 1927.
Schweizerische Geologische Kommission. Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. N. F. Lfg 56, 1. 2. Lfg 57, 4. Spezialkarte Nr 94 E. 110. 111. 1926–27.

Chur.

Naturforschende Gesellschaft Graubündens.
Jahresbericht. N. F. Bd 65. 1926–27.

Genf.

Musée d'Art et d'Histoire.
Genava. 5. 1927.

Observatoire.
Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice. 1924. 1925. Sonderabdr.
Résumé météorologique pour Genève et le Grand Saint-Bernard. 1924. 1925. Sonderabdr.
Gautier, Raoul. Rapport sur les concours de réglage de chronomètres. 1925. 1926.

Société de Physique et d'Histoire naturelle.
Compte rendu des séances. Vol. 43. No 3. Vol. 44. No 1. 2. 1926–27.
Journal de chimie physique. T. 23. No 8–10. T. 24. No 1–8. 1926–27.

Lausanne.

Société Vaudoise des Sciences naturelles.
Bulletin. Vol. 56. No 218. 219. 1926–27.
Mémoires. Vol. 2. No 7. 1926.

Luzern.

Historischer Verein der fünf Orte Luzern, Uri, Schwyz, Unterwalden und Zug.
Der Geschichtsfreund. Bd 81. Stans 1926.

Neuchâtel.

Société des Sciences naturelles.
Bulletin. T. 50. 1925.

Université.
Mémoires. T. 5. 1926.
5 akademische Schriften a. d. J. 1925–26.

Zürich.

Allgemeine Geschichtforschende Gesellschaft der Schweiz.
Zeitschrift für Schweizerische Geschichte. Jg 6. Nr 3. 4 [nebst] Beil. Jg 7. Nr 1. 2. 1926–27.

Digitized by Google

Antiquarische Gesellschaft.
Mitteilungen. Bd 30. H. 3. 1927.

Naturforschende Gesellschaft.
Neujahrsblatt. St. 129. 1927.
Vierteljahrsschrift. Jg 71. H. 3. 4. Jg 72. H. 1. 2. 1926–27.

Schweizerisches Landesmuseum.
Anzeiger für Schweizerische Altertumskunde. N. F. Bd 28. H. 1–4. 1926.
Jahresbericht. 35. 1926.

Eidgenössische Sternwarte.
Astronomische Mitteilungen. Nr 114 16. 1926–27.

Schweizerische Meteorologische Zentral-Anstalt.
Annalen. Jg 62. 1925.

Brandstetter, Renward. Wir Menschen der indonesischen Erde. 5. Luzern 1927.

Koller-Aeby, H. Die Universalität der Gravitation in den größten und kleinsten Systemen. Basel 1927.

Niederlande und Niederländisch-Indien. Luxemburg.

Amsterdam.

Koninklijke Akademie van Wetenschappen.
Jaarboek. 1925–26.
Mededeelingen. Afd. Letterkunde. Ser. A. D. 59. No 1–9. 1925. Ser. B. D. 60. No 1–3. 1925.
Verhandelingen. Afd. Natuurkunde. Sect. 2. D. 24. No 3. 4. D. 25. No 1. 1925–26. — Afd. Letterkunde. N. R. D. 25. No 3. D. 26. No 1. 1926.
Verslag van de gewone Vergaderingen der Afd. Natuurkunde. D. 34. Ged. 1. 2. 1925.
Flu, P. C. The History and present state of scientific medical research in the Dutch East Indies. o. J.
Venus et Mars. Carmen praemio aureo ornatum in certamine poetico Hoeufftiano. Accedunt 2 carmina laudata. 1926.

Koninklijke Vereeniging »Koloniaal Instituut«.
Gids in het Volkenkundig Museum. 1. 2. (1927.)
Jaarverslag. 16. 1926.
Eerde, J.-C. van. Ethnologie coloniale. Paris 1927.

Delft.

Technische Hoogeschool.
17 Schriften a. d. J. 1925–27.

Groningen.

Kapteyn Astronomical Laboratory.
Publications. No 41. 1927.
Neophilologus. Jg 12. Afl. 2–4. Jg 13. Afl. 1. 1927.

Haag.

Koninklijk Instituut voor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. D. 82. Afl. 3. 4. D. 83. Afl. 1–3. 1926–27.
Lijst der leden. 1927.
Bijdragen voor vaderlandsche Geschiedenis en Oudheidkunde. R. 6. D. 4. Afl. 3. 4. D. 5. Afl. 1–4. 1926–27.

Haarlem.

Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen.
Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. Sér. 3 A. T. 10. Livr. 1. 2. Sér. 3 C. T. 11. Livr. 3. 4. T. 12. Livr. 1. La Haye 1926–27.

Leiden.

Physikalisches Laboratorium der Universität.
Communications. No 158. 179. 182. 184. Suppl. No 55. 60. 62. 1924–27.

Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde.
Handelingen en Levensberichten. 1925–26.
Tijdschrift voor Nederlandsche Taal- en Letterkunde. D. 45. Afl. 1–4. D. 46. Afl. 1. 1926–27.

Ethnographisches Reichsmuseum.
Katalog. Bd 18. 1925.

Rijksmuseum van Oudheden.
Beschrijving van de Egyptische Verzameling. D. 13. 'S-Gravenhage 1926.

Sterrewacht.
Annalen. D. 15. St. 1. 1927.

Museum. Maandblad voor Philologie en Geschiedenis. Jg 34. No 3–12. Jg 35. No 1. 2. 1926–27.

Nimwegen.

Nederlandsche Botanische Vereeniging.
Nederlandsch kruidkundig Archief. Jg 1926.
Recueil des travaux botaniques néerlandais. Vol. 23. Livr. 3. 4. Vol. 24. Livr. 1–3. 1926–27.

Utrecht.

Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut.
Publicationen. No 81. 97. 98. 106 a. 107 b. 5. 1. 2. 7. 1. 2 [nebst] Suppl. 9. 1. 2. 10. 1. 2. No 108. 1922–27.

Physiologisch Laboratorium der Rijksuniversiteit.
Onderzoekingen. R. 6. D. 7. 1927.
13 Sonderabdr. a. d. J. 1926–27.

Observatoire.
Recherches astronomiques. 9. P. 2. 1926.

Digitized by Google

Kops, Jan. Flora Batava. Voortgezet door F. W. van Eeden en L. Vuyck. Afl. 426–29. 'S-Gravenhage 1926.

Batavia.

Oudheidkundige Dienst in Nederlandsch-Indië.
Oudheidkundig Verslag. 1925. Kwart. 3. 4. 1926. Kwart. 1. 2.

Topografische Dienst in Nederlandsch-Indië.
Jaarverslag. Jg 22. 1926.
Verhandelingen. No 1. 1926.

Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen.
Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde. D. 66. Afl. 3. 4. 1926.
Verhandelingen. D. 66. St. 2–4. D. 67. St. 1. 3. D. 68. St. 3. 1926–27.

Museum.
Lijst van Aanwinsten der Bibliotheek van het Museum ⟨Kon. Bataviaasch Genootschap en Rechtshoogeschool⟩. 1927, Jan.–Sept.

Koninklijk Magnetisch en Meteorologisch Observatorium.
Seismological Bulletin. 1926, Jan.–Dec. 1927, Jan.–June.
Observations. Vol. 45. 1922.
Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Jg 47. 1925.
Verhandelingen. No 18–20. o. J. u. 1927.

Koninklijke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië.
Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië. D. 86. Afl. 3. D. 87. Afl. 1–3. 1927.

Buitenzorg.

Departement van Landbouw, Nijverheid en Handel.
Bulletin du Jardin botanique de Buitenzorg. Sér. 3. Vol. 8. Livr. 1–4. 1926–27.
Bulletin. Instituut voor Plantenziekten. No 21. o. J.
Mededeelingen van het Instituut voor Plantenziekten. No 71. 72. 1926–27.
Mededeelingen van het Algemeen Proefstation voor den Landbouw. No 23–25. 1926–27.
Mededeelingen van het Proefstation voor Thee. No 98. 99. 1926–27.
De nuttige Planten van Nederlandsch-Indië. 2. druk. 1–3. 1927.

Weltevreden.

Dienst der Volksgezondheid in Nederlandsch-Indië.
Mededeelingen. Anno 1926, P. 4. Anno 1927, P. 1–3.

Luxemburg.

Société des Naturalistes Luxembourgeois.
Bulletins mensuels. N. S. Année 20. 1926.

Belgien.

Brüssel.

Musée Royal d'Histoire naturelle de Belgique.
Mémoires. No 32. 36. 1926–27.

Observatoire Royal de Belgique.
Stroobant, Paul. Les Travaux de photographie stellaire et planétaire de l'Observatoire Royal de Belgique. 1927.

Société des Bollandistes.
Analecta Bollandiana. T. 45. Fasc. 1–4. 1927.

Löwen.

Université catholique.
Année académique. 1919–26.
Dissertationes ad gradum magistri in facultate theologica consequendum conscriptae. Ser. 2. T. 17–20. 1926–27.
Études de psychologie. Vol. 2. Fasc. 1. 1925.
Recueil de travaux publ. par les membres des conférences d'histoire et de philologie. Sér. 2. Fasc. 3. 6. 7. 9. 10. 1925–27.
Leuvense Studieën en tekstuitgaven.
Reypens. L. en J. van Mierlo. Beatrijs van Nazareth Seven manieren van minne. 1926.
29 Thesen a. d. J. 1925–27.
Travaux du Laboratoire de chimie générale. 1925. 1926.
Gorman, Thomas K. America and Belgium. 1925.
L'Université de Louvain à travers cinq siècles. Bruxelles 1927.
École des sciences politiques et sociales.
Borch, Nicolas de. Le Principe des nationalités et la question lithuanienne. 1925.
Kienpang, Wou. La Chine et les grandes puissances. 1926.
Shien-Ming, Koung. Comment remédier à la situation tragique des travailleurs chinois. 1927.
Wang-Yu-San, Vincent. L'Économie agricole de la Chine. 1925.

Handels Hoogeschool.
Hussen, Lambertus Nicolaas Josephus van. Ijzer en staal in Cechoslovakije. Amsterdam 1926.

Maredsous.

Revue Bénédictine Année 39. No 1–3. 1927.

Digitized by Google

Uccle.

Observatoire Royal de Belgique.

Commission de la Belgica.

Expédition antarctique belge. Résultats du voyage de la Belgica en 1897–99. Rapports scientifiques. Zoologie par Th. Monod. Anvers 1926.

Lecat, Maurice. Coup d'œil sur la théorie des déterminants supérieurs dans son état actuel. Bruxelles 1927.

Frankreich.

Bordeaux.

Observatoire.

Carte photographique du ciel. Zone + 12° No 6. 7. 9. 12. 13. 16. 18. 21. 25. 26. 47. 49. 58. 171. 172. 175. Zone + 14° No 49. 58. 172. Zone + 16° No 16. 179.

Société de Géographie commerciale.

Revue de géographie commerciale. Année 50. 1925–26.

Société des Sciences physiques et naturelles.

Procès-verbaux des séances. Année 1924–25.

Clermont-Ferrand.

Société des Amis de l'Université de Clermont.

Revue d'Auvergne. T. 41. No 8. 1927.

Colmar.

Société d'Histoire naturelle.

Bulletin. N. S. T. 18. 19. 1924–25.

Dijon.

Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres.

Mémoires. Sér. 4. T. 12. 1910–13.

Université.

Comité de Patronage des Étudiants étrangers. Cours de français. Année 21. 1926–27. Année 1927–28.

Lille.

Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts.

Bulletin des séances. Année 1925–26.

Mémoires. Sér. 4. T. 28. 1926.

Lyon.

Université.

Annales. N. S. I. Sciences, Médecine. Fasc. 37–46. 1914–27. — II. Droit, Lettres. Fasc. 29–38. 1915–25.

Nantes.

Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France.

Bulletin. Sér. 4. T. 2. No 3. 4. T. 3. No 1–4. T. 4. No 1–4. T. 5. No 1–4. T. 6. No 1–4. 1922–26.

Paris.

Comité des Travaux historiques et scientifiques.

Bulletin archéologique. Année 1925.

École polytechnique.

Journal. Sér. 2. Cahier 19–25. 1915–25.

Institut international de Coopération intellectuelle.

Bulletins. Année 2. No 1–3. 1927.

Musée Guimet.

Annales. Bibliothèque d'études. T. 35. 36. 1926.

Annales. Bibliothèque de vulgarisation. T. 45. 1926.

Annales. Revue de l'histoire des religions. T. 90. No 6. T. 91. No 1–3. T. 92. No 4–6. T. 93. No 1. 2. 1924–26.

Muséum National d'Histoire naturelle.

Archives. Sér. 6. T. 1. 1926.

Bulletin. T. 32. No 6. T. 33. No 1. 1926–27.

Observatoire.

Carte photographique du ciel. Zone + 18° No 9. 62. 69. 114. 131. 153. 154. 160. Zone + 20° No 17. 20. 21. 39. 45. 59. 64. 114. 122. 130. 146. 147. 150. 151. 157. Zone + 22° No 27. 34.

Société asiatique.

Journal asiatique. T. 208. No 1. 2. T. 209. No 1. 2. T. 210. No 1. 1926–27.

Société géologique de France.

Bibliographie des sciences géologiques. 1925. Fasc. 4. 1926, Fasc. 1–3.

Bulletin. Sér. 4. T. 24. Fasc. 9. T. 25. Fasc. 6–8. T. 26. Fasc. 1–5. 1924–26.

Compte rendu sommaire des séances. 1926. No 5–16. 1927, Fasc. 1–5.

Société mathématique de France.

Comptes rendus des séances. 1925.

L'Esprit international. Année 1. No 1–4. 1927.

Rennes.

Faculté des Lettres.

Annales de Bretagne. T. 37. No 3. 4. 1926.

Sèvres.

Comité International des Poids et Mesures.

Travaux et mémoires. T. 17. 1927.

Solesmes.

Paléographie musicale. Publ. sous la direction de Dom André Mocquereau, Moine de Solesmes. Année 30. No 122. 123. Année 31. No 124. 1926–27.

Toulouse.

Observatoire astronomique, magnétique et météorologique.

Carte photographique du ciel. Zone + 5° No 33. 35. 82. 96. 118. 122. 150. 152. 154.

Digitized by Google

167–69. 173. 178. Zone + 7° No 33. 55. 83. 146. 155. 161. 162. Zone + 9° No 13. 23. 42. 49. 82. 99. 162. 171. 172.

Bouffanais, Jean. L'Exemple des grands bienfaiteurs de l'humanité. Paris 1927.

Kostevitch, M. H. E. & P. Burning Ground. Paris 1927.

———. »Tarry-Matter« of alpha trinitrotoluol. P. 2. Paris 1927.

Italien.

Bari.

R. Università.
Annali del Seminario giuridico-economico. Anno 1927. P. 1.

Bologna.

Reale Accademia delle Scienze dell'Istituto.
Memorie. Classe di scienze fisiche. Ser. 8. T. 2. 1924–25.
Rendiconto delle sessioni. Classe di scienze fisiche. N. S. Vol. 29. 1924–25. — Classe di scienze morali. Ser. 2. Vol. 10. 1925–26.
Unione matematica Italiana.
Bollettino. Anno 5. No 5. Anno 6. No 1–4. 1926–27.

Brescia.

Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti.
Commentari. 1925.

Catania.

Accademia Gioenia di Scienze naturali.
Atti. Ser. 5. Vol. 14. 1923–24.
Bollettino delle sedute. Ser. 2. Fasc. 54–56. 1925–26.

Fiume.

Società di Studi Fiumani.
Fiume. Rivista semestrale. Anno 4. Sem. 1. 2. 1926–27.

Florenz.

Biblioteca Nazionale centrale.
Bollettino delle pubblicazioni italiane. No 304–13. 1926–27.
Istituto geografico militare.
L'Universo. Anno 7. No 12. Anno 8. No 1–11. 1926–27.
Reale Università degli Studi.
Pubblicazioni. R. Osservatorio astrofisico di Arcetri. Fasc. 43. 44. 1926–27. — Sezione di filologia e filosofia. N. S. Vol. 11. 1926.

Genua.

Museo civico di Storia naturale.
Annali. Ser. 3. Vol. 10. 1921–26.

Mailand.

Istituto di Economia dell'Università Bocconi.
Annali di economia. Vol. 3. No 1. 2. 1927.

Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.
Elenco dei membri e soci. 1926.
Rendiconti. Ser. 2. Vol. 59. Fasc. 11–20. Vol. 60. Fasc. 1–10. 1926–27.
Nel centenario della morte di Alessandro Volta. 1927.

Modena.

Reale Accademia di Scienze, Lettere ed Arti.
Atti e memorie. Ser. 4. Vol. 1. 1926.

Neapel.

Società Reale.
Accademia delle Scienze fisiche e matematiche.
Rendiconto. Ser. 3. Vol. 20. Fasc. 7–12. Vol. 21. Fasc. 1–12. Vol. 22. Fasc. 1–12. Vol. 23. Fasc. 1–12. Vol. 24. Fasc. 1–12. Vol. 25. Fasc. 1–12. Vol. 26. Fasc. 1–12. Vol. 31. Fasc. 9–12. Vol. 32. Fasc. 1–8. 1914–26.
Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti.
Atti. N. S. Vol. 3. 8. 9. 1915–26.
Rendiconto della tornate e dei lavori. N. S. Anno 36–39. 1922–25.
Accademia di Scienze morali e politiche.
Atti. Vol. 50. 1927.
Stazione zoologica.
Pubblicazioni. Vol. 7. Fasc. 3. Vol. 8. Fasc. 1. 1926–27.
Archivio italiano di otologia, rinologia e laringologia. ⟨Ser. 3.⟩ Vol. 37. Fasc. 11. 12. Vol. 38. Fasc. 1–10. 1926–27.
Μουσεῖον. Rivista di scienze classiche. Anno 3. Fasc. 3. 4. Anno 4. Fasc. 1. 2. 1927.
Rivista indo-greco-italica di filologia, lingua, antichità. Anno 10. Fasc. 2–4. Anno 11. Fasc. 1. 2. 1926–27.

Padua.

Accademia scientifica Veneto-Trentino-Istriana.
Atti. Ser. 3. Vol. 17. 1926.

Palermo.

Circolo matematico.
Rendiconti. T. 50. Fasc. 2. 3. T. 51. Fasc. 1. 2. 1926–27 [nebst] Suppl. Vol. 14. 1924–25.
Società di Scienze naturali ed economiche.
Bollettino. Anni 1922–24. Anno 7. No 1–3. Anno 8. 1925–26.
Giornale di scienze naturali ed economiche. Vol. 34. 1924–26.

Digitized by Google

Pavia.

Società medico-chirurgica.
Perroncito, Aldo. Commemorazione di Camillo Golgi. 1926.

Perugia.

Università degli Studi.
Annali della Facoltà di Medicina. Ser. 5. Vol. 4. 1926.

Pisa.

R. Scuola d'Ingegneria.
[Pubblicazioni.] No 30–44. 1926.
Società Toscana di Scienze naturali.
Atti. Memorie. Vol. 37. 1926. — Processi verbali. Vol. 23. No 3–5. Vol. 24. No 1. 2. Vol. 35. No 1–5. 1914–26.

Portici.

Regio Istituto superiore agrario.
Annali. Ser. 3. Vol. 1. 1926.

Rom.

Reale Accademia Nazionale dei Lincei.
Annuario. 1927.
Atti.
Memorie. Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Ser. 6. Vol. 2. Fasc. 4–15. Commem. 2. 1926–27. — Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Ser. 6. Vol. 1. Fasc. 5. 6. Vol. 2. Fasc. 1–4. Commem. 1. 1925–27.
Notizie degli scavi di antichità. Ser. 6. Vol. 2. Fasc. 7–12. Vol. 3. Fasc. 1–6. 1926–27.
Rendiconti Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Ser. 6. Vol. 1. Fasc. 8. Vol. 4. Fasc. 9–12 [nebst] App. Vol. 5. Fasc. 1–12. Vol. 6. Fasc. 1–4. 1926–27. — Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Ser. 6. Vol. 2. Fasc. 1–12. 1926.
Rendiconto dell'adunanza solenne. Vol. 3. Fasc. 12. 1926.
Pontificia Accademia delle Scienze Nuovi Lincei.
Atti. Anno 79. Sess. 1–7. 1925–26.
Memorie. Ser. 2. Vol. 9. 1926.
Biblioteca Apostolica Vaticana.
Studi e testi. 45. 47. 48. 1926–27.
Franchi de'Cavalieri, Pius. Codices graeci Chisiani et Borgiani. 1927.
Stornajolo, Cosimo. J. Ritratti e le gesta dei duchi d'Urbino. 1913.
Istituto G. Ferraris.
Rassegna di matematica e fisica. Anno 6. No 10–12. Anno 7. No 1–6. 9. 10. 1926–27.
Pont. Institutum biblicum.
Biblica. Vol. 7. Fasc. 4. Vol. 8. Fasc. 1–3. 1926–27.
Pont. Institutum orientalium studiorum.
Orientalia christiana. Vol. 8. No 2–7. Vol. 9. No 1–4. 1926–27.
Reale Società Romana di Storia patria.
Archivio. Vol. 48. Fasc. 1–4. Vol. 49. Fasc. 1–4. 1925–26.
Reale Ufficio (Comitato) geologico d'Italia.
Bollettino. Vol. 51. No 14–20. 1926.
Archivio di storia della scienza. Vol. 3. 4. Vol. 7. No 4. Vol. 8. No 1. 2. 1922–27. [Forges. n. d. T.:] Archeion. Archivio di storia della scienza. Vol. 8. No 3. 1927.

Siena.

Reale Accademia dei Fisiocritici.
Atti. Ser. 4. Vol. 2. Fasc. 9. 10. Vol. 3. Fasc. 1–11. Vol. 7. Fasc. 7. 8. Ser. 5. Vol. 2. Fasc. 1–6. Ser. 6. Vol. 6. No 1–10. Ser. 7. Vol. 7. No 1–10. Vol. 8. No 1–10. Ser. 8. Vol. 9. No 1–10. Vol. 10. No 1–10. Vol. 11. No 1–10. Vol. 12. No 1–10. Ser. 9. Vol. 13. No 1–7. Vol. 14. No 1–8. Vol. 15. No 1–6. Vol. 16. No 1–6. Vol. 17. No 1–8. Ser. 10. Vol. 1. No 1–9. 1891–1926.

Trient.

Società per gli Studi Trentini.
Studi Trentini. Anno 7. Classe 1. Fasc. 3. Classe 2. Fasc. 2. Anno 8. Classe 1. Fasc. 1. 2. Classe 2. Fasc. 1. 1926–27.

Turin.

Reale Accademia delle Scienze.
Atti. Vol. 61. Disp. 1–15. 1925–26.
Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti.
Atti. Vol. 10. Fasc. 3. 1926.
Bollettino. Anno 10. No 3. 4. 1926.
Rivista di filologia e di istruzione classica. N. S. Anno 4. Fasc. 4. Anno 5. Fasc. 1–3. 1926–27.

Udine.

Regia Deputazione Friulana di Storia Patria.
Memorie storiche forogiuliesi. Vol. 20–22. 1924–26.

Venedig.

Regio Istituto superiore.
Corsi estivi per stranieri. Anno 5. 1927.
Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti.
Atti. T. 85. Disp. 1–10. T. 86. Disp. 1–10. 1925–27.

Scarlata, Gaetano. Dalla selva all'empireo. Saggi dottrinali sulla Divina Commedia. Palermo 1927.

Digitized by Google

Spanien und Portugal.

Barcelona.

Real Academia de Ciencias y Artes.
Año académico 1926–27.
Boletin. Época 3. Vol. 5. No 4. 1927.
Memorias. Época 3. Vol. 19. No 15–17. Vol. 20. No 1–6. 1926–27.

Associació Catalana d'Antropologia, Etnologia i Prehistòria.
Butlleti. Vol. 2. Fasc. 2. Vol. 3. Fasc. 1. 2. 1924–25.

Institut d'Estudis Catalans.
Arxivs de l'Institut de Ciencies. Any 1. No 2. 3. Any 2. No 1–3. Any 3. No 1–3. Any 4. No 1–9. Any 5. No 1–6. 1911–17.
Memories. Secc. filolog. Vol. 1. Fasc. 1. 1926. — Secc. històr.-arqueològ. Vol. 1. Fasc. 1. 2. 1927.

Madrid.

Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales.
Anuario. 1927.
Revista. T. 23. Cuad. 1–3. 1926–27.

Real Academia de la Historia.
Boletin. T. 89. Cuad. 2. T. 90. Cuad. 1. 2. T. 91. Cuad. 1. 1926–27.

Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones científicas.
Catalogo de publicaciones. Secc. 1. 1927.

Observatorio astronómico.
Anuario. 1927.

Sociedad Española de Física y Química.
Anales. T. 24. No 236–38. T. 25. No 239–46. 1926–27.

Sociedad matemática Española.
Revista matemática Hispano-Americana. Ser. 2. T. 1. No 7–10. T. 2. No 1–6. 1926–27.

Montserrat.

Monestir de Montserrat.
Catalonia monastica. Vol. 1. 1927.

San Fernando.

Instituto y Observatorio de Marina.
Almanaque náutico. 1928. 1929.
Anales. Secc. 1. Año 1926.

San Sebastian.

Sociedad de Estudios Vascos.
Boletin. 1926, Trim. 1–3. 1927, Trim. 2.
Memoria de la Sociedad. Estado de caja. Titulos y cargos. Lista de socios. Biblioteca y publicaciones. 1924–26.
Revue internationale des études basques. T. 18. No 1. 2. 1927.

Lissabon.

Academia das Sciências.
Boletim da classe de letras. Vol. 15. Fasc. 2. 3. Vol. 16. 1921–22.
Almeida Lima, J. M. Curso de física geral. T. 3. Fasc. 1–3. 1926.
Ayres de Magalhães Sepúlveda, Christ. Dicionário bibliográfico da guerra peninsular. Vol. 2. Coimbra 1926.
Pedro V. Escritos. Vol. 3. 1926.

Serviços geológicos de Portugal.
Comunicações. T. 15. 1924.
Choffat, Paul. Cartas e córtes geológicos. Distritos de Leiria e Coimbra. 1927.

Finnland.

Åbo.

Akademi.
Acta mathematica et physica. 4. 1927.

Helsingfors.

Finnische Akademie der Wissenschaften.
Annales. Ser. A. T. 25. 26. 29. 1927. — Ser. B. T. 18. 1923–26.
FF Communications. Ed. for the Folklore Fellows. No 62. 64–67. 1925–26.
Magnetisches Observatorium zu Sodankylä. Veröffentlichungen. Nr 3. 8. (1926–27.)

Finländische Gesellschaft der Wissenschaften.
Acta. T. 50. No 7–15. N. S. A. T. 1. No 1–3. 1926–27.
Årsbok. 4. 1925–26.
Bidrag till Kännedom af Finlands Natur och Folk. H. 80. No 6–8. H. 81. No 1. 2. 1926–27.
Commentationes humanarum litterarum. T. 1. Nr 6–8. 1926–27.
Commentationes physico-mathematicae. T. 2. No 19–30. T. 3. 1926.
Tables générales des publications. 2. 1911–26.

Forstwissenschaftliche Gesellschaft in Finnland.
Acta forestalia Fennica. 28–31. 1925–27.
Silva Fennica. 1–3. 1926–27.

Hausforskningsinstitut.
Skrift. No 38–44. 1926.

Finnisches Geodätisches Institut.
Veröffentlichungen. No 7–9. 1927.

Geologische Kommission.
Bulletin. No 77. 1926.

Astronomisches Observatorium.
Catalogue photographique du ciel. Zone de Helsingfors. Sér. 1. T. 1. Fasc. 3. 1927.

Societas pro Fauna et Flora Fennica.
Acta. Vol. 54. 57, 1. 1924–27.
Acta zoologica Fennica. 1. 2. 1926–27.
Memoranda. 1. 2. 1924–26.

Societas zoolog.-botanica Fennica Vanamo.
Annales. T. 5. 1927.

Digitized by Google

Estland.

Dorpat.

Naturforscher-Gesellschaft.
Sitzungsberichte. Bd 33. H. 2–4. Bd 34. H. 1. 2. 1926–27.
Universität.
Acta et commentationes. A 9–11. — B 7–11. 1926–27.
Catalogue des doubles de la Bibliothèque de l'Université. 1926.
10 akademische Schriften a. d. J. 1926–27.
Astronomisches Observatorium der Universität.
Publications. T. 26. No 5. 1927.

Lettland.

Riga.

Herder-Institut.
Abhandlungen. Bd 2. Nr 1–5. 1926–27.
Ministère des Affaires étrangères.
Section de la Presse.
L'Art letton. 1926.
Virza, Ed. La Littérature lettone depuis l'époque du réveil national. o. J.
Universität.
Latvijas Universitates Raksti. Acta Universitatis Latviensis. 15. 16 [nebst] Beil. 1926–27.

Rußland.

Gory-Gorki.

Landwirtschaftliche Akademie.
Myschkin, N. P. Gesetzmäßigkeiten im Bau des Planetensystems der Sonne. Gorki 1926. Sonderabdr.

Kasan.

Universität.
Učenyja Zapiski. God 86. Kn. 2. God 87. Kn. 1. 1926–27.

Krasnodar.

Kubansches Landwirtschaftliches Institut.
Trudy. Arbeiten. T. 5. 1927.

Leningrad.

Akademie der Wissenschaften.
Βυζαντινὰ χρονικά. T. 24. 1923–26.
Doklady. Comptes rendus. A. 1926, Sept.–déc. 1927. No 1–19. — B. 1926, Juillet–déc. 1927. No 1–8.
Iran. 1. 1927.
Izvěstija. Bulletin. Sér. 6. T. 19. No 18. T. 20. No 12–17. T. 21. No 1–6. 1925–27.
Otčet o dejatel'nosti. 1926. 1. 2.
Pamjati dekabristov. Sbornik materialov. 3. 1926.
Trudy jakutskoj ėkspedicii. T. 3. Čast' 1. Vyp. 9. 1927.
Jafetičeskij Institut.
Jafetičeskij Sbornik. Recueil japhétique. 1. 3–5. 1922–27.
Komissija po naucnomu issledovaniju Mongol'skoj i Tannu Tuvinskoj Respublik.
Severnaja Mongolija. 1. 2. 1926–27.
Komissija po izučeniju estestvennych proizvoditel'nych sil Rossii.
Estestvennje proizvoditel'nye sily Rossii. T. 4. Čast' 1–4. 1923–25.
Priroda. 1926, No 9–12. 1927. No 1–9.
Komissija po izučeniju plemennogo sostava naselenija SSSR i sopredel'nych stran. Trudy. 11. 1926.
Komissija po istorii znanij.
Solov'ev, M. M. Putevoditel' po vystavke v pamjat' Akademika K. M. Bèra. 1927.
Laboratoire zoologique et Station biologique de Sébastopol.
Trudy. Travaux. Sér. 2. No 3. 5–10. 1916–26.
Anthropologisch-Ethnographisches Museum.
Sbornik. Publications. 6. 1927.
Asiatisches Museum.
Zapiski Kollegii vostokovedov. T. 2. Vyp. 1. 2. 1926–27.
Botanisches Museum.
Travaux. Livr. 19. 20. 1926–27.
Geologisches Museum.
Travaux. T. 1. 2. 1926–27.
Geologisches und Mineralogisches Museum Peters des Großen.
Travaux. T. 5. Livr. 8. 1926.
Mineralogisches Museum.
Travaux. T. 1. 2. 1926–27.
Zoologisches Museum.
Annuaire. T. 26. Livr. 3. 4. T. 27. Livr. 1–4. T. 28. Livr. 1. 1925–27.
Otdělenie russkago jazyka i slovesnosti.
Izvěstija. T. 31. 1926.
Amalickij, V. P. Severo-dvinskie raskopki. 3. 4. 1927.
Beljaev, M. D. i A. A. Platonov. Poslednjaja kvartira Puškina v ee prošlom i nastojaščem 1837–1927. 1927.
Bem, A. L. u. V. J. Sreznevskij. Bibliografičeskij ukazatel' tvorenij L. N. Tolstogo. 1926.
Boldyrev, A. K. Kommentarii k rabote E. S. Fedorova: Das Krystallreich. 1926.

Digitized by Google

Grekov, B. D. Plan Časti Novgoroda konca 17 veka. 1926.
Mervart, A. i L. Otčet ob ėtnografičeskoj ėkspedicii v Indiju v 1914–18 gg. 1927.
Miller, Wsewolod. Ossetisch-russisch-deutsches Wörterbuch. Hrsg. u. erg. von A. Freiman. 1. 1927.
Nauka i naučnye rabotniki SSSR. Čast' 2. 1926.
N'juton 1727–1927. 1927. (Očerki po istorii znanij. 1.)
The Pacific. Russian scientific investigations. 1926.
Pamjati M. A. Kastrena k 75-letiju dnja smerti. 1927. (Očerki po istorii znanij. 2.)
Puškin i ego sovremenniki. Materialy i issledovanija. Vyp. 31. 32. 1927.
Šachmatov, A. A. Sintaksis russkogo jazyka. Vyp. 1. 2. 1925–27.
Slovar russkago jazyka. T. 4. Vyp. 8–10. T. 5. Vyp. 1. T. 8. Vyp. 1 [nebst] Priloženie. 1914–27.
Spisok učenych trudov Akademika V. N. Ipat'era 1892–1927. 1927.
Tolstoj 1850–1860. Materialy stat'i. Red. V. J. Sreznevskogo. 1927.
Trudy jakutskoj ėkspedicii. T. 3. Čast' 1. Vyp. 7. 8. 1925–26.
Trudy po izučeniju radija i radioaktivnych rud. 1. 2. 1924–26.
Ustimovič, P. M. Michajlovskoe, Trigorskoe i mogila Puškina. 1927.
Vernadskij, V. J. Mysli o sovremennom značenii istorii znanij. 1927.

Wissenschaftliches Forschungsinstitut f. d. Geschichte d. Sprachen u. d. Literatur d. Westens u. Ostens a. d. Universität.
Jazyk i literatura. T. 1. Vyp. 1. 2. 1926.

Gesellschaft der Naturforscher.
Travaux.
Comptes rendus des séances. Vol. 56. 1926.
Sect. de botanique. Vol. 56. 1926.
Sect. de géologie et de minéralogie. Vol. 56. 1926.
Sect. de zoologie et de physiologie. Vol. 56. 1926.

Institut für experimentelle Medizin.
Archiv biologičeskich nauk. T. 26. Vyp. 4. 5. T. 27. Vyp. 1–3. 1926–27.

Institute for Scientific Exploration of the North.
Trudy. Transactions. Vyp. 3. 5. 9–13. 16–29. 31–36. 1920–27.

Oriental Institute.
A Catalogue of the publications. 1927.

Geologisches Komitee.
Bulletins. T. 40. No 8–10. T. 41. No 2–5. T. 42. No 10. T. 43. No 6–10. T. 44. No 1–9. T. 45. No 1 [nebst] Suppl. No 1–5. 1921–26. — Bibliothèque géologique de la Russie 1898. 1899. Index général 1882–1914.
Matériaux pour la géologie générale et appliquée. Livr. 9. 26. 27. 29. 33–35. 39. 115. 117–22. 1925–26.
Mémoires. N. S. Livr. 147. 1926.
Obzor mineral'nych resursov. Vyp. 18. 28. 1925–26.
Trudy Central'nogo Upravlenija promyšlennych razvedok. Travaux de la Direction centrale des recherches minières et de prospection. Vyp. 1–3. Moskva 1922–23.
Archangel'skij, A. D. Obzor geologičeskogo stroenija evropejskoj Rossii. T. 1. Vyp. 2. 1926.
Bogdanoviča, K. J. Kamennye stroitel'nye materialy. 1913.
Materialy po metodike oprobovanija mestorožděnij. 1926.
Veber, V. Poleznyja iskopaemyja Turkestana. 1913. [Nebst] Pribavlenie 1. 1917.

Russian Society of the Amateurs of the Universe's Knowledge ⟨Mirovédéniė⟩.
Astronomičeskij Bjulleteń. Astronomical Bulletin. 1926, No 3. 4. 1927, No 1.
Otčet. 1926.
Report on the phenological observations. 1925.
Trudy Astronomičeskoj Sekcii. No 1. 1927.
Trudy Sekcii geofiziki i fenologii. No 1. 1927.

Volkskommissariat der Wegekommunikation. Zentralverwaltung des Seeverkehrs.
Izvestija Central'nogo gidrometeorologičeskogo Bjuro. Nachrichten des Zentralbüros für Hydrometeorologie. Vyp. 3–6. 1924–26.

Geophysikalisches Zentral-Observatorium.
Meteorologičeskoe Obozrenie. 1926, Ijul'dek. 1927, Janv.–ijuń.
Žurnal geofiziki i meteorologii. Journal of Geophysics and Meteorology. T. 3. Vyp. 1–4. 1926.

Makhatch-Kala.

Dagestan-Museum.
Bjulleteń. 2. 1926.

Minsk.

Institut de la Culture blanche-ruthénienne.
Naš Kraj. 1926, No 6–12. 1927, No 1–4.
[Publications.] P. 1. Ser. 4. Livr. 1. Ser. 5. Livr. 7–12. 1926–27.
Kratkaja informacija. 1927.
Polevoj, Ant. O jazyke naselenija novozybkovskogo uezda Gomel'skoj gubernii. 1926.
Rastorguev, P. A. Govory vostočnych uezdov Gomel'skoj gubernii v ich sovremennom sostojanii. 1927.
Seržputovskij, A. K. Otčet o poezdke v Gomel'skuju guberniju v 1926 godu. 1926.
Jiddische Abteilung.
Bjuletėń. No 1. 2. 1926.
Zeitschrift. Buch 1. 1926.

Digitized by Google

Ojślender, N. u. U. Finkel'. A. Gol'dfaden. Biografija. 1926.
Jaurėjskaja navukovaja tėrminolėgija. No 1. 2. 1926.
Abteilung für Sprache und Literatur.
Arbeiten der akademischen Konferenz zur Reform der weißruthenischen Orthographie und des Alphabets. 1927.
Central'nae Bjuro krajaznaustva.
Pracy peršaga usebelaruskaga krajaznaučaga ězdu 7–11 ljutaga 1926 godu. 1926.
Fol'klërna-dyjalektolëgičnaja Kamisija.
Buzuk, P. Da charaktarystyki paunočna-belaruskich dyjalektau. 1926.
Gistaryčnaja Kamislija.
[Publications.] Ser. 1. T. 1. Vyp. 1. 1927.
Gistaryčna-archeologičnaja Kamisija.
Archivum alboruthenicum. T. 1. 1927.
Pracy peršaga ězdu daśledčykau belaruskae archéolëgii i archéografii 17–18 studzenja 1926 godu. 1926.
Gistaryčna-archeologičny Zbornik. No 1. 1927.
Lingvistyčnaja Kamisija.
Vejnger, M. Zbirajce matėryjaly dlja jaurėjskaga akadėmičnaga slounika. 1926.

Université de la Ruthénie-blanche.
Pracy. Annales. No 12. 1926.

Moskau.

Gesellschaft der Freunde der Naturwissenschaften, der Anthropologie und der Ethnographie.
Zoologische Abt.
Memuary. Mémoires. Vyp. 1. 1926.
Russkij zoologičeskij Žurnal. T. 6. Vyp. 1–4. 1926.

Institute of Economic Mineralogy and Petrography.
Transactions. No 14. Résumé No 25–27. 29. 30. 32. 1926–27.

Wissenschaftliches Meeresinstitut.
Trudy. Berichte. T. 1. Vyp. 1–12. 14. 15. T. 2. Vyp. 1. 2. 1925–27.

Staatliches Museum des Zentralen Industriellen Rayons.
Trudy. Mémoires. Vyp. 3. 1926.

Société mathématique.
Matematičeskij Sbornik. Recueil mathématique. T. 1. T. 2. Vyp. 1–4. T. 3. Vyp. 1–4. T. 4. Vyp. 1–4. T. 5. Vyp. 1–4. T. 6. Vyp. 1–4. T. 7. Vyp. 1–4. T. 8. Vyp. 1–4. T. 9. Vyp. 1–4. T. 10. Vyp. 1–4. T. 11. Vyp. 1–4. T. 12. Vyp. 1–4. T. 13. Vyp. 1–4. T. 14. Vyp. 1–4. T. 15. Vyp. 1–4. T. 16. Vyp. 1–4. T. 17. Vyp. 1–4. T. 18. Vyp. 1–4. T. 19. Vyp. 1–4. T. 20. Vyp. 1–4. T. 21. Vyp. 1–4. T. 22. Vyp. 1–4. T. 23. Vyp. 1–4. T. 24. Vyp. 1–4. T. 25. Vyp. 1–4. T. 26. Vyp. 1–4. T. 27. Vyp. 1–4. T. 28. Vyp. 1–4. T. 29. Vyp. 1–4. T. 30. Vyp. 1–4. T. 31. Vyp. 1–4. T. 32. Vyp. 1–4. T. 33. Vyp. 1–3. 1866–1926. Index zu T. 1–15. 1893.

Zentral-Kommission zur Verbesserung der Lage der Gelehrten.
Pjat' let raboty Central'noj Komissii po ulučšeniju byta učenych pri Sovete narodnych komissarov RSFSR ⟨Cekubu⟩ 1921–26. 1927.

Omsk.

Medizinisches Institut.
Omskij medicinskij Žurnal. God izd. 1. No 1–6. God izd. 2. No 1. 1926–27.

Perm.

Institut des Recherches biologiques à l'Université.
Izvėstija. Bulletin. T. 5. Livr. 2–8. 1926–27.
Trudy. Travaux. T. 1. Vyp. 1. 1927.

Peterhoff.

Institut des Sciences naturelles.
Travaux. Trudy. No 4. 1927.

Rostow a. Don.

Universität.
Izvėstija. T. 8–10. 1926.
Medicinskaja Mysl'. T. 3. Kn. 4. 5. 1926.

Saratow.

Landwirtschaftliche Versuchsstationen im Mittel- und Niederwolgagebiete.
Žurnal opytnoj agronomii jugo-vostoka. Journal für experimentelle Landwirtschaft im Südosten des Eur.-Rußlands. T. 3. Vyp. 1. 2. 1926–27.

Swerdlowsk.

Uralische Gesellschaft von Freunden der Naturwissenschaften.
Bulletin. T. 34. Livr. 3–12. T. 35. Livr. 1–12. T. 36. Livr. 1–12. T. 37. Livr. 1–6. T. 40. Livr. 1. 1914–26.

Taschkent.

Université de l'Asie centrale.
Bulletin. Livr. 13–15. 1926–27.

Tomsk.

Comité géologique de Russie. Succursale pour la Sibérie.
Izvėstija. Bulletin. T. 6. Livr. 1–4. 1926–27.

Wladiwostok.

Geological Committee of the Russian Far East.
Records. No 45. 48. 49. 1926–27.

Ciolkovskij, K. Issledovanie mirovych prostranstv reaktivnymi priborami. Kaluga. 1926.
Lasareff, P. Kurskaja magnitnaja anomalija. Atlas kart ėlementov zemnogo magnetizma. L'anomalie magnétique de Koursk. Atlas des cartes des éléments magnétiques. Moskva: Leningrad 1927.

Digitized by Google

Ukraine.

Charkow.

Department of Scientific Institutions.

Naukovij Zbirnik. Č. 2–4. 1926.

Nauka na Ukraïni. 1926.

Dnepropetrovsk.

Geological Catheder.

Naukovi Zapiski. Scientific Magazine. 1927.

Kertsch.

Gosudarstvennyj archeologičeskij Muzej.

Marti, Ju. Sto let Kerčenskogo Muzeja. 1926.

Kiew.

Académie des Sciences d'Ukraïne.

Pervisne Gromadjanstvo. 1926, Vyp. 3.

Studiï z istoriï Ukraïni. T. 1. 1926.

Trudy fiz.-mat. viddilu. T. 2. Vyp. 4. 5. T. 3. Vyp. 4. 6. T. 4. Vyp. 1–6. T. 5. Vyp. 1–5. 1926–27.

Ukraïna. 1926, Kn. 6. 1927, Kn. 1–4.

Zapiski fiz.-mat. viddilu. T. 2. Vyp. 1. 2. 1926–27.

Zapiski istor.-filolog. viddilu. Kn. 7–12. 1926–27.

Zapiski socijal'no-ekonom. viddilu. T. 2. 3. 1924–25.

Bibliotečnij Zbirnik. Č. 2. 1927.

Zbirnik istor.-filolog. viddilu. No 7, 1. 3. 4. No 10. T. 2. Vyp. 2. No 19, 1. No 33. 37. 41. 44–46. 48. 55. 1926–27.

Zbirnik socijal'no-ekonom. viddilu. No 6. 7. 9. 1926–27.

Zvidomlennja za 1925 rik.

Chtcherbyna, V. J. Novi studyï z istoriï Kyïva. 1926.

Gruševśkij, Michajlo. Istorija ukraïńskoï literaturi. T. 5, 2. 1927.

Collegium archaeographicum.

Collectanea archaeographica. Vol. 1. 1926.

Monumenta litterarum ukrainicarum. Vol. 1. 1926.

Katheder der jiddischen Kultur.

Die jiddische Sprach. Zeitschrift für angewandte jiddische Philologie. 1927, No 1. 3. 4.

Archäologisches Komitee.

Fontes artis ukrajinicae. Vol. 1. 1926.

Tripil'ska kul'tura na Ukrajini. Vyp. 1. 1926.

Pavlučkij, G. Istorija ukraïńskogo ornamentu. 1927.

Ethnographische Kommission.

Etnografičnij Visnik. Kn. 3. 4. 1927.

Kagarov, Evgen. Naris istoryï etnografyï. 1. 1926.

Laboratoire d'Anthropologie et d'Ethnologie.

Roudynsky, Michel. La Station »Bila Hora« près de Poltava. 1926.

Ukrainischer Meteorologischer Dienst.

Informacijnij Bjuleteń Ukrmetu. T. 4. 5. 1925–26.

Bulletin dékadaire de l'Ukrmète. Č. 1, 1–10. Č. 2, 11–20. Č. 3, 21–31. Č. 4, 1–10. Č. 5, 11–20. Č. 6, 21–28. Č. 7, 1–10. Č. 8, 11–20. Č. 9, 21–31. Č. 10, 1–10. Č. 11, 11–20. Č. 12, 21–30. Č. 13, 1–10. Č. 14, 11–20. Č. 15, 21–31. Č. 16. 1–10. Č. 17, 10–20. Č. 18, 21–30. Č. 19, 1–10. Č. 20, 11–20. Č. 21, 21–31. 1927.

Caractéristique géophysique de l'Ukraine. Éd. mensuelle. 1925, No 1–5.

Geophysical Characteristic of Ukraine. 1925. P. 2.

Material zur geophysikalischen Charakteristik der Ukraine. Bd 1. Lfg 1–3. 1926.

Klimatičnij Atlas Ukraïni. 1927.

Bržozovśkij, S. A. Klimat žitomira. Č. 2. o. J.

Danilow, L. Wetterwellen. 1925.

Golovniši naslidki dijal'nosti Ukrmetu za 1925 r. 1926.

Tablici dlja občislennja bogkosti povitrja za psichrometrom asmana. 1927.

Vesockej, J., Makroklimatični schemi Ukrajini. 1922.

Physikalisches Forschungskatheder.

Ukrainische physikalische Abhandlungen. Bd 1. H. 1. 1926.

Odessa.

Wissenschaftliche Forschungs-Institute.

Žurnal. Berichte. T. 2. No 1–4. 1925–26.

Geophysikalisches Observatorium.

Bjulleteń. 1924, No 1–13. 1925, No 1–13. 1926, No 1–6 [nebst] Suppl. No 7 [nebst] Suppl. No 8–13.

Točidlovśkij, J. Ja. Klimat m. Odesi. o. J.

— — —. Nočnoe lučenspuskanie. 1912.

Sewastopol, Krim.

Musée d'État de Chersonèse taurique.

Chersonesskij Sbornik. Bulletin. Vyp. 2. 1927.

Winniza.

Nationalbibliothek der Ukraina an der Ukrainischen Akademie der Wissenschaften. Filialabt. Bureau zur Erforschung Podoliens.

[Veröffentlichungen.] Lfg 9. 10. 12. 1926–27.

Woronesh.

Universität.

Acta. T. 2. Vyp. 1. 2. T. 3. 1925–26.

Iuvilej akademika M. S. Gruševśkogo 1866–1926. (Kiiv 1927.)

Tscherny, S. The Motion of the perihelion of mercury in the four-dimensional time-space continuity. (Kiew) o. J. Sonderabdr.

Digitized by Google

Georgien.

Tiflis.

Botanischer Garten.
Moniteur. N. S. Livr. 2. 1924–25.
Travaux. Sér. 2. Fasc. 1. 2. 4. 1920–26.

Polen.

Krakau.

Akademie der Wissenschaften.
Archiwum filologiczne. Nr 1–5. 1917–26.
Bulletin international. Classe des sciences mathém. et natur. Sér. A. 1926, No 3–10. 1927, No 1–3. — Sér. B. 1925, No 9. 10. 1926, No 1–10 [nebst] No suppl. 2. — Classe de philol., classe d'hist. et de philos. Année 1923. 1924. 1925. P. 2. 1927, No 1–3.
Editiones Collegii ad historiam scientiarum mathem.-naturalium perscrutandam. Vol. 1. 1918.
Materyały i prace Komisyi językowej. T. 8. 1918.
Monumenta medii aevi historica. T. 19. 1927.
Prace Komisji etnograficznej. Nr 1. 2. 4. 5. 1926–27.
Prace Komisji historji sztuki. T. 4. Zesz. 1. 1927.
Prace Komisji językowej. Nr 3–11. 12, 1. 2. 13. 1918–26.
Prace Komisji orjentalistycznej. Nr 1–9. 1919–26.
Prace i materjały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne. T. 1. Cz. 1. 2. T. 2. Cz. 1. 2. T. 3. T. 4. Cz. 2. 3. 1920–25.
Rocznik. Rok 1925–26.
Rozprawy. Wydz. matem.-przyrodn. Ser. 3. T. 16–21. A. B. T. 22. A. B. Zesz. 1–10. T. 23. 24. A. B. 1916–24. — Wydz. filol. Ser. 3. T. 9. 10. T. 61. Nr 5–7. T. 62. Nr 3. 1916–26. — Wydz. hist.-filoz. Ser. 2. T. 35–37. T. 38. Nr 2–6. T. 40. Nr 5. T. 41. Nr 1–3. 1917–27.
Sprawozdania z czynności i posiedzeń. T. 30. Nr 10. T. 31. Nr 1–6. 1926–27.
Sprawozdanie Komisyi fizjograficznej. T. 60. 61. 1926–27.

Lemberg.

Gesellschaft der Wissenschaften.
Archiwum. Dział 1. T. 3. Zesz. 1. Dział 3. T. 3. Zesz. 20. T. 4. Zesz. 1–5. 1926–27.
Prace Sekc. historyi sztuki i kultury. T. 1. Zesz. 2. 1927.
Studya nad historyą prawa polskiego. T. 8. Zesz. 5. T. 10. Zesz. 1. 1926.
Institut de Géophysique et de Météorologie de l'Université.
Communications des résultats des recherches de Henryk Arctowski. No 1–18. 1922–25.
Institut National Ossolinski.
Przewodnik bibljograficzny. Ser. 2. T. 7. Zesz. 11. T. 8. Zesz. 1–10. 1926–27.
Wiadomości antykwarskie. 1926. Nr 6.
Barbag, Seweryn. Studjum o pieśniach Chopina. 1927.
Fredro, Aleksander. Komedje. T. 1–4. 1926.
Kucharski, Eugenjusz. Aleksander Fredro. 1926.
Kutrzeba, Stanisław. Historja źródeł dawnego prawa polskiego. T. 1. 2. 1925–26.
Oko, Jan. Do źródeł »Grobu Romulusa«. 1927.
Tarnawski, Władysław. Z Anglji współczesnej. 1927.
Société polonaise des Naturalistes »Kopernik«.
Kosmos. Roczn. 51. Zesz. 1–4. 1926.
Ševčenko-Gesellschaft der Wissenschaften.
Sitzungsberichte d. mathem.-naturw.-ärztl. Sekt. H. 4–7. 1926–27.
Zapiski. T. 138–40. 144–46. 1925–27.
Zbirnik matem.-prirodop.-lîkarśk. Sekc. T. 25. 26. 1926–27.
Universität.
Kronika. 1922–23.
Skład Uniwersytetu. 1925–27.

Posen.

Historische Gesellschaft für Posen.
Deutsche Blätter in Polen. Jg 3. H. 11. 12. Jg 4. H. 1–10. 1926–27.
Deutsche wissenschaftliche Zeitschrift für Polen. H. 7–11. 1926–27.

Thorn.

Coppernicus-Verein für Wissenschaft und Kunst.
Mitteilungen. H. 34. 1926.

Warschau.

Gesellschaft der Wissenschaften.
Prace. Wyd. 1. No 4. Wyd. 2. No 11. Wyd. 3. No 7. 1914.
Prace Instytutu im. M. Nenckiego. T. 3. Nr 4. T. 4. Nr 1. 2. 1926–27.
Prace Komisyi do badań nad historją literatury i oświaty. T. 1. 1914.
Prace Zakładu fizjologji Instytutu. T. 1. No 13. 1923.
Sprawozdania. Rok 11–18. Wydz. 1–3. Rok 19. Wydz. 1. Zesz. 1–5. Wydz. 2. Zesz. 1–10. Wydz. 3. Zesz. 1–9. 1918–26.

Digitized by Google

Societas botanicorum Poloniae.
Acta. Vol. 4. No 2 [nebst] No suppl. 1926–27.
Société polonaise de physique.
Sprawozdania i prace. T. 2. Zesz. 8. T. 3. Zesz. 1. 1927.
Universität.
Bibliotheca Universitatis liberae Polonae. Fasc. 17. 1927.
Mathematisches Seminar.
Fundamenta mathematicae. T. 9. 10. 1927.

Türkei.

Konstantinopel.

Antiken-Museen.
Keilschrifttexte in den Antiken-Museen zu Stambul.
Die altassyrischen Texte vom Kültepe bei Kaisarije von Julius Lewy. 1926.

Rumänien.

Bukarest.

Academia Română.
Analele Ser. 2. T. 32. 33. 35–38. Partea admin. Memor. secț. istor., liter., științ. T. 34. 39. Partea admin. Memor. secț. istor., științ. T. 40. Partea admin. Memor. secț. liter. No 1., științ. No 1. T. 41. Partea admin. 1909–21 [nebst] Ind. alfab. 31–40. 1923. Anale. T. 42–45. 1921–25.
Biblioteca Academiei Române. No 4. 5. 13–27. 1907–15.
Bulletin de la Section scientifique. Année 10. No 6–10. 1927.
Catalogul publicațiunilor 1867–1923. o. J.
Discursuri de recepțiune. 34–37. 39. 41–60. 1910–25.
Memoriile secț. istor. Ser. 3. T. 1. 2. 4. 5. 1923–26. — Secț. literar. Ser. 3. T. 1. 2. 1924–25. Secț. științ. Ser. 3. T. 1. 2. 1923–25.
Publicațiunile Fondului Vasile Adamachi. T. 4–9. 1910–25.
Institut pour l'Étude de l'Europe sud-orientale.
Revue historique du sud-est européen. Année 3. No 10–12. Année 4. No 1–12. 1926–27.

Cernauti.

Facultatea de Științe de pe lângă Universitatea.
Buletinul. Anul 1. Fasc. 1. 1927.

Hermannstadt.

Verein für Siebenbürgische Landeskunde.
Archiv. N. F. Bd 42. H. 1–3. Bd 43. H. 1. 1924–26.

Jassy.

Université.
Annales scientifiques. T. 14. Fasc. 3. 4. 1927.

Radautz.

Archiv für Landeskunde der Bukowina. Jg 1. H. 1. 1927.

Jickeli. Carl F. Pathogenesis. Berlin (Hermannstadt) 1924.

Bulgarien.

Sofia.

Institut archéologique bulgare.
Izvěstija. Bulletin. 4. 1926–27.

Griechenland.

Athen.

Ἀκαδημία Ἀθηνῶν.
Πρακτικά. 1926. T. B. Γ. T. 2. 1927, Τεῦχος 1–7.
École française.
Bulletin de correspondance hellénique. Année 49. No 7–12. Année 50. No 1–6. 1925–26.
Exploration archéologique de Délos. Fasc. 8. 1. 2 [nebst] Planches. Fasc. 9. 1922–26.
Fouilles de Delphes. T. 2. Fasc. 1. ⟨Planches.⟩ [nebst] Suppl. Fasc. 2. ⟨Texte. Planches.⟩ Fasc. 3. ⟨Texte⟩. T. 4. 1925–26.
Ἐπιτροπὴ ἑκατονταετηρίδος μεσολογγίου. Τὰ κατὰ τὸν ἑορτασμὸν τῆς ἑκατονταετηρίδος τῆς ἐξόδου τῆς φρουρᾶστου Μεσολογγίου 1826–1926. o. J.
Ἀρχαιολογικὴ Ἑταιρεία.
Ἀρχαιολογικὴ Ἐφημερίς. 1924.

Digitized by Google

Ἐπιστημονικὴ Ἑταιρεία.
Ἀθηνᾶ. Σύγγραμμα περιοδικόν. T. 38. 1926.
Γεωγραφικὴ Ὑπηρεσία Στρατοῦ.
Πεπραγμένα. 1922–26.

Δέφνερ, Μιχαὴλ. Τρεῖς ἀρχαῖοι ἀνδρεῖς. (Athen) 1926. Sonderabdr.

Sieben schöne Märchen in die neugriechische Volkssprache und den zakonischen Dialekt übertr. von Michael Deffner. Ἀθῆναι 1926.

Vereinigte Staaten von Nord-Amerika.

Albany, N. Y.

New York State Library.
Bibliography Bulletin. 76–78. 1926–27.
New York State Museum Bulletin. No 269–73. 1926–27.
Annual Report. 109. 1926.
University of the State of New York.
Bulletin. No 868. 881. 889. 1927.
Handbook of historical and patriotic societies in New York State. 1926.
Johnson, William. The Papers. Vol. 5. 1927.
Minutes of the Albany Committee of Correspondence 1775–78. Vol. 2. 1925.
The American Revolution in New York. 1926.

Allegheny City.

Allegheny Observatory of the University of Pittsburgh.
Publications. Vol. 6. No 8. 9. Vol. 7. No 1. 1927.

Ann Arbor.

American Astronomical Society.
Publications. Vol. 5. S. 453–83. 1927.

Baltimore.

Johns Hopkins University.
Circular. N.S. 1926, No 4–11.
American Journal of Mathematics. Vol. 48. Nr 2–4. Vol. 49. Nr 1. 1926–27.
The American Journal of Philology. Vol. 47. Nr 2–4. 1926.
Studies in Historical and Political Science. Ser. 44. No 3. Ser. 45. No 1. 1926–27.

Berkeley.

University of California.
Bulletin. Ser. 3. Vol. 19. No 11–15. Vol. 20. No 1–5. 8–10. 1926–27.
Chronicle. Vol. 28. Nr 3. 4. Vol. 29. Nr 1. 1926–27.
Publications.
American Archæology and Ethnology. Vol. 19. No 2. Vol. 23. No 2. 3. 1926.
Botany. Vol. 11. No 3–5. Vol. 12. No 7. 8. Vol. 13. No 8–12. 1926.
Entomology. Vol. 4. No 1–4. 1926–27.
Geography. Vol. 2. No 4. 5. 1926.
History. Vol. 14. No 1. 3. 1925–26.
Classical Philology. Vol. 8. No 3–5. Vol. 9. No 2. 1926.
Modern Philology. Vol. 12. No 4. 5. 1926–27.
Philosophy. Vol. 6. No 2. 3. Vol. 8. 1926.
Physiology. Vol. 5. No 17–19. Vol. 6. Vol. 7. No 1. 1926.
Geological Sciences. Vol. 16. No 5–7. 1926.
Zoology. Vol. 28. No 22. 23. Vol. 29. No 2–9. 11–17. Vol. 30. No 1–7. 1926–27.
Agricultural Experiment Station.
Bulletin. No 403–17. 1926–27.
Hilgardia. A journal of agricultural science. Vol. 1. No 16–20. Vol. 2. No 1–3. 1926.
Lick Observatory, Mount Hamilton.
Bulletin. Nr 382–91. 1927.

Boston.

American Academy of Arts and Sciences.
Memoirs. Vol. 15. No 4. 1926.
Proceedings. Vol. 61. No 12. Vol. 62. No 1–4. 1926–27.
Society of Natural History.
Occasional Papers. Vol. 5. p. 197–234. 1926–27.
Proceedings. Vol. 38. No 4–7. 1926–27.

Brooklyn, N. Y.

Museum of the Brooklyn Institute of Arts and Sciences.
The Brooklyn Museum Quarterly. Vol. 13. No 1. 4. Vol. 14. No 1–3. 1926–27.

Cambridge, Mass.

Harvard College.
Museum of Comparative Zoology.
Bulletin. Vol. 67. No 15. 16. Vol. 68. No 1–3. 1927.
Memoirs. Vol. 39. No 3. 4. Vol. 43. P. 1–4. Vol. 45. No 2. Vol. 46. No 2. Vol. 47. No 1–5. Vol. 48. Text. Plates. 1917–27.
Annual Report of the Director. 1925–26.
Astronomical Observatory.
Annals. Vol. 82. No 5. Vol. 85. No 9. 1926.
Bulletin. 841–51. 1926–27.
Circulars. No 297–316. 318. 319. 1926–27.
Harvard Reprint. 32–40. 42. 1926–27.
Annual Report of the Director. 81. 1927.

Charlottesville, Va.

Leander Mc Cormick Observatory.
Publications. Vol. 4. 1927.
12 Sonderabdr. a. d. J. 1924–27.

Digitized by Google

Chicago.

Field Museum of Natural History.
Publications. No 236–40. 242–44. 1926–27.
Natural History Survey.
Bulletin. 8. 1927.
University of Chicago.
The Botanical Gazette. Vol. 82. Nr 3. 4. Vol. 83. Nr 1–4. Vol. 84. Nr 1. 2. 1926–27.
The Astrophysical Journal. Vol. 64. Nr 3–5. Vol. 65. Nr 1–5. Vol. 66. Nr 1. 2. 1926–27.
The Journal of Geology. Vol. 34. Nr 7. P. 1. 2. Nr 8. Vol. 35. Nr 1–7. 1926–27.

Cincinnati.

Lloyd Library.
Bulletin of Botany. Pharmacy and Materia Medica. No 27. 1926.

Colorado Springs, Col.

College.
Publication. General Ser. No 126. 129. 137. 140. 1924–26.

Columbia, Mo.

University of Missouri.
Bulletin. Library Ser. No 12. 1926.
Studies. Vol. 1. Nr 1–4. Vol. 2. Nr 1. 1926–27.

Des Moines.

Iowa Geological Survey.
Annual Report. Vol. 31. 1923–24.

Easton, Pa.

American Chemical Society.
Journal. Vol. 48. No 12. Vol. 49. No 1–11. 1926–27.

Eugene, Or.

University of Oregon.
Publication.
Education Ser. Vol. 1. No 1. 2. 1926–27.
Geology Ser. Vol. 1. No 2. 1927.

Glendale, Cal.

The Endocrine Survey. Vol. 3. No 12. Vol. 4. No 1–11. 1926–27.

Granville, Ohio.

Denison University.
Bulletin. Journal of the Scientific Laboratories. Vol. 21. Art. 5–7. Vol. 22. Art. 1–4. 1926–27.

Harrisburg, Pa.

Pennsylvania Geological Survey.
Ser. 4. Bulletin. M 9. 1927.

Hartford, Conn.

State Geological and Natural History Survey.
Bulletin. No 36–39. 1926–27.

Iowa City.

State University of Iowa.
Philological Quarterly. Vol. 6. Nr 1–3. 1927.
Studies in Natural History. Vol. 11. Nr 9–12 [nebst] Suppl. 1926–27.

Lawrence, Kansas.

University of Kansas.
Science Bulletin. Vol. 16. No 1–6. 1926.

Madison, Wis.

Wisconsin Academy of Sciences, Arts, and Letters.
Transactions. Vol. 21. 22. 1924–26.
Wisconsin Geological and Natural History Survey.
Bulletin. No 68. 1927.

Milwaukee.

Public Museum.
Bulletin. Vol. 3. No 2. Vol. 6. No 3. 1927.
Yearbook. Vol. 5. 6. 1925–26.

Minneapolis.

University of Minnesota.
Contributions from the Department of Pathology. Vol. 3. 1926.
Agricultural Experiment Station.
Bulletin. No 225–31. 1925–26.
Minnesota School of Mines. Experiment Station.
Bulletin. No 12. 1927.

New Haven.

Astronomical Observatory of Yale University.
Transactions. Vol. 3. P. 4–6. 1926.
American Oriental Society.
Journal. Vol. 46. Nr 4. Vol. 47. Nr 1–3. 1926–27.
American Journal of Science. Ser. 5. Vol. 12. Nr 72. Vol. 13. Nr 73–78. Vol. 14. Nr 79–83. 1926–27.

New York.

American Association for International Conciliation.
International Conciliation. 1926. No 225. 1927. No 226–34.
Columbia University.
Publications of the Ernest Kempton Adams Fund for Physical Research. Nr 10. 1927.
American Museum of Natural History.
Anthropological Papers. Vol. 28. P. 1. 2. Vol. 29. P. 1. 1926–27.
American Geographical Society.
Geographical Review. Vol. 17. No 1–4. 1927.
American Mathematical Society.
Bulletin. Vol. 32. Nr 5. 6 [nebst] Suppl. Vol. 33. Nr 1–5. 1926–27.
Transactions. Vol. 28. Nr 4. Vol. 29. Nr 1–4. 1926–27.

Digitized by Google

Norwood, Mass.

Archaeological Institute of America.
Bulletin. Vol. 16. 17. 1925–26.
American Journal of Archaeology. Ser. 2. Vol. 30. Nr 4. Vol. 31. Nr 1–3. 1926–27.

Oberlin, Ohio.

Oberlin College.
Laboratory Bulletin. No 49. 1926.

Philadelphia.

Academy of Natural Sciences.
Proceedings. Vol. 78. 1926.
Yearbook. 1926.
American Philosophical Society.
Proceedings. Vol. 65. No 3–5 [nebst] Suppl. 1926.
Physiological Society.
Proceedings. Vol. 1. 1925–26.
University of Pennsylvania.
Bulletin. Vol. 26. No 38. 40. Vol. 27. No 7. 11. 14. 1926–27.
Publications.
Series in Romanic Languages and Literature. No 18. 1926.
40 akademische Schriften a. d. J. 1921–27.
Henry Phipps Institute.
Report. 19. 1927.
Spiller, Robert E. The American in England during the first half century of independence. New York (1926).

Rochester, N. Y.

Academy of Science.
Proceedings. Vol. 6. No 6. 7. 1926.

Rolla, Mo.

Missouri Bureau of Geology and Mines.
Biennial Report of the State Geologist. 54. 1927.
[Reports.] Ser. 2. Vol. 19. 1926.
Base Map of Missouri. 1927.
Drainage Map of Missouri. 1927.
Geological Map of Missouri. 1926.

Saint Louis.

Missouri Botanical Garden.
Annals. Vol. 1. No 1–4. Vol. 2. No 1–4. Vol. 3. No 1–4. Vol. 4. No 1–4. Vol. 5. No 1–4. Vol. 6. No 1–4. Vol. 7. No 1–4. Vol. 8. No 1–4. Vol. 9. No 1–4. Vol. 10. No 1–4. Vol. 11. No 1–4. Vol. 12. No 1–4. Vol. 13. No 1–4. Vol. 14. No 1. 2. 1914–27.

San Francisco.

California Academy of Sciences.
The Pan-Pacific Entomologist. Vol. 3. No 2. 1926.
Occasional Papers. 12. 13. 1926–27.
Proceedings. Ser. 4. Vol. 15. No 12–18. Vol. 16. No 1–19. 1926–27.

Stanford University, Cal.

Leland Stanford Junior University.
Bulletin. Ser. 5. No 25. 1927.

Terminal, Cal.

California State Fisheries Laboratory.
Fish Bulletin. No 7. 8. 10. 11. 1923–26.
Biennial Report. 26. 1918–20.
5 Sonderabdr. a. d. J. 1919–26.

Urbana.

Department of Registration and Education. Natural History Survey Division.
Bulletin of the Illinois State Natural History Survey. Vol. 16. Art. 2–7. 1926–27.
University of Illinois.
The Journal of English and Germanic Philology. Vol. 25. No 3. 4. Vol. 26. No 1–3. 1926–27.
Illinois Biological Monographs. Vol. 10. No 2–4. 1926.
Studies in Language and Literature. Vol. 11. No 1–4. 1926.
Studies in the Social Sciences. Vol. 13. No 1–4. Vol. 14. No 1. 1925–26.

Washington.

National Academy of Sciences.
Proceedings. Vol. 8. Nr 12. Vol. 9. Nr 11. Vol. 10. Nr 11. Vol. 11. Nr 4. Vol. 12. Nr 11. 12. Vol. 13. Nr 1. P. 1. 2. Nr 2–10. 1922–27.
Report. 1912–14. 1917–25.
Bureau of Standards.
Circular. No 8. 4. ed. 17. 4. ed. 25. 9. ed. [nebst] Suppl. 33. 4. ed. 82. 3. ed. 86. 3. ed. 89. 3. ed. 93. 3. ed. 94. 3. ed. 103. 4. ed. 115. 3. ed. 130. 2. ed. 165. 2. ed. 186. 2. ed. 187. 2. ed. 188. 2. ed. 196. 2. ed. 209. 2. ed. 239. 2. ed. 241–43. 2. ed. 256. 2. ed. 258. 2. ed. 265. 2. ed. 288. 2. ed. 297–99. 2. ed. 309–19. 319. 2. ed. 320–32. 334–36. 339. 1926–27.
Handbook Series. No 8–10. 1926–27.
Supplementary List of publications. 1925–26.
Scientific Papers. No 530–54. 557. 1926–27.
Technologic Papers. No 319–47. 1926–27.
Miscellaneous Publications. No 39. 3. ed. No 74–78. 90. 96. 1926–27.
Carnegie Endowment for International Peace.
Biblioteca interamericana. 6. (Nueva York) 1927.
International Problems and relations. (New York) 1926.
Tchirkovitch, Stévan. L'Institut américain de droit international, son rôle et son œuvre. Paris 1926.
Division of Economics and History.
Världskrigets ekonomiska och sociala Historia.

Digitized by Google

⟨Skandinavisk Serie.⟩
Bidrag till Sveriges ekonomiska och sociala Historia under och efter Världskriget utg. av Eli F. Heckscher. D. 1. Stockholm; New Haven (1926).

Histoire économique et sociale de la guerre mondiale.
⟨Série belge.⟩
Mahaim, Ernest. Le Secours de chomage en Belgique pendant l'occupation allemande. Paris; New-Haven o. J.
⟨Série française.⟩
Frois, Marcel. La Santé et le travail des femmes pendant la guerre. Paris; New-Haven o. J. — Gignoux. C. J. Bourges pendant la guerre. Paris; New-Haven o. J. — Masson, P. Marseille pendant la guerre. Paris: New-Haven o. J. — Peschaud, Marcel. Politique et fonctionnement des transports par chemin de fer pendant la guerre. Paris; New-Haven o. J. — Sellier. Henri [u. a.]. Paris pendant la guerre. Paris; New-Haven o. J. — Chardon, Henri. L'Organisation de la république pour la paix. Paris: New-Haven o. J. — Bernard. Augustin. L'Afrique du nord pendant la guerre. Paris: New Haven o. J. — Gide. Charles et Daudé-Bancel. De la Lutte contre la cherté par les organisations privées. Paris; New Haven o. J.

Economic and social History of the World War.
⟨British Ser.⟩
War and insurance. London [usw.] 1927. — Fayle, C. Ernest. The War and the shipping industry. London [usw.] 1927.
⟨Translated and abridged Ser.⟩
Fontaine, Arthur. French Industry during the war. New Haven [usw.] 1926. — Agriculture and food supply in France during the war. New Haven [usw.] 1927. — Renouvin, Pierre. The Forms of war government in France. New Haven [usw.] 1927.

Storia economica e sociale della guerra mondiale.
⟨Ser. italiana.⟩
Einaudi. Luigi. La guerra e il sistema tributario italiano. Bari 1927.

Wirtschafts- und Sozial-Geschichte des Weltkrieges.
⟨Deutsche Ser.⟩
Die Staatsverwaltung der Besetzten Gebiete. Bd 1. Stuttgart [usw.] 1927. — Geistige und sittliche Wirkungen des Krieges in Deutschland. Stuttgart [usw.] 1927. — Lotz, Walther. Die deutsche Staatsfinanzwirtschaft im Kriege. Stuttgart [usw.] 1927. — Aereboe, Friedrich. Der Einfluß des Krieges auf die landwirtschaftliche Produktion in Deutschland. Stuttgart [usw.] 1927. — Skalweit. August. Die deutsche Kriegsernährungswirtschaft. Stuttgart [usw.] 1927.
⟨Österr. u. ungar. Ser.⟩
Loewenfeld-Russ. Hans. Die Regelung der Volks-Ernährung im Kriege. Wien; New Haven 1926. — Die Regelung der Arbeitsverhältnisse im Kriege. Wien 1927.

Carnegie Institution of Washington.
Publications. No 262. P. 4. 330. Vol. 2. 337. 338. Vol. 2. 353. 363. 364. 371. Vol. 2. 374–76. Vol. 1. 377. 1926–27.
Yearbook. No 25. 1925–26.
Department of Meridian Astrometry. Dudley Observatory, Albany, N. Y.
Annual Report of the Director. 1925–26.
Mount Wilson Observatory.
Communications to the National Academy of Sciences. No 98–101. 1927. Sonderabdr.
Contributions. No 311–34. 1926–27. Sonderabdr.
Annual Report of the Director. 1925–26. Sonderabdr.

International Committee of Historical Sciences.
Bulletin. Vol. 1. P. 1. Nr 1. 1926.

American Council of Learned Societies.
Bulletin. Nr 6. 1927.

Smithsonian Institution.
Smithsonian Miscellaneous Collections. Vol. 73. Nr 4. Vol. 75. Nr 4. Vol. 78. Nr 3–8. Vol. 79. Vol. 80. Nr 1–3. 1926–27.
Annual Report of the Board of Regents. 1925.
Conference on the future of the Smithsonian Institution. February 11, 1927. 1927.
Bureau of American Ethnology.
Bulletin. No 82. 83. 1926–27.
United States National Museum.
Bulletin. No 100. Vol. 2. P. 5. Vol. 6. P. 2. 3. No 134–40. 1926–27.
Contributions from the United States National Herbarium. Vol. 22. P. 10. Vol. 23. P. 4. 5. Vol. 24. P. 8. Vol. 26. P. 1. 2. 1926–27.
Proceedings. Vol. 69. Art. 4–23. Vol. 70. Art. 1–23. Vol. 71. Art. 1–23. Vol. 72. Art. 1. 3. 4. 8–10. 13. 15–17. 21. 1926–27.
Report on the Progress and Condition. 1926.

Library of Congress.
A List of American doctoral dissertations 1925.

United States Department of Agriculture.
Agriculture Yearbook 1925.
Farmers' Bulletin. No 697 rev. 1369. rev. 1439. 1474. 1482. 1488. 1494. 1495. 1500.

Digitized by Google

1501. 1503. 1504. 1507–36. 1542. 1548. 1550. 1552. 1926–27.

Statistical Bulletin. No 13–20. 1926–27.

Technical Bulletin. No 2–4. 6–10. 13. 15. 17. 18. 21. 33. 35. 1927.

Circular. No 1. 3. 7. 11. 14–16. 1927.

Miscellaneous Circular. No 66. 73. 93. 100. 102–04. 106. 108. 1926–27.

Crops and Markets. Vol. 6. No 19–27. 1926. Monthly Suppl. Vol. 3. No 10–12. Vol. 4. No 1–6. 8–10. 1926–27.

Department Bulletin. No 1224. 1330. 1365. 1380. 1405. 1411. 1417. 1419. 1421–23. 1426–63. 1465–68. 1471. 1474–76. 1478–88. 1490. 1491. 1493. 1926–27.

Department Circular. 70. 261 rev. 361. 377. 387. 390. 391. 395. 396. 398–416. 418–25. 1919–27.

Cooperative Extension Work. 1925.

Journal of Agricultural Research. Vol. 33. No 4–12. Vol. 34. No 1. 3–12. Vol. 35. No 1–5. 1926–27.

Miscellaneous Publication. No 4–6. 1927.

Report of the Secretary of Agriculture. 1926.

Bureau of Animal Industry.
Leaflet. Nr 5. 1927.
Service and Regulatory Announcements. 231–35. 237–45. 1926–27.

Bureau of Chemistry.
Service and Regulatory Announcements. Suppl. 217–29. 1926–27.

Bureau of Dairy Industry.
Leaflet. Nr 7. 9. 1927.

Bureau of Agricultural Economics.
Service and Regulatory Announcements. Amendment No 6 to No 95. No 96 rev. [nebst] Suppl. 1. rev. No 101–06. No 107 [nebst] Memorandum. 1926–27.

Bureau of Plant Industry.
Inventory of Seeds and Plants imported. No 78. 1926.
Report of the Chief. 1926.
Service and Regulatory Announcement. 11. 1927.

Bureau of Soils.
Field Operations. Report. 11. 16. 17. 20 [nebst] Maps. 1909–18.

Bureau of Biological Survey.
North American Fauna. No 48–50. 1926–27.
Service and Regulatory Announcements. 66–68. 1927.

Federal Horticultural Board.
Service and Regulatory Announcements. No 87–89 [nebst] Suppl. No 91. 1926–27.

Food, Drug, and Insecticide Administration.
Notices of judgment under the food and drugs act. 15001–15050. 1927.
Service and Regulatory Announcements. Import milk. No 1. 1927.

Insecticide and Fungicide Board.
Service and Regulatory Announcements. No 56–58. 1926–27.

Office of Experiment Stations.
Experiment Station Record. Vol. 54. No 8. 9. Vol. 55. No 1–5. Index-No. Vol. 56. No 1–9. Vol. 57. No. 1–6. 1926–27.
Report of the Agricultural Experiment Stations. 1925.
Hawaii Agricultural Experiment Station. Bulletin. No 55. 1926.

Office of the Secretary.
Food Inspection Decision. 206–10. 1927.

United States Department of Commerce.
Simplified Practice Recommendation. No 4 rev. 12 rev. 16. 2. rev. 18 rev. 31. 2. rev. 43. 46. 48. 50. 52–59. 62. 1926–27.
Recommended Building Code Requirements for working stresses in building materials. 1926.
Priest, Ernest L. A Primer of simplified practice. 1926.
A Standard State Zoning Enabling Act. 1926.
A Zoning Primer. 1926.

United States Geological Survey.
Bulletin. No 782. 784. 785 C. D. 786 A. B. 787. 788 A–D. 789. 790 A. B. 791. 792 A–C. 795 A–C. 1926–27.
Professional Papers. No 137. 142 A–D. 147 A–C. 148 [nebst] Maps. 149. 1926–27.
Annual Report of the Director. 47. 1926.
Water-Supply Papers. No 530. 549–51. 553–55. 557. 559. 564–66. 568–70. 574. 575. 580 A. B. 583. 584. 592. 596 A–D. 1926–27.
Geologic Atlas of the United States. State of Oklahoma. 1926.

United States Naval Observatory.
The American Ephemeris and Nautical Almanac. 1929.
Astronomical Papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac. Vol. 9. P. 3. 1926.
Publications. Ser. 2. Vol. 9. P. 2. 1915.
Annual Report. 1926.

Woods Hole.

Marine Biological Laboratory.
Biological Bulletin. Vol. 50. No 2–6. Vol. 51. No 1–6. Vol. 52. No 1–6. Vol. 53. No 1–5. 1926–27.

Caffrey, D. J. and L. H. Worthley. How to fight the European corn borer. Washington 1926.

Fessenden, Reginald Aubrey. The deluged Civilization of the Caucasus Isthmus. Chapter 11. Boston, Mass. (1927).

Garner, James Wilford. Prize Law during the world war. New York 1927.

Digitized by Google

Kostevitch. M. The Washing-out Plant for amatol-filled shells. Fort Monroe 1926. Sonderabdr.

—. Burning out filled Projectiles. Fort Monroe 1926. Sonderabdr.

Meritt. Benjamin D. A Revision of J. G. I². 216. [Norwood, Mass.] 1927. Sonderabdr.

— and Allen B. West. A Revision of Athenian tribute lists. [Cambridge, Mass.] 1926. Sonderabdr.

Page, Calvin Samuel. The Atomic Science. Chicago [1927].

Vincent, George E. The Rockefeller Foundation. A review for 1926. New York 1927.

Manila.

Bureau of Science of the Government of the Philippine Islands.

The Philippine Journal of Science. Vol. 31. No 2. Vol. 33. No 4. 1926–27.

Mittel- und Süd-Amerika.

Habana, Cuba.

Museo »Sanchez Roig«.

[Publicacion. No 12.] Sanchez Roig, Mario. Contribucion a la paleontologia cubana »Los equinodermos fosiles de Cuba«. 1926.

Mexico.

Sociedad cientifica »Antonio Alzate«.

Memorias y revista. T. 45. No 7–12. T. 46. No 3–6. 1926.

Instituto geológico de México.

Anales. T. 2. No 4–10. 1926–27.

Boletin. No 43. 1924.

Museo Nacional de Arqueologia, Historia y Etnografia.

Anales. Ep. 4. T. 4. No 2. 1926.

Caso, Alfonso. El Teocalli de la guerra sagrada. 1927.

Secretaria de Agricultura y Fomento.

Catalogo alfabetico de nombres vulgares y cientificos de plantas que existen en Mexico. No 12. 15. o. J.

Secretaria de Educacion publica.

Publicaciones. T. 15. No 8. 1927.

El México antiguo. T. 2. No 10–12. 1926–27.

Revista mexicana de estudios historicos. T. 1. Enero. Febr. 1927.

Tacubaya.

Observatorio astronomico Nacional.

Anuario. 47. 1927.

Boletin. No 9. (1927.)

Buenos Aires.

Asociacion Argentina de Electro-Tecnicos.

Boletin. No extraord. A. Volta 1745–1827. (1927.)

Dirección general de Minas, Geologia e Hidrologia.

Publicación. No 23–33. 1926–27.

Sociedad Argentina de Ciencias naturales.

Physis. T. 7. No 27. T. 8. No 28–30. 1925–26.

Sociedad científica Argentina.

Anales. T. 69–97. T. 98. Entr. 1–4. T. 101. Entr. 4–6. T. 102. Entr. 1–6. 1910–26.

Jakob, Chr. y Clemente Onelli. Atlas del cerebro de los mamiferos de la Republica Argentina. 1913.

Vanossi, Reinaldo. Catalogo de las publicaciones periodicas existentes en la Biblioteca de la Sociedad cientifica Argentina. 1927.

Córdoba (República Argentina).

Academia Nacional de Ciencias.

Actas. T. 9. Entr. 3. 4. 1926.

Boletin. T. 29. Entr. 2. 3. 1926.

Miscelánea. No 15. 1926.

Anquin, N. de. Un aspecto de la neoescolastica nueva forma del realismo inmediato. 1926.

Observatorio Nacional Argentino.

Resultados. Vol. 28. 1926.

La Plata.

Ministerio de Obras publicas.

Boletin. Año 1. Vol. 1. No 1. 1927.

Museo de La Plata.

Anales. Ser. 2. T. 2. Entr. 2. 1927.

Revista. T. 30. Buenos Aires 1927.

Universidad Nacional.

Facultad de Ciencias fisicomatemáticas. Publicaciones. No 74–80. 1926–27.

Lima.

Revista de ciencias. Año 30. No 1–9. 1927.

Montevideo.

Jardin y Museo botánico.

Index seminum Horti Montevidensis. 7. 1926–27.

Rio de Janeiro.

Instituto Brasileiro de Sciencias.

Boletim. Anno 1. No 1–3. Anno 2. No 1–12. Anno 3. No 1. 1925–27.

Museu Nacional.

Archivos. Vol. 26. 27. 1926.

Boletim. Vol. 2. No 3–6. Vol. 3. No 1. 1926–27.

Digitized by Google

São Paulo.

Museu Paulista.

Archivos de botanica do Estado de S. Paulo. Vol. 1. Fasc. 4. 1927.

Observaçõoes geraes e contribuições ao estudo da flora e phytophysionomia do Brasil. 1. 1926.

Revista. T. 14. 15. 1926–27.

Ameghino, Florentino. Obras completas y correspondencia ceintifica. Vol. 5. La Plata 1916.

Herter, Guillermo. Estudios botánicos en la región Uruguaya. Montevideo 1927.

Hosseus, Carlos Curt. Apuntes sobre las cactáceas. Córdoba (Rep. Arg.) 1926. Sonderabdr.

Nery Vollu, Leopoldo. Considérations relatives à la physique terrestre. Notion élementaire sur la déviation des avions. Rio de Janeiro 1927.

China.

Charbin.

Manchuria Research Society.

Miscellaneous Papers. Ser. A. Fasc. 7–13. 1925–26.

Review. 1926, Oct.

Riasanovsky, V. A. The modern Civil Law of China. P. 1. Harbin 1927.

Japan.

Fukuoka.

Kyushu Imperial University.

Medical Faculty.

Fukuoka-Ikwadaigaku-Zasshi. Fukuoka Acta medica. Vol. 20. No 1 1927.

Kuraschiki.

Ōhara Institut für landwirtschaftliche Forschungen.

Berichte. Bd 3. H. 2. 3. 1926–27.

Kyoto.

Imperial University.

Acta Scholae medicinalis. Vol. 8. Fasc. 4. Vol. 9. Fasc. 1. 2. 1926.

Memoirs of the College of Science. Ser. A. Vol. 10. No 3–7. 1927. — Ser. B. Vol. 2. No 4. 5. Vol. 3. No 1–3. 1926–27.

Port Arthur.

Ryojun College of Engineering.

Memoirs. Vol. 1. No 1. 1927.

Sendai.

The General Department of Scientific Research Saito Ho-on Kai.

Monographs. Reprint Series. No 1. 2. 1926–27.

Annual Report of the Work. No 1. 1923–24.

Tôhoku Imperial University.

Arbeiten aus dem Anatomischen Institut. H. 12. 1926.

The Tôhoku Mathematical Journal. Vol. 27. No 3. 4. Vol. 28. No 1–4. 1926–27.

The Tôhoku Journal of Experimental Medicine. Vol. 8. No 1–6. Vol. 9. No. 1–4. 1926–27.

Mitteilungen über allgemeine Pathologie und pathologische Anatomie. Bd 3. H. 3. Bd 4. H. 1. 1927.

The Science Reports. Ser. 1. Vol. 15. No 4–6. Vol. 16. No 1–6. Ser. 2. Vol. 9. No 2. Vol. 10. No 3. Vol. 11. No 1. Ser. 4. Vol. 2. No 2–4. Vol. 3. No 1. 1926–27.

Tokyo.

Imperial Academy.

Proceedings. Vol. 2. No 8–10. Vol. 3. No 1–7. 1926–27.

Imperial Fisheries Institute.

Journal. Vol. 22. No 2–5. Vol. 23. No 1. 1926–27.

Japanische Gesellschaft für innere Medizin.

Verhandlungen. 23. Jahresversammlung 2–4. Apr. 1926.

Institute of Physical and Chemical Research.

Scientific Papers. Vol. 5. No 70–84. Vol. 6. No 85–91. 95–101. Vol. 7. No 102–04. 1926–27.

Iwata Institute of Plant Biochemistry.

Acta phytochimica. Vol. 2. No 4. Vol. 3. No 1. 2. 1926–27.

Astronomical Observatory.

Tokyo Astronomical Bulletin. No 1–4. 1927.

National Research Council of Japan.

Japanese Journal of Astronomy and Geophysics. Vol. 4. No 1–3. 1926–27.

Japanese Journal of Botany. Vol. 3. No 3. 1927.

Japanese Journal of Engineering. Abstracts. Vol. 5. 1925.

Japanese Journal of Geology and Geography. Vol. 4. No 1–4. Vol. 5. No 1. 2. 1925–27.

Japanese Journal of Mathematics. Vol. 3. No 1–4. Vol. 4. No 1. 2. 1926–27.

Japanese Journal of Physics. Vol. 4. No 2. 3. 1926–27.

Japanese Journal of Medical Sciences. Transactions VIII. Internal Medicine, Pediatry and Psychiatry. Vol. 1. No 1. 1927.

Digitized by Google

Chemical Society of Japan.
Bulletin. Vol. 1. No 11. 12. Vol. 2. No 1–10. 1926–27.

Physico-Mathematical Society of Japan.
Proceedings. Ser. 3. Vol. 9. No 1–8. 1927.

Imperial Geological Survey of Japan.
3 geologische Karten u. 2 Hefte Erläuterungen. 1924.
Report. 93. 94. 1925.
The Geology and Mineral Resources of the Japanese Empire. 1926.

The Toyo Bunko ⟨The Oriental Library⟩.
Memoirs of the Research Department. No 1. 1926.

Imperial University.
Journal of the College of Agriculture. Vol. 9. No 1–3. 1926–27.
Journal of the Faculty of Science. Sect. 1. Vol. 1. P. 6–9. Sect. 2. Vol. 1. P. 9. 10. Vol. 2. P. 2–5. Sect. 3. Vol. 1. P. 2. 3. Vol. 2. P. 1. 2. Sect. 4. Vol. 1. P. 2. 3. 1926–27.
Aeronautical Research Institute.
Report. Vol. 2. No 6–12. 1927.

Sano, Shizuwo. Scientific Papers. 1926.

Fuse, G. Vergleichend-anatomische Beobachtungen am Hirnstamme der Säugetiere. Sendai 1926. Sonderabdr.

Syrien.

Beirut.

Université Saint-Joseph.
Mélanges. T. 11. Fasc. 5–8. 1926.

Jerusalem.

Universitas atque Bibliotheca.
Kirjath Sepher. A quarterly bibliographical review. Year 2. Nr 1–4. Year 3. Nr 1–4. Year 4. Nr 1. 2. 1925–27.

Bentwich, Norman. Legislation of Palestine ⟨1923–24⟩. Le Caire 1925. Sonderabdr.
Government of Palestine. Proclamations, regulations, rules, orders and notices. 1925.
2 hebräische Schriften.

Tel-Aviv, Pal.

The Zionist Executive Agricultural Experiment Station and Colonisation Department.
Yedeoth. 1–4. 1926–27.

Institute of Agriculture and Natural History.
Bulletin. 3. 1924.

Schapira, Zekharia. Die Bibel als Ariadnefaden im Labyrinthe der Sprachen. Tel-Aviv 1927.

Durch Ankauf wurden erworben:

Berlin. Ministerium für Wissenschaft, Kunst und Volksbildung. Zentralblatt für die gesamte Unterrichts-Verwaltung in Preußen. Jg 68. H. 23. 24. Jg 69. H. 1–22. 1926–27.
———. Preußisches Staatsministerium. Handbuch über den Preußischen Staat. Jg 133. 1927.
———. Journal für die reine und angewandte Mathematik. Bd 156. H. 2–4. Bd 157. H. 2–4. Bd 158. H. 1. 2. 1926–27.
———. Minerva-Index. Geograph. Reg. zu Minerva. Jahrbuch der gelehrten Welt. Jg 28. Berlin u. Leipzig 1927.
———. Nomisma. Untersuchungen a. d. Geb. der antiken Münzkunde. Hrsg. von Hans v. Fritze und Hugo Gaebler (11. 12: von Hugo Gaebler). 1–12. 1907–23.
Göttingen. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingische gelehrte Anzeigen. Jg 188. Nr 11. 12. Jg 189. Nr 1–4. 7–10. Berlin 1926–27.
Leipzig. Börsenverein der Deutschen Buchhändler. Halbjahrsverzeichnis der im deutschen Buchhandel erschienenen Bücher, Zeitschriften und Landkarten. 1926, Halbj. 2. T. 1. 2. 1927, Halbj. 1. T. 1. 2.
———. Literarisches Zentralblatt für Deutschland. Jg 77. Nr 21–24. Jg 78. Nr 1–21. 1926–27. Die schöne Literatur. Jg 27. H. 12. Jg 28. H. 1–11. 1926–27. Jahresberichte des Literarischen Zentralblattes. Jg 3. 1926.
London. Britisch Association for the Advancement of Science. Report. 90–92. 1922–24.
New York. American Geographical Society. The Geographical Review. Index to Vol. 1–15. 1916–25. 1926.
Paris. Académie des Inscriptions et Belles-Lettres. Comptes rendus des séances. 1926. Juin–déc. 1927. Janv.–juin.
———. Académie des Sciences. Comptes rendus hebdomadaires des séances. T. 157. Tables. 1913. T. 158. Tables. 1914. T. 181. Tables. 1925. T. 182. Tables. 1926. T. 183. No 22–26. T. 184. No 1–26. T. 185. No 1–21. 1926–27.

Digitized by Google

Paris. Académie des Sciences morales et politiques. Séances et travaux. Compte rendu. 1925, Janv.-déc. 1926. Janv.-déc. 1927. Janv.-oct.

. Société mathématique de France. Bulletin. T. 54. Fasc. 3. 4. 1926.

. — —. Comptes rendus des séances. 1926.

. Annales de chimie. Sér. 10. T. 6. Nov.-déc. 1926. T. 7. Janv.-juin 1927. T.8. Juillet août 1927.

. Annales de physique. Sér. 10. T. 6. Nov. déc. 1926. T. 7. Janv.-juin 1927. T.8. Juillet-oct. 1927.

. Tables annuelles de constantes. Vol. 6. P. 1. 1927.

Rom. Archivio di storia della scienza. Vol. 1. 2. 1919-22.

Stuttgart. Literarischer Verein. Bibliothek. Publikation 269-270. Leipzig 1927.

Buchholtz, Paul. Die Preußische Oberrechnungskammer, ihre Einrichtung u. ihre Befugnisse. (Potsdam) 1927.

Buecheler, Franz. Kleine Schriften. Bd 2. Leipzig: Berlin 1927.

Corpus scriptorum ecclesiasticorum Latinorum. Vol. 58. 61. Vindobonae: Lipsiae 1923-26.

Dictionnaire des bureaux de poste publ. par le Bureau international de l'union postale universelle. 3. ed. Lausanne 1926.

Gesamtverzeichnis der ausländischen Zeitschriften (GAZ) 1914-1924. Hrsg. vom Auskunftsbüro der Deutschen Bibliotheken. Lfg 1-4 [nebst] Sonderlfg. Berlin 1927.

Grimm, Jacob, und Wilhelm Grimm. Deutsches Wörterbuch. Bd 10. Abt. 3. Lfg 4. Bd 15. Lfg 3. Bd 16. Lfg 4. Leipzig 1927.

Histoire littéraire de la France. T. 36. Fasc. 1. 2. Paris 1924-27.

Meyer. Lexikon. 7. Aufl. Bd 5. 6. Leipzig 1926-27.

Rerum Italicarum scriptores. Raccolta degli storici italiani dal cinquecento al millecinquecento ordinata da L. A. Muratori. Nuova ed. Fasc. 205-10. Bologna 1926.

Ausgegeben am 19. Januar 1928.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

I. Gesamtsitzung. 6. Januar.

Vorsitzender Sekretar: Hr. HEYMANN.

1. Hr. EINSTEIN sprach über Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz.

Am Beispiel des reinen Gravitationsfeldes wird gezeigt, daß aus nicht-linearen Feldgleichungen das mechanische Verhalten der Singularitäten erschlossen werden kann. Gemäß diesem Ergebnis eröffnet sich die Möglichkeit, auf der Basis von Feldgleichungen zu einer Theorie der Materie zu gelangen, die durch Diskontinuitäten im Raume charakterisiert ist.

2. Hr. VON WILAMOWITZ-MOELLENDORFF überreichte sein Werk »Die Heimkehr des Odysseus« (Berlin 1927).

3. Hr. FRANKE überreichte seinen Aufsatz »Die prähistorischen Funde in Nord-China und die älteste chinesische Geschichte« (Sonderabdr. Berlin 1926).

4. Das korrespondierende Mitglied Hr. FRIEDRICH TEUTSCH in Hermannstadt übersandte den IV. Band seines Werkes »Geschichte der Siebenbürger Sachsen« (Hermannstadt 1926) sowie seinen Aufsatz »Zur Geschichte der Kirchen- und Schulautonomie in Siebenbürgen« (Sonderabdr.).

5. Vorgelegt wurde der 5. Band der 1. Abteilung der »Geschichte des Fixsternhimmels« (Karlsruhe 1926) und die 5. Lieferung des I. Bandes des »Nomenclator animalium generum et subgenerum« (Berlin 1926).

6. Zu wissenschaftlichen Zwecken hat die Akademie durch ihre physikalisch-mathematische Klasse bewilligt

1500 ℛℳ dem Prof. Dr. KOPFF in Berlin-Dahlem für Arbeiten zur Erosopposition 1930/31,

200 ℛℳ dem Prof. Dr. O. SCHMIEDEKNECHT in Blankenburg i. Thür. zur Fortführung seiner »Opuscula Ichneumonologica«.

Die Preußische Regierung hat am 31. Dezember 1926 die Wahl des ordentlichen Professors an der Universität Berlin Hrn. Dr. RICHARD HESSE zum ordentlichen Mitglied der physikalisch-mathematischen Klasse bestätigt.

Digitized by Google

Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz.

Von A. Einstein und J. Grommer.

Einleitung.

Betrachtet man die Newtonsche Theorie der Gravitation als Feldtheorie, so kann man den Gesamtgehalt der Theorie in zwei logisch unabhängige Teile zerlegen: sie enthält nämlich erstens die (eventuell um ein Zeitglied erweiterte) Poissonsche Feldgleichung, zweitens das Bewegungsgesetz des materiellen Punktes. Poissons Gesetz liefert das Feld bei gegebener Bewegung der Materie. Newtons Bewegungsgleichung die Bewegung der Materie unter dem Einfluß eines gegebenen Feldes.

Auch die Maxwell-Lorentzsche Elektrodynamik ruht in analoger Weise auf zwei logisch voneinander unabhängigen Grundgesetzen, nämlich erstens auf den Maxwell-Lorentzschen Feldgleichungen, welche das Feld aus der Bewegung der elektrisch geladenen Materie bestimmen, zweitens auf dem Bewegungsgesetz für die Elektronen unter dem Einflusse der Lorentz-Kräfte des elektromagnetischen Feldes.

Daß beide Gesetze der Maxwell-Lorentzschen Theorie wirklich voneinander unabhängig sind, macht man sich leicht an dem Spezialfall zweier ruhender Elektronen klar. Das Feld mit dem elektrostatischen Potential

$$\phi = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2}$$

genügt den Feldgleichungen. Diese allein erlauben uns daher nicht den Schluß, daß beide Elektronen nicht in Ruhe verharren können (sondern unter dem Einfluß ihrer Wechselwirkung in Bewegung geraten müssen).

Daß die Maxwell-Lorentzschen Feldgleichungen des elektromagnetischen Feldes nichts über die Bewegung der Elektronen aussagt, folgt sehr einfach aus ihrer Linearität. Zu einem beliebig bewegten Elektron E_1 gehört nämlich ein von diesem erzeugtes, durch die Feldgleichungen bestimmtes Feld (f_1). Zu einem irgendwie anders bewegten, ebenfalls allein vorhandenen Elektron E_2 von beliebig gegebener Bewegung bestimmen die Gleichungen entsprechend das Feld (f_2). Sind beide von uns ins Auge gefaßte Elektronen gleichzeitig und in endlicher Entfernung voneinander vorhanden und vollführen sie die vorhin ins Auge gefaßten Bewegungen, so bestimmen sie das Feld (f_1+f_2), welches ebenfalls den Feldgleichungen genügt. Letzteres folgt eben aus der

Digitized by Google

Linearität der Feldgleichungen. Hieraus folgt aber, daß das Bewegungsgesetz logisch unabhängig ist von den Feldgleichungen.

Dieser Tatbestand der heterogenen Grundlage der Elektrodynamik ist darum besonders störend, weil die Bewegung der elektrischen Teilchen durch totale Differentialgleichungen, das Verhalten des Feldes aber durch partielle Differentialgleichungen bestimmt sind. MIE hat diesen Schönheitsfehler dadurch gut zu machen gesucht, daß er eine Kontinuumstheorie der elektrischen Teilchen aufzustellen versuchte. In dieser Theorie werden die Komponenten der Stromdichte als kontinuierliche Funktionen betrachtet, die ebenso zum »Felde« gehören wie die elektromagnetischen Feldkomponenten, und es sollte durch zusätzliche Feldgleichungen auch das Verhalten der Stromdichte vollkommen kausal gebunden werden. Dieser Versuch hat zwar bisher zu keinem Erfolge geführt, er ist aber über das rein elektrodynamische Gebiet hinaus als Programm herrschend geblieben (WEYL, EDDINGTON). Der zugrunde liegende Gedanke ist allgemein so zu fassen. Die ganze physikalische Realität wird durch ein singularitätsfreies Feld beschrieben, das nicht nur den »leeren Raum«, sondern auch die materiellen Teilchen beschreibt, und dessen Gesetzmäßigkeit durch partielle Differentialgleichungen vollständig beherrscht wird. In dieser Weise suchte MIE den oben dargestellten, jeden systematischen Geist störenden Dualismus zu überwinden.

Wie sieht die allgemeine Relativitätstheorie aus, wenn man sie von diesem Gesichtspunkt betrachtet? Ist auch hier der Dualismus Feldgesetz — Bewegungsgesetz vorhanden? Der Tatbestand ist hier nicht so einfach. Wir wollen verschiedene Betrachtungsarten unterscheiden.

Die erste Betrachtungsweise ist der NEWTONschen Lehre nachgebildet. Sie kennt in der Gravitationslehre ebenfalls

1. das Feldgesetz des leeren Raumes ($\mathfrak{R}_i^k = 0$),
2. das Bewegungsgesetz des materiellen Punktes (Gesetz der geodätischen Linie).

Die zweite Betrachtungsweise ergänzt das Feldgesetz durch Einführung des Energietensors $\mathfrak{T}_i^k$ der Materie (und des elektromagnetischen Feldes):

$$\left(\mathfrak{R}_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k \mathfrak{R}\right) + \mathfrak{T}_i^k = 0.$$

Nimmt man an, daß keine Singularitäten existieren sollen, so liegt in dieser Gleichung eine Theorie, welche der MIEschen analog ist. Die Theorie verlangt eine Ergänzung, welche durch das Relativitätsprinzip allein nicht gewonnen werden kann: die $\mathfrak{T}_i^k$ müssen durch irgendwelche (kontinuierliche) Feldgrößen ausgedrückt und die das Verhalten der letzteren bestimmenden Differentialgleichungen aufgestellt werden. Dann erst läge eine fertige Theorie vor.

Aber auch ohne jene Ergänzung ist $\mathfrak{T}_i^k$ nicht frei wählbar. Es kommt dies daher, daß die (kovariante) Divergenz von $\mathfrak{R}_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k \mathfrak{R}$ identisch verschwindet. ($\mathfrak{T}_i^k$) muß also die Bedingung erfüllen, daß die Divergenz dieses

Digitized by Google

Tensors verschwindet. Nimmt man an, daß die Materie längs enger »Weltröhren« angeordnet ist, so erhält man hieraus durch eine elementare Betrachtung den Satz, daß die Achsen jener »Weltröhren« geodätische Linien sind (bei Fehlen elektromagnetischer Felder). Das heißt: Das Bewegungsgesetz ergibt sich als Folge des Feldgesetzes.

Es sieht daher so aus, wie wenn die allgemeine Relativitätstheorie jenen ärgerlichen Dualismus bereits siegreich überwunden hätte. Dies wäre auch der Fall, wenn uns die Darstellung der Materie durch kontinuierliche Felder bereits gelungen wäre, oder wenn wir wenigstens überzeugt sein dürften, daß dies eines Tages gelingen werde. Davon aber kann gar keine Rede sein. Alle Versuche der letzten Jahre, die Elementarteilchen der Materie durch kontinuierliche Felder zu erklären, sind fehlgeschlagen. Der Verdacht, daß dies überhaupt nicht der richtige Weg zur Auffassung der materiellen Teilchen sei, ist sehr stark in uns geworden nach sehr vielen vergeblichen Versuchen, von denen wir hier nicht sprechen wollen.

Man wird so zu dem Wege gedrängt, die Elementarteilchen als singuläre Punkte bzw. singuläre Weltlinien aufzufassen. Dies wird auch dadurch nahegelegt, daß sowohl die Gleichungen des reinen Gravitationsfeldes als auch die durch das Maxwellsche elektromagnetische Feld ergänzten Gleichungen ($\mathfrak{T}_i^k$ = Maxwellscher Energietensor) einfache zentralsymmetrische Lösungen besitzen, welche eine Singularität aufweisen.

Wir werden so zu einer dritten Betrachtungsweise geführt, welche außer dem Gravitationsfelde und elektromagnetischen Felde keine weiteren Feldvariabeln zuläßt (abgesehen vielleicht vom »kosmologischen Gliede«), dafür aber singuläre Weltlinien annimmt. Würde man bei dieser Betrachtungsweise besondere, von den Feldgleichungen logisch unabhängige Bewegungsgleichungen für die Singularitäten aufstellen müssen — wie dies bei der Maxwell-Lorentzschen Theorie der Fall ist —, so würde dieser Weg wenig Reiz bieten.

Es hat sich aber als wahrscheinlich herausgestellt, daß das Bewegungsgesetz der Singularitäten durch die Feldgleichungen und den Charakter der Singularitäten völlig bestimmt ist, ohne daß zusätzliche Annahmen nötig wären. Dies zu zeigen, ist das Ziel der vorliegenden Untersuchung.

An die Möglichkeit dafür, daß das Bewegungsgesetz der Singularitäten in den Feldgleichungen der Gravitation enthalten sein könnte, hatten wir schon viel früher gedacht. Aber folgendes Argument schien dagegen zu sprechen und schreckte ab. Das Feldgesetz der Gravitation läßt sich für die in der Wirklichkeit vorkommenden Fälle mit sehr großer Näherung durch ein lineares Gesetz approximieren. Das lineare Feldgesetz läßt aber, ähnlich wie das elektrodynamische, beliebig bewegte Singularitäten zu. Es scheint nun selbstverständlich, daß man von einer solchen Näherungslösung durch sukzessive Approximation zu einer von ihr sehr wenig verschiedenen strengen Lösung vorschreiten könne. Wäre dies der Fall, so wäre ein den strengen Gleichungen entsprechendes Feld bei beliebig gegebener Bewegung der Singularitäten möglich, das Bewegungsgesetz der Singularitäten in den Feldgleichungen also nicht enthalten. Daß dem aber nicht so sein könne, folgt aus Untersuchungen über

Digitized by Google

axialsymmetrische statische Gravitationsfelder, welche wir WEYL, LEVI-CIVITA und BACH verdanken[1]. Dies soll zunächst gezeigt werden; erst nachher soll das Problem allgemeiner behandelt werden. In dieser Arbeit wollen wir uns auf die Betrachtung des reinen Gravitationsfeldes beschränken, trotzdem das Hinzutreten elektromagnetischer Felder keine besonderen Schwierigkeiten bietet.

§1. Singularität in einem Felde (axialsymmetrischer statischer Fall).

Nach WEYL und LEVI-CIVITA läßt sich im axialsymmetrischen statischen Falle durch Einführung der »kanonischen Zylinderkoordinaten« ds^2 in die Form bringen

$$ds^2 = f^2 dt^2 - d\sigma^2 \quad f^2 d\sigma^2 = r^2 d\vartheta^2 + e^{2\gamma}(dr^2 + dz^2), \tag{1}$$

wobei f und γ nur von r und z abhängen, ebenso die Größe ψ, welche mit f durch die Gleichung

$$f = e^{\psi} \tag{2}$$

zusammenhängt. ψ genügt der (POISSONschen) Potentialgleichung für Zylinderkoordinaten

$$\Delta\psi = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(r\psi_z)}{\partial z} + \frac{\partial(r\psi_r)}{\partial r}\right) = 0, \tag{3}$$

wobei die Indizes Ableitungen nach z bzw. r bedeuten. Ist ψ bekannt, so bestimmt sich daraus γ durch die Gleichung

$$d\gamma = 2r\psi_z\psi_r dz + r(\psi_r^2 - \psi_z^2)dr, \tag{4}$$

wobei $d\gamma$ wegen (3) stets ein vollständiges Differenzial ist.

Damit das Feld in einem Punkte außerhalb der z-Achse regulär sei, genügt die Regularität von ψ. Damit das metrische Feld auch in der z-Achse regulär sei, muß in der z-Achse außerdem $\gamma = 0$ sein; denn wenn dies nicht der Fall wäre, dann wäre das Verhältnis des maßstäblichen Umfanges zum maßstäblichen Durchmesser eines den Punkt der z-Achse umgebenden, zur z-Achse senkrechten, unendlich kleinen Kreises von π verschieden, was eine Singularität der Metrik bedeuten würde. Dies ist leicht aus (1) zu schließen.

Wir betrachten nun zunächst die Lösung

$$\psi = -\frac{m}{\sqrt{r^2 + z^2}}, \tag{5}$$

welche (3) befriedigt. Diese Lösung ist zwar nicht streng zentralsymmetrisch, wie WEYL gezeigt hat; aber sie kommt der zentralsymmetrischen um so näher, je kleiner m ist. Die Anwendung von (4) liefert

$$\gamma = -\frac{m^2}{2}\frac{r^2}{(r^2 + z^2)^2}. \tag{6}$$

[1] H. WEYL. Ann. d. Physik 54 (1918), S. 117—145; Ann. d. Physik 59 (1919), S. 185—188. LEVI-CIVITA, ds^2 einsteiniani in campi newtoniani VIII. Note, Red. Acc. dei Lincei, 1919. R. BACH. Math. Zeitschr. Band 13, Heft 1—2, 1922.

Digitized by Google

γ verschwindet also auf der positiven wie auf der negativen z-Achse, wie es sein muß. Im Unendlichen ist die Metrik euklidisch.

Wir betrachten nun den Fall, daß außer dem Felde, welches von der eben betrachteten Singularität herrührt, noch ein »äußeres« Feld vorhanden sei. Wir drücken dies aus, indem wir setzen

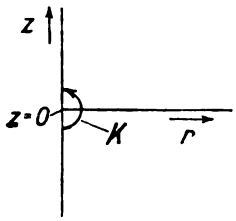
$$\Psi = -\frac{m}{\sqrt{r^2+z^2}} + \bar{\Psi}. \tag{5a}$$

$\bar{\Psi}$ sei ebenfalls Funktion von r und z allein, genüge der Gleichung (3) und sei in der Umgebung von $r = z = 0$ regulär. Dann können wir wegen der Axialsymmetrie setzen

$$\bar{\Psi} = \alpha_0 + \alpha_1 z + G, \tag{7}$$

wobei G die Glieder vom zweiten und höheren Graden in r und z formal vereinigt. Gleichung (4) bestimmt γ.

Aus (4) ergibt sich, daß γ in der z-Achse längs dieser konstant ist, solange man sich auf einer Seite der bei $z = 0$ befindlichen Singularität befindet. Wir können daher auf der negativen z-Achse $\gamma = 0$ setzen, wie es nach dem Obigen erforderlich ist. Damit die Lösung außer im Punkte $r = z = 0$ regulär sei, muß aber γ auch längs der positiven z-Achse verschwinden. Dies wird dann und nur dann der Fall sein, wenn das Integral $\int d\gamma$ erstreckt über den in nebenstehender Skizze angedeuteten unendlich kleinen Halbkreis K ($r^2 + z^2 =$ konst) verschwindet. Die Ausrechnung liefert die Bedingung[1]:



$$\alpha_1 = 0, \tag{8}$$

während sich für G keine Einschränkung ergibt.

Damit bei Anwesenheit eines äußeren Feldes die Metrik in der Umgebung eines singulären Punktes regulär bleibe, muß also im singulären Punkte selbst die Feldstärke des äußeren Feldes verschwinden. In diesem Sinne ist die Gleichgewichtsbedingung in den Feldgleichungen enthalten. Man wird schon auf Grund dieses Ergebnisses zu der Überzeugung kommen, daß ganz allgemein das Bewegungsgesetz der Singularitäten in den Feldgleichungen enthalten sei. Dies wird im folgenden allgemeiner gezeigt werden.

§ 2. Ein den Feldgleichungen äquivalenter Oberflächensatz.

Der allgemeine Gedanke, welcher den folgenden Überlegungen und Rechnungen zugrunde liegt, ist folgender. Es ist wohlbekannt, daß den Gravitationsgleichungen lineare Differentialgleichungen entsprechen, deren Lösungen von den Lösungen der strengen Gleichungen in den tatsächlich in Betracht kommenden Fällen nur sehr wenig verschieden sind. Andererseits haben wir

[1] Der Wert von γ auf der Oberseite ergibt sich $4\alpha_1 m$. In allen Fällen sind m und α_1 sehr klein gegen 1. Nennt man sie Größen erster »Ordnung«, so ist die Größe, welche die im allgemeinen Falle auftretende Verletzung der Regularität der Metrik durch eine Größe von der zweiten Ordnung bestimmt.

Digitized by Google

aber gesehen, daß nicht allen Lösungen der approximativen Gleichungen strenge Lösungen entsprechen. Nach den approximativen Gleichungen gibt es zum Beispiel eine Lösung, welche einem ruhenden Massenpunkte in einem homogenen Gravitationsfelde entspricht; nach den strengen Gleichungen gibt es eine solche strenge Lösung nicht, wie wir gesehen haben — wenigstens wenn wir die Singularitätsfreiheit des metrischen Feldes außerhalb des Massenpunktes fordern. Wir müssen deshalb nach zusätzlichen Bedingungen suchen, welchen Lösungen der approximativen Gleichungen entsprechen müssen, damit sie Annäherungen von strengen Lösungen seien. Diese aus den strengen Feldgleichungen zu folgernden Bedingungen müssen sich auf das Feld in der unmittelbaren Umgebung einer singulären Weltlinie beziehen. Hierfür bedürfen wir eines Oberflächensatzes, wie er ähnlich schon von HILBERT und KLEIN aufgestellt wurde.

Wir gehen aus von der HAMILTONschen Funktion

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{g}^{\mu\nu}\left(-\frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha}}{\partial x_\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\beta}\Gamma^{\beta}_{\nu\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta}\right) = \mathfrak{g}^{\mu\nu}R_{\mu\nu} \qquad (9)$$

und leiten aus ihr die Feldgleichungen ab, indem wir nach den $\mathfrak{g}^{\mu\nu}$ und $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ unabhängig variieren. Die Feldgleichungen lauten dann

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mathfrak{g}^{\mu\nu}} = 0, \qquad (10)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}} - \frac{\partial}{\partial x_\tau}\left(\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\tau}}\right) = 0, \qquad (11)$$

wobei $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\tau}$ die Ableitung $\frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}}{\partial x_\tau}$ bedeutet. Multipliziert man (10) mit $\delta\mathfrak{g}^{\mu\nu}$, (11) mit $\delta\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$, so erhält man nach einfacher Umformung die Gleichung

$$\delta\mathfrak{H} - \frac{\partial}{\partial x_\tau}\left(\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\tau}}\delta\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\right) = 0. \qquad (12)$$

Diese Gleichung gilt für eine beliebige Variation der $\mathfrak{g}^{\mu\nu}$ und $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$, also auch für eine solche, wie sie durch bloße infinitesimale Transformation des Koordinatensystems erhalten werden kann (Transformationsvariation). Für eine solche verschwindet $\delta\mathfrak{H}$, weil $\frac{\mathfrak{H}}{\sqrt{-g}}$ eine Invariante ist, und weil nach den Feldgleichungen $\mathfrak{H}$ überall verschwindet. Ferner ist zu setzen

$$\delta\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = -\Gamma^{\alpha}_{\sigma\nu}\xi^{\sigma}_{,\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\sigma}\xi^{\sigma}_{,\nu} + \Gamma^{\sigma}_{\mu\nu}\xi^{\alpha}_{,\sigma} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\sigma}\xi^{\sigma} - \xi^{\alpha}_{,\mu\nu}, \qquad (13)$$

wobei ξ^{σ} ein infinitesimaler Vektor (mit den Ableitungen $\xi^{\sigma}_{,\alpha}$ usw.) ist. Nach (9) hat man

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\tau}} = -\mathfrak{g}^{\mu\nu}\delta^{\tau}_{\alpha} + \frac{1}{2}(\mathfrak{g}^{\mu\tau}\delta^{\nu}_{\alpha} + \mathfrak{g}^{\nu\tau}\delta^{\mu}_{\alpha}). \qquad (14)$$

Digitized by Google

Mit Rücksicht auf (13) und (14) erhält man aus (12) die Gleichung

$$0 = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\begin{bmatrix}(\mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^\alpha_{\mu\nu,\tau} - \mathfrak{g}^{\mu\alpha}\Gamma^\nu_{\mu\nu,\tau})\,\xi^\tau \\ -\mathfrak{g}^{\mu\nu}(-\Gamma^\alpha_{\tau\nu}\xi^\tau_{,\mu} - \Gamma^\alpha_{\mu\tau}\xi^\tau_{,\nu} + \Gamma^\tau_{\mu\nu}\xi^\alpha_{,\tau} - \xi^\alpha_{,\mu\nu}) \\ +\mathfrak{g}^{\mu\alpha}(-\Gamma^\tau_{\tau\nu}\xi^\nu_{,\mu} - \Gamma^\nu_{\mu\tau}\xi^\tau_{,\nu} + \Gamma^\tau_{\mu\nu}\xi^\nu_{,\tau} - \xi^\nu_{,\mu\nu})\end{bmatrix}. \qquad (15)$$

Diese Gleichung, welche mit den Feldgleichungen äquivalent ist und die Basis unserer folgenden Überlegungen bildet, wollen wir noch etwas umformen aus einem Grunde, der erst später ersichtlich wird. Der von dem ersten der drei Glieder der Klammer in (15) herrührende Teil wird zuerst durch Herausziehen der Differentiation nach x_τ so umgeformt, daß $\Gamma^\alpha_{\mu\nu,\alpha}$ und $\Gamma^\nu_{\mu\nu,\alpha}$ auftreten. Hierauf werden diese Ableitungen der Γ mittels der nach (9) und (10) gültigen Beziehung $\mathfrak{H} = 0$ durch die Größen Γ selbst ausgedrückt. Der erste der drei Teile von (15) geht dann nach einfachere Umformung über in

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\begin{bmatrix}\xi^\tau\{(-\Gamma^\alpha_{\mu\nu}\mathfrak{g}^{\mu\nu}_{,\tau} + \Gamma^\nu_{\mu\nu}\mathfrak{g}^{\mu\alpha}_{,\tau}) - \delta^\alpha_\tau(\mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^\varrho_{\mu\sigma}\Gamma^\sigma_{\nu\varrho} - \mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^\varrho_{\mu\nu}\Gamma^\tau_{\varrho\tau})\} \\ +\xi^\alpha_{,\tau}(\mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^\tau_{\mu\nu} - \mathfrak{g}^{\mu\tau}\Gamma^\nu_{\mu\nu}) - \xi^\tau_{,\tau}(\mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^\alpha_{\mu\nu} - \mathfrak{g}^{\mu\alpha}\Gamma^\nu_{\mu\nu})\end{bmatrix}. \qquad (16)$$

Der Grund für diese Umformung wird erst später deutlich werden.

Wir fassen unser Ergebnis in folgender Form zusammen

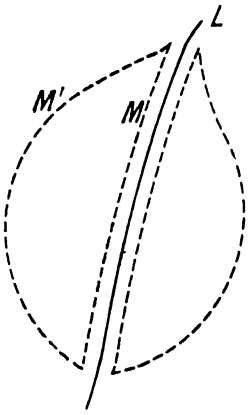
$$\frac{\partial \mathfrak{A}^\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \qquad (15a)$$

$$\mathfrak{A}^\alpha = t^\alpha_\tau \xi^\tau + \mathfrak{B}^\alpha, \qquad (15b)$$

wobei $$t^\alpha_\tau = (-\Gamma^\alpha_{\mu\nu}\mathfrak{g}^{\mu\nu}_{,\tau} + \Gamma^\nu_{\mu\nu}\mathfrak{g}^{\mu\alpha}_{,\tau}) - \delta^\alpha_\tau(\mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^\varrho_{\mu\sigma}\Gamma^\sigma_{\nu\varrho} - \mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^\varrho_{\mu\nu}\Gamma^\tau_{\varrho\tau}) \qquad (15c)$$

und $\mathfrak{B}^\alpha$ eine aus (15) und (16) folgende lineare, homogene Funktion der ersten und zweiten Ableitungen der ξ^α nach den Koordinaten ist. (t^α_τ) ist als »Energie-Pseudotensor« des Gravitationsfeldes bekannt; der Energiesatz des Gravitationsfeldes ergibt sich aus (15a), wenn man die ξ^α konstant setzt.

Die Integration von (15a) über ein singularitätsfreies Gebiet liefert einen Oberflächensatz. Das Oberflächenintegral von $\mathfrak{A}^\alpha$ über eine derartige (dreidimensionale) Hyperfläche verschwindet stets, wie auch der Hilfsvektor (ξ^α) gewählt werden mag (abgesehen von den aus der Ableitung ersichtlichen Stetigkeitsbedingungen). Man kann also bewirken, daß $\mathfrak{A}^\alpha$ nur auf einem frei wählbaren Teil der Oberfläche von 0 verschieden ist; hierauf beruht in erster Linie die Bedeutung des Satzes für die Erforschung des Feldes in unmittelbarer Nähe einer singulären Linie.



Es sei nämlich L eine singuläre Linie. Diese denken wir eine endliche Strecke weit durch einen unendlich engen »Mantel« M und durch einen endlich weiten Mantel M' eingehüllt, welche derart an den Enden miteinander verbunden sind, daß sie zusammen die Umhüllung eines zweifach zusammenhängenden Raumes bilden, über den wir (15a) integrieren. Die ξ^τ wählen wir so, daß sie nebst ihren

Digitized by Google

Ableitungen an der Oberfläche überall verschwinden außer in einem sehr kleinen Abstande von L. Dann verschwindet das über M' erstreckte Integral von $\mathfrak{A}^\sigma$, abgesehen von den Beiträgen, die die an M heranreichenden Enden liefern. Für jede solche Wahl der ξ^τ ergibt sich so eine Aussage über das L unmittelbar umgebende Feld, d. h. eine Aussage über die Bewegung des materiellen Punktes.

§ 3. Folgerungen aus dem Integralsatz.

Die einfachste Folgerung, welche wir aus (15a) ziehen können, betrifft das Gleichgewicht des singulären Punktes in einem stationären Gravitationsfelde. Wir wählen zunächst dessen singuläre Linie als x_4-Achse, den ξ-Vektor derart, daß dessen erste und zweite Ableitung an dem inneren Mantel verschwinden. Dann läßt es sich leicht so einrichten, daß die Integration über die Endstücke des äußeren Mantels verschwindet, indem beide Enden den entgegengesetzt gleichen Betrag liefern. Das Integral über den inneren Mantel verschwindet für sich allein und damit das Integral über einen raumartigen Querschnitt $x_4 = \text{konst}$. Nennen wir t_τ^σ die geschweifte Klammer in (16), so verschwindet also das dreidimensionale Integral

$$\int (t_\tau^1\, ds^{23} + t_\tau^2\, ds^{31} + t_\tau^3\, ds^{12}) \tag{17}$$

für jedes σ, erstreckt über einen Querschnitt des Mantels M. Es ist dies dieselbe Gleichgewichtsbedingung, welche man auch erhielte, indem man den singulären Punkt durch ein Gebiet von kontinuierlichem Materie-Energiefluß ersetzte, wie man in der allgemeinen Relativitätstheorie die Untersuchung bisher anstellte. Die gewohnte Bedingung für das Gleichgewicht eines materiellen Punktes in einem Gravitationsfelde bleibt also erhalten, wenn man den materiellen Punkt durch eine Singularität ersetzt. Durch Hinzufügen der elektromagnetischen Glieder könnte leicht gezeigt werden, daß dies auch noch gilt für einen Massenpunkt, der eine elektrische Ladung besitzt und sich unter der Wirkung eines Gravitationsfeldes und eines elektromagnetischen Feldes befindet. Man hat dann in (17) zu den t_τ^σ nur die Komponenten des elektromagnetischen Energietensors hinzuzunehmen.

Um die Kraftwirkung auf den singulären Punkt durch Masse und äußere Feldstärke ausgedrückt zu erhalten, müssen wir eine Überlegung anstellen, welche für das ganze Problem von Bedeutung ist. Strenge Lösungen der Gravitationsgleichungen lassen sich nur ganz wenige mit unseren heutigen Hilfsmitteln erreichen, leicht dagegen Lösungen für die erste Approximation, da die zugehörigen Differentialgleichungen linear sind. Diese Approximation ist dadurch charakterisiert, daß man setzt

$$g_{\mu\nu} = -\overset{\circ}{\delta}_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}, \tag{18}$$

wobei die $\gamma_{\mu\nu}$ klein sind gegen 1 und die Quadrate und Produkte der γ (und ihrer Ableitungen) vernachlässigt werden; die $\gamma_{\mu\nu}$ nennen wir kleine Größen von der ersten Ordnung. Wir haben nun gesehen, daß bei weitem nicht

Digitized by Google

allen Lösungen jener linearen Differentialgleichungen strenge Lösungen entsprechen. Beispielsweise existiert eine Lösung der linearen Gleichungen, welche einer ruhenden punktförmigen Singularität in einem homogenen Gravitationsfelde entspricht, während es eine strenge Lösung dieses Charakters nicht gibt, weil die soeben aus den strengen Gleichungen abgeleiteten Gleichgewichtsbedingungen in diesem Falle verletzt sind. Bei dieser Sachlage erhebt sich die Frage: welchen zusätzlichen Bedingungen muß eine approximative Lösung genügen, damit ihr eine strenge Lösung entspricht?

Jedenfalls muß an eine solche Bedingung die Anforderung gestellt werden, daß in sie die zweite und höhere Approximationen für die Größen $\gamma_{\mu\nu}$ nicht oder doch nicht von gleicher Ordnung eingehen wie die erste Approximation der $\gamma_{\mu\nu}$. Hierin liegt der Grund, warum die Umformung (16) ausgeführt wurde bzw. ausgeführt werden mußte, um zu einer brauchbaren Gleichgewichtsbedingung zu gelangen. Es sind nämlich sowohl die $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ als auch die $\mathfrak{g}^{\sigma\tau}$ klein von der ersten Ordnung, also die t^{τ}_{σ} klein von der zweiten Ordnung. Denkt man sich zu den $g_{\mu\nu}$ Glieder zweiter Ordnung zugefügt, so würde dies die t^{τ}_{σ} um Glieder dritter Ordnung modifizieren, welche wir vernachlässigen dürfen. Trotzdem sich (15)—(16) auf Größen zweiter Ordnung bezieht, ist es daher im Spezialfalle des Gleichgewichtes gestattet, die Größen zweiter Ordnung in den $g_{\mu\nu}$ zu vernachlässigen. Dann können wir für die $\gamma_{\mu\nu}$ in (18) Lösungen der linearen Approximationsgleichungen der Feldgleichungen (10) einsetzen. Im Bereiche dieser Approximation ist es erlaubt, das Feld $(\gamma_{\mu\nu})$ der Umgebung einer Singularität aus einem »inneren« Teil $\overline{\gamma_{\mu\nu}}$ und einem »äußeren« Teil $\overline{\overline{\gamma_{\mu\nu}}}$ additiv zusammenzusetzen. $\overline{\overline{\gamma_{\mu\nu}}}$ ist im singulären Punkte regulär. Für $\overline{\gamma_{\mu\nu}}$ läßt sich die statische Lösung einsetzen, welche wir in der Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\gamma_{11}} = \overline{\gamma_{22}} = \overline{\gamma_{33}} = -\overline{\gamma_{44}} = -\frac{2m}{r}\left(= -\frac{2m}{\sqrt{x_1^2+x_2^2+x_3^2}}\right) \\ \overline{\gamma_{\sigma\tau}} = 0 \quad (\text{für } \sigma \neq \tau) \end{aligned}\right\}. \tag{19}$$

Bei der Berechnung von (17) hat man ferner zu beachten, daß nur die Produkte von Größen des inneren Feldes mit Größen des äußeren Feldes zum Resultat beitragen können. Die auf das innere Feld allein bezüglichen Glieder zweiten Grades müssen sich nämlich aus Symmetriegründen wegheben; die auf das äußere Feld allein bezüglichen Glieder liefern keinen Beitrag zum Integral wegen Kleinheit der Integrationsfläche.

Da wir nun schon quasi-euklidische Koordinaten gewählt haben, ist es zweckmäßig, als Integrationsfläche eine Kugel (r = konst) zu wählen, so daß (17) die Form

$$\int\left(t^1_\sigma\frac{x_1}{r}+t^2_\sigma\frac{x_2}{r}+t^3_\sigma\frac{x_3}{r}\right)dS \tag{17a}$$

annimmt. Die Rechnung ergibt $-8\pi m\frac{\partial\overline{\overline{\gamma_{44}}}}{\partial x_\sigma}$. Es ergibt sich also als Gleichgewichtsbedingung des singulären Punktes

$$\frac{\partial\overline{\overline{\gamma_{44}}}}{\partial x_\sigma} = 0. \tag{20}$$

Digitized by Google

Es läßt sich leicht zeigen, daß die Gleichung der geodätischen Linie in dem Falle des Gleichgewichtes im stationären Felde bei der von uns betrachteten Approximation dieselbe Bedingung liefert.

Wir gehen nun zu dem Falle über, daß der singuläre Punkt sich in einem nicht stationären Felde befindet. Auch hier gilt die Gleichung (15a) sowie der zugehörige Integralsatz. Wir transformieren den singulären Punkt auf Ruhe, so daß die x_4-Achse wieder die Singularität im Vierdimensionalen ist. Wir wählen ferner die ξ^α so, daß sie nur längs eines Stückes des Mantels M von Null verschieden sind, auf M' aber überall verschwinden. Ferner seien die ξ^α in der Umgebung der x_4-Achse stetig.

Da die ξ^α an den zeitlichen Integrationsgrenzen verschwinden müssen, können wir sie nicht mehr konstant wählen. $\mathfrak{V}^\alpha$ in (15b) verschwindet also nicht. Hieraus ergibt sich eine eigentümliche Schwierigkeit. Während nämlich auf die t_σ^τ die zweite Approximation in den $g_{\mu\nu}$ — wie wir gesehen haben — nicht von Einfluß ist, wenn man sich für die t_σ^τ auf die Glieder zweiter Ordnung beschränkt, ist dies bei den $\mathfrak{V}^\alpha$ nicht der Fall. Um beispielsweise das Glied $g^{\mu\nu}\Gamma^\alpha_{\tau\nu}\xi^\tau_{,\mu}$ in Größen zweiter Ordnung genau zu erhalten, müßte — weil $g^{\mu\nu}$ einen Bestandteil nullter Ordnung ($\delta_{\mu\tau}$) enthält — $\Gamma^\alpha_{\tau\nu}$ in Gliedern zweiter Ordnung genau bekannt sein, also die $g_{\mu\nu}$ selbst in Gliedern zweiter Ordnung genau. Man könnte sich also nicht mit Lösungen der linearen Approximations-Feldgleichungen begnügen.

Diese Schwierigkeit scheint sich jedoch auf folgende Weise lösen zu lassen. Man setze

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} + \overline{\gamma}_{\mu\nu} + \varepsilon_{\mu\nu}. \qquad (18a)$$

Dabei soll $\overline{\gamma}_{\mu\nu}$ wieder durch (19) gegeben sein, $\overline{\overline{\gamma}}_{\mu\nu}$ sich auf das äußere Feld beziehen und in der Umgebung der Singularität stetig sein. $\varepsilon_{\mu\nu}$ sei eine Größe zweiter Ordnung, welche der »Masse« m und dem äußeren Felde proportional sei. Es scheint nun, daß man mit einem solchen Ansatz den Gravitationsgleichungen bei Vernachlässigung von Gliedern, die m^2 proportional sind und bei Vernachlässigung von quadratischen Gliedern der äußeren Feldstärke ($\overline{\overline{\gamma}}_{\mu\nu}$) in zweiter Näherung gerecht werden kann, wobei die Abhängigkeit des $\varepsilon_{\mu\nu}$ von r nicht vom Charakter r^{-1} (wie dies bei $\overline{\gamma}_{\mu\nu}$ der Fall ist), sondern vom Charakter r^0 ist. Hieraus folgt dann, daß das Glied zweiter Ordnung $\varepsilon_{\mu\nu}$ keinen Einfluß hat auf das über den unendlich engen Mantel M erstreckte Integral von $\mathfrak{V}^\alpha$.

Weiter ist dann leicht zu beweisen, daß das über M erstreckte Integral von $\mathfrak{V}^\alpha$ bei passender Koordinatenwahl verschwindet. Letztere kann nämlich offenbar so getroffen werden, daß die $\overline{\overline{\gamma}}_{\mu\nu}$ in der singulären Linie (x_4-Achse) verschwinden (x_1, x_2, x_3-Achsen senkrecht auf singulärer Linie und Koordinateneinheit gleich Maßeinheit auf allen vier Achsen). Es sei ferner angenommen, daß gerade für ein solches (unverzerrtes) Koordinatensystem die Singularität zentralsymmetrisch sei, d. h. daß das Feld $\bar{\gamma}$ aus (19) zu berechnen sei. Dies ist eigentlich keine der Sache nach nötige Hypothese. Aber wir vereinfachen so sehr die Rechnung, und die Hypothese bestätigt sich dadurch, daß sie zum Verschwinden des über M erstreckten Integrals von $\mathfrak{V}^\alpha$ bei jeder Wahl der ξ^α führt.

Digitized by Google

Der Gang der Rechnung soll an dem ersten Gliede von $\mathfrak{B}^\alpha$

$$\mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^\alpha_{\tau\nu}\xi^\tau_{,\mu}$$

gezeigt werden. Die $g_{\mu\nu}$ und $\mathfrak{g}^{\mu\nu}$ verhalten sich in der Umgebung der Singularität, abgesehen von endlich bleibenden Gliedern, wie r^{-1}, die Γ wie r^{-1}. Nur die r^{-2} proportionalen Teile von Γ können zu unserem Integral etwas beitragen. Da ferner die mit m^2 proportionalen sowie die in den $\bar{\bar{\gamma}}$ quadratischen Glieder uns nicht interessieren, kann das obige Glied von $\mathfrak{B}^\alpha$ ersetzt werden durch

$$\bar{\bar{\mathfrak{g}}}^{\mu\nu}\bar{\bar{g}}^{\alpha\varepsilon}\left[\begin{matrix}\tau\nu\\ \beta\end{matrix}\right]\xi^\tau_{,\mu}.$$

Es sind dabei nur diejenigen Glieder beibehalten, welche zum Integral über eine unendlich kleine Kugel etwas Endliches beitragen können.

Wegen obiger Koordinatenwahl hat man dies durch

$$\left[\begin{matrix}\tau\mu\\ \alpha\end{matrix}\right]\xi^\tau_{,\mu}$$

zu ersetzen oder ausführlicher durch

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{\gamma}_{\tau\alpha}}{\partial x_\mu}+\frac{\partial\bar{\gamma}_{\mu\alpha}}{\partial x_\tau}-\frac{\partial\bar{\gamma}_{\tau\mu}}{\partial x_\alpha}\right)\xi^\tau_{,\mu}.$$

Dies ist mit $\frac{x_\alpha}{r}$ zu multiplizieren und über die Kugelfläche zu integrieren. Das erste Glied liefert hierbei etwas Endliches nur für $\alpha=\tau$, $\mu=\alpha$; das zweite für $\mu=\alpha$, $\tau=\alpha$; das dritte für $\tau=\mu$. Das Ergebnis dieser Integration ist

$$\frac{8\pi m}{3}\xi^\alpha_{,\alpha}-4\pi m(\xi^\alpha_{,\alpha}-\xi^4_{,4}),$$

wobei über α von 1 bis 3 zu summieren ist.

Führt man diese Rechnung für alle Glieder von $\mathfrak{B}^\alpha$ durch, so ergibt sich

$$\int\mathfrak{B}^\alpha\frac{x_\alpha}{r}dS=16\pi m\xi^4_{,4}.$$

Integriert man diesen Ausdruck noch über x_4 zwischen zwei Grenzen, an denen ξ^α verschwindet, so verschwindet das Integral völlig[1]. Das Integral über den inneren Mantel M reduziert sich daher wie im Falle des stationären Feldes auf das Integral über $t^\alpha_\tau\xi^\tau$. Hieraus schließt man genau wie oben, daß die Bewegung des singulären Punktes durch die mit Bezug auf das »äußere« Feld der $\bar{\bar{\gamma}}_{\mu\nu}$ bestimmte geodätische Linie charakterisiert ist.

[1] Zur Rechnung ist nur noch zu bemerken, daß das letzte Glied von Zeile 2 und Zeile 3 der Klammer von (15) deshalb verschwindet, weil diese zum Integranden überhaupt keinen Beitrag vom Charakter r^{-2} liefern.

Digitized by Google

Zusammenfassung.

Faßt man im Gravitationsfelde die Massen als Singularitäten auf, so ist das Bewegungsgesetz durch die Feldgleichungen völlig bestimmt[1]. Approximiert man das Gesamtfeld durch die Lösungen linearer Gleichungen bildende Näherung, so ist das Bewegungsgesetz das der geodätischen Linie. In einer späteren Arbeit soll das Bewegungsgesetz von als singuläre Punkte aufgefaßten Elektronen aus den Feldgleichungen erschlossen werden.

Es ist zwar wohlbekannt, daß in der Natur elektrisch neutrale atomistische Massen nicht vorkommen, daß also dem Gegenstand dieser Arbeit nicht unmittelbar ein Gegenstand in der Natur entspricht. Der hier erzielte Fortschritt liegt aber darin, daß zum ersten Male gezeigt ist, daß eine Feldtheorie eine Theorie des mechanischen Verhaltens von Diskontinuitäten in sich enthalten kann. Dies kann für die Theorie der Materie, bzw. die Quantentheorie, von Bedeutung werden.

[1] Völlig bewiesen ist dies in der vorliegenden Arbeit allerdings nur für den Fall des Gleichgewichtes.

Ausgegeben am 24. Februar.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

II. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 13. Januar.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

* Hr. Correns sprach über sekundäre Unterschiede zwischen männlichen und weiblichen Individuen getrenntgeschlechtiger Blütenpflanzen.

Eingehender wurden besprochen: 1. Die Manoilowsche (und Bernatzkische) Farbenreaktion zur Erkennung der Geschlechter, nach Untersuchungen von Hrn. Schratz. Der Ausfall der Reaktion ist nicht durch verschiedene Stoffe bedingt, die für die Geschlechter spezifisch wären, sondern zeigt einen Unterschied in der Menge oxydierbarer Substanzen an. Die weiblichen Individuen enthalten mehr davon als die männlichen. 2. Die ungleich schnelle Keimung der männlich bestimmten und der weiblich bestimmten Samenkörner von *Melandrium*, nach eigenen Untersuchungen. Die Männchensamen keimen im Durchschnitt auffällig rascher als die Weibchensamen, bei gleicher Sterbenswahrscheinlichkeit.

Ausgegeben am 24. Februar.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

III. Gesamtsitzung. 20. Januar.

Vorsitzender Sekretar: Hr. HEYMANN.

*1. Hr. BRANDL sprach über die Art des Schaffens des Lord Byron als Dichter.

Er fährt fort, die Bekenntnisse neuenglischer Dichter über die Art ihres Schaffens zusammenzustellen, und bespricht Byron. Was für ihn das Tonbild, das Augenbild und das Leidenschaftsbild bedeutete, wird mit seinen eigenen Worten dargelegt; möglichst elementare und unstilisierte Eindrücke reizten ihn am meisten und verbanden sich mit Gegenwartserlebnissen. Die Stilisierung betrachtete er als sein Vorrecht und übte sie als äußerst fleißiger, seines Berufes bewußter Künstler. Den Anschein der Schwermut und Kälte gab er sich, um zeitraubende Parasiten fernezuhalten. In kongenialer Gesellschaft war er ungemein heiter, scherzhaft und verbindlich. In den stillen Städten Italiens lebte er gerne, um Sammlung und Zeit zu bewahren. Seine poesietheoretische Belesenheit und seine Gedächtniskraft machen Beobachtungen, die er über sich selber mitteilte, besonders ergiebig.

2. Hr. EINSTEIN legte eine Arbeit »Zu KALUZAS Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität« vor. (Ersch. später.)

Ein Kontinuum von fünf Dimensionen, welches eine RIEMANN-Metrik besitzt und der »verschärften Zylinderbedingung« genügt, ist einem Kontinuum von vier Dimensionen äquivalent, das durch eine RIEMANN-Metrik und einen antisymmetrischen Potentialtensor charakterisiert ist. Dieser Sachverhalt liefert eine einfache formale Interpretation des Zusammenhanges von Elektrizität und Gravitation.

3. Hr. HEYMANN überreichte: Monumenta Germaniae historica, Legum Sectio I, tom. V, pars II: Lex Baiwariorum (Hannover 1926).

4. Vorgelegt wurde die 11. Lieferung des I. Bandes des »Rheinischen Wörterbuches« (Bonn 1927).

Ausgegeben am 24. Februar.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

IV. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 3. Februar.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

1. Hr. Penck sprach über die Ursachen der Eiszeit. (Ersch. später.)

Bei Untersuchung der eiszeitlichen Gletscher hat sich fast allenthalben gezeigt, daß deren Oberfläche die heutigen Gletscheroberflächen unterhalb der zugehörigen Schneegrenzen erreicht; es waren, wie Eduard Richter zuerst gezeigt hat, die heutigen Firnfelder damals nicht voller. Das weist darauf, daß die Ursachen für die Eiszeit unterhalb der heutigen Schneegrenze gelegen waren, daß die Eiszeit also nicht eine Periode gesteigerter Niederschläge gewesen sein kann. Eine Ausnahme von der Richterschen Regel macht nur Antarktika, welches in seiner ganzen Ausdehnung mit Ausnahme einer einzigen, örtlich gut gekennzeichneten Stelle oberhalb der Schneegrenze liegt; gleichwohl haben die Eismassen an ihrem Saume eine größere Mächtigkeit gehabt. Man braucht hieraus nicht mit v. Drygalski darauf zu schließen, daß die Eiszeit hier eine Periode gesteigerter Niederschläge gewesen sei, sondern es bietet sich dafür auch eine andere Erklärung, nämlich daß infolge der eiszeitlichen tieferen Lage des Meeresspiegels die Vergletscherung weiter reichte und deswegen an ihrem heutigen Saume mächtiger war als gegenwärtig. Es findet sich kein eindeutiger Hinweis dafür, daß die Eiszeit niederschlagsreicher war als heute, aber es gibt auch keinen Beweis dafür, daß sie durch sehr viel kälteres Klima gekennzeichnet gewesen sei.

2. Hr. Pompeckj legte eine Abhandlung vor, betitelt: »Ein neuer Zeuge uralten Lebens«.

In einem Diluvialgeschiebe algonkischen oder unterkambrischen Alters findet sich der leider unvollständig erhaltene Abdruck der Dorsalseite eines höchst merkwürdigen tierischen Organismus: Ein schlanker, in regelmäßigem Wechsel grob und fein gegliederter Körper trägt zwei Längsreihen von flachen Buckeln; jedem Segment gehört ein plumpes Fußpaar an, das grob quergeringelt und fein längsgerieft ist. Die Versuche, diesen Körper in irgendeine der bekannten Tiergruppen — etwa bei Anneliden, Trilobiten, Eukrustazeen, Myriapoden oder Onychophoriden — einzureihen, scheitern insbesondere an flächenhaften seitlichen Anhängen, die das Tier in der Vorderregion des Körpers zeigt. Das völlig fremdartige Gebilde — *Xenusion* — zeigt, wie wenig uns bislang aus dem Formenschatz des ältesten Lebens der Erde erschlossen ist.

Ausgegeben am 24. Februar.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

V. Gesamtsitzung. 10. Februar.

Vorsitzender Sekretar: Hr. HEYMANN.

1. Hr. NERNST legte eine Arbeit vor »Verdünnungswärme von Salzen bei sehr kleinen Konzentrationen« von W. NERNST und W. ORTMANN; sie ist eine Fortsetzung (mit sehr verfeinerten Hilfsmitteln) der vor Jahresfrist vorgelegten Studie.

Die Meßgenauigkeit wurde gegen früher auf etwa den fünfzehnfachen Betrag gesteigert, sowohl durch Erhöhung der Zahl der Thermoelemente wie besonders durch möglichst vollkommenen Wärmeschutz des benutzten Differentialkalorimeters. Es stellte sich nunmehr heraus daß bei äußersten Verdünnungen, die allerdings zum Teil so weitgehend sein müssen, daß man mit praktisch ausreichender Genauigkeit einfach mit den Gasgesetzen rechnen darf, die gemessenen Verdünnungswärmen wenigstens der Größenordnung nach der Theorie von DEBYE und HÜCKEL folgen.

2. Das korrespondierende Mitglied Hr. NILSSON aus Lund sprach über das »Homerische Königtum«. (Ersch. später.)

Die homerische Schilderung von der Macht Agamemnons geht auf die Zustände eines griechischen Groß-Königtums zurück. Der König war ein Heerkönig, neben dem die Heeresversammlung stand; unter ihm standen Vasallen; sowohl diese, wie der König, waren von einer Gefolgschaft umgeben. Das Groß-Königtum zerfiel infolge des Aufhörens der großen kriegerischen Unternehmungen.

3. Hr. VON WILAMOWITZ-MOELLENDORFF legte vor: Ein Siedelungsgesetz aus West-Lokris.

Hr. PAPPADAKIS in Theben hat soeben eine beschriebene Bronzeplatte herausgegeben, auf welcher neben Resten von zwei anderen Gesetzen der zweite Teil eines Gesetzes steht, welches ein Bergland parzelliert, zunächst als Hutung, im Kriegsfalle zur Besiedelung. Diese Inschriften werden abgedruckt und erläutert.

4. Das korrespondierende Mitglied Hr. LANDAU in Göttingen übersandte eine Abhandlung »Über die Nullstellen DIRICHLETscher Reihen«.

Für die Nullstellenzahl allgemeiner DIRICHLETscher Reihen wird eine Abschätzung gegeben, welche Sätze von WENNBERG und GRANDJOT verschärft und an Stelle einer bisher von der Funktion abhängenden Zahl eine absolute Konstante erlangt.

Digitized by Google

5. Hr. Petersen überreichte seine Gedächtnisrede »Gustav Roethe«;

6. Hr. Hesse seine Arbeit »Über Grenzen des Wachstums« (Jena 1927).

7. Hr. Erman legte die Biographie seines Großvaters »Paul Erman, ein Berliner Gelehrtenleben 1764—1851« von Wilhelm Erman (Berlin 1927) vor:

8. Hr. Ed. Meyer die 50. Wissenschaftliche Veröffentlichung der Deutschen Orientgesellschaft: »Keilschrifttexte aus Assur juristischen Inhalts«, autographiert von Erich Ebeling (Leipzig 1927).

Digitized by Google

Über die Nullstellen DIRICHLETscher Reihen.

Von E. LANDAU
in Göttingen.

Zweite Abhandlung[1].

Die DIRICHLETsche Reihe

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$$

konvergiere für $\sigma > 0$ und verschwinde nicht identisch. Es sei $\delta > 0$ fest. Für $T_1 < T_2$ bezeichne $N(T_1, T_2)$ die Anzahl der Nullstellen von $f(s)$ in $\sigma \geq \delta$, $T_1 \leq t \leq T_2$.

Bekannt ist durch Hrn. WENNBERG[2]

$$N(T, T + \log T) = O(\log^2 T) . \tag{1}$$

also

$$N(0, T) = O(T \log T) ;$$

durch Hrn. GRANDJOT[3] für jedes $\eta(T)$, das zuletzt > 0 ist und bei $T \to \infty$ gegen 0 strebt,

$$N(T, T + \eta(T) \log T) = o(\log^2 T) . \tag{2}$$

(1) und (2) stecken als Spezialfälle in dem neuen

Satz: Für jedes $\varepsilon > 0$ ist

$$\lim_{T=\infty} \frac{N(T, T + 2\varepsilon \log T)}{\log^2 T} \geq \delta . \tag{3}$$

---

[1] Die erste Abhandlung erschien im Jahrgang 1913 dieser Sitzungsberichte. S. 897—907.

[2] Zur Theorie der DIRICHLET'schen Reihen, Inaugural-Dissertation. Uppsala 1920. Kap. II.

[3] Untersuchungen über DIRICHLETsche Reihen (erscheint demnächst in der Mathematischen Zeitschrift), zweiter Teil.

Digitized by Google

Er liefert sofort

$$\lim_{T=\infty} \frac{N(0,T)}{T\log T} \leqq \frac{1}{2\delta} \tag{4}$$

(was im Falle $\delta \leqq \frac{1}{2}$ auch bei $\lambda_n = \log n$ neu ist; wesentlich ist, daß die rechte Seite von der Funktion unabhängig ist). Nach (3) gibt es nämlich zu jedem festen $q > \frac{1}{2\delta}$ ein $T_1 = T_1(f, \delta, q) \geqq e$, so daß für $T \geqq T_1$

$$N(T, T+\log T) \leqq q \log^2 T$$

ist. Wird $T_{\nu+1} = T_\nu + \log T_\nu$ für $\nu > 1$ gesetzt, so ist für $T > T_1$, wenn m aus $T_m < T \leqq T_{m+1}$ bestimmt wird.

$$N(0, T) \leqq N(0, T_1) + \sum_{\nu=1}^{m} N(T_\nu, T_{\nu+1})$$

$$\leqq N(0, T_1) + q \sum_{\nu=1}^{m} (T_{\nu+1} - T_\nu) \log T \leqq N(0, T_1) + q(T+\log T)\log T,$$

$$\lim_{T=\infty} \frac{N(0,T)}{T\log T} \leqq q,$$

und $q \to \frac{1}{2\delta}$ gibt (4).

Hilfssatz 1: Es sei $s = \frac{1-x}{1+x}$, also $\sigma > 0$ für $|x| < 1$. Für $0 < \delta \leqq \sigma \leqq 1$, $|t| \leqq 1$ ist dann

$$|x| \leqq 1 - \frac{\delta}{1+2\delta}.$$

Beweis: $|x|^2 = \left|\frac{1-s}{1+s}\right|^2 = 1 - \frac{4\sigma}{(1+\sigma)^2+t^2} \leqq 1 - \frac{4\sigma}{2+4\sigma}$

$$\leqq 1 - \frac{2\delta}{1+2\delta} < \left(1 - \frac{\delta}{1+2\delta}\right)^2.$$

Hilfssatz 2: Für $\sigma > 0$ sei $g(s)$ regulär und $|g(s)| < 1$. Es seien $\delta > 0$, $\omega > \delta$, $\Omega > 0$, $T \geqq 0$ fest, $|g(\omega + (T+\omega)i)| > e^{-\Omega}$. Dann hat $g(s)$ in $\delta \leqq \sigma \leqq \omega$, $T \leqq t \leqq T+2\omega$ höchstens $\left(2 + \frac{\omega}{\delta}\right)\Omega$ Nullstellen.

Beweis: Man darf $\omega = 1$, $T = -1$ annehmen (sonst setze man $s = (T+\omega)i + \omega S$). Für $|x| < 1$ ist

$$g\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = G(x) \text{ regulär}, \quad |G(x)| < 1.$$

Digitized by Google

Die Anzahl unserer Nullstellen ist nach Hilfssatz 1 höchstens gleich der Anzahl der Nullstellen von $G(x)$ in $|x| \leq 1 - \frac{\delta}{1+2\delta}$, also (wegen $|G(0)| = |g(1)| > e^{-\Omega}$) nach dem JACOBI-JENSENschen Satz

$$\leq \frac{\Omega}{-\log\left(1 - \frac{\delta}{1+2\delta}\right)} < \frac{1+2\delta}{\delta}\,\Omega .$$

Beweis des Satzes: Man darf natürlich

$$f(s) = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$$

annehmen. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit konvergiere die Reihe über $\sigma = 0$ hinaus (sonst setze man $s = p + S$, $p > 0$, und mache $p \to 0$). In der Folge bezeichnen $c_1, \ldots, c_4$ Zahlen > 1, die höchstens von f, δ und ε abhängen. Bekanntlich[1] ist

$$|f(s)| < c_1 |1+s| \qquad \text{für } \sigma > 0$$

und

$$|f(s)| > \frac{1}{2} \qquad \text{für } t > c_2,\ \sigma \geq \varepsilon \log t . \tag{5}$$

Für $\sigma > 0$ ist also

$$g(s) = \frac{f(s)}{c_1(1+s)} \text{ regulär, } |g(s)| < 1 .$$

Für $T > c_3 (> c_2)$ ist nach (5)

$$\left|g\left(\varepsilon \log (T + 2\varepsilon \log T) + (T + \varepsilon \log (T + 2\varepsilon \log T))\, i\right)\right| > \frac{1}{3 c_1 T} .$$

Für $T > c_4 (> c_3)$ ist $\delta < \varepsilon \log (T + 2\varepsilon \log T)$, also $N(T, T + 2\varepsilon \log T)$ nach (5) die Anzahl der Nullstellen von $g(s)$ in $\delta \leq \sigma \leq \varepsilon \log (T + 2\varepsilon \log T)$, $T \leq t \leq T + 2\varepsilon \log T$. Also ist nach Hilfssatz 2 (mit $\alpha = \varepsilon \log (T + 2\varepsilon \log T)$, $\Omega = \log (3 c_1 T)$) für $T > c_4$

$$N(T, T + 2\varepsilon \log T) \leq \left(2 + \frac{\varepsilon \log (T + 2\varepsilon \log T)}{\delta}\right) \log (3 c_1 T) .$$

Damit ist (3) bewiesen.

[1] Vgl. z. B. S. 829, (2) bzw. S. 746 meines Handbuchs der Lehre von der Verteilung der Primzahlen, Leipzig und Berlin 1909.

Ausgegeben am 14. März.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

VI. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 17. Februar.

Vorsitzender Sekretar: Hr. RUBNER.

1. Hr. EINSTEIN sprach über KALUZAS Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität. (Zweite Mitteilung.)

KALUZAS Gedanke, die Gravitationstheorie und Elektrizitätstheorie durch Einführung eines fünfdimensionalen Kontinuums zu einer formalen Einheit zu verschmelzen, führt ungezwungen zu derjenigen Einfügung der MAXWELLschen Theorie in das Schema der allgemeinen Relativitätstheorie, welche von Anfang an als die richtige vermutet worden war. Den Wert dieser Erkenntnis sehe ich darin, daß man so eine rationelle Basis für die MAXWELLsche Theorie erhält.

2. Vorgelegt wurde der 15. Band der I. Serie von LEONHARDI EULERI opera omnia: LEONHARDI EULERI commentationes analyticae ad theoriam serierum infinitarum pertinentes, Vol. II, edidit GEORG FABER (Leipzig und Berlin 1927) und

3. die mit Unterstützung der Akademie erschienene Arbeit von G. FUSE in Sendai (Japan) »Vergleichend-anatomische Beobachtungen am Hirnstamme der Säugetiere« (Sonderabdruck, Tokyo und Sendai 1926).

Digitized by Google

Zu KALUZAS Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität.

Erste Mitteilung.

Von A. EINSTEIN.

(Vorgelegt am 20. Januar 1927 [s. oben S. 15].)

Seit der Aufstellung der allgemeinen Relativitätstheorie waren die Theoretiker unablässig bemüht, die Gesetze der Gravitation und Elektrizität unter einen einheitlichen Gesichtspunkt zu bringen. WEYL und EDDINGTON haben dies Ziel durch eine Verallgemeinerung der RIEMANNschen Geometrie unter Benutzung eines allgemeinen Ansatzes für die Parallelverschiebung der Vektoren zu erreichen gesucht. KALUZA dagegen ist grundsätzlich anders vorgegangen[1]. Er bleibt bei der RIEMANNschen Metrik, bedient sich aber eines Kontinuums von fünf Dimensionen, das er durch die »Zylinderbedingung« gewissermaßen zu einem Kontinuum von vier Dimensionen reduziert. Ich will hier einen noch nicht beachteten Gesichtspunkt darlegen, der für die Theorie von KALUZA wesentlich ist.

Wir gehen aus von einem fünfdimensionalen Kontinuum der x^1, x^2, x^3, x^4, x^5. In diesem existiere eine RIEMANNsche Metrik mit dem Linienelement

$$d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu . \qquad (1)$$

Dies Kontinuum sei »zylindrisch«, d. h. es existiere ein infinitesimaler Verschiebungsvektor (ξ^α), welcher die Metrik in folgendem Sinne in sich selbst überführt:

Verschiebt man den Anfangspunkt eines Linienelementes (dx^α) um (ξ^α), den Endpunkt um $(\xi^\alpha)_{x+dx}$, so soll das verschobene Linienelement gemäß (1) denselben Betrag haben wie das unverschobene. Dies bedeutet, daß sich die Gleichungen

$$\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} \xi^\beta + \gamma_{\beta\nu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x_\mu} + \gamma_{\beta\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x_\nu} = 0 \qquad (2)$$

bei passender Wahl von ξ^β erfüllen lassen.

[1] Zum Unitätsproblem der Physik. Berl. Berichte 1921, S. 966.

Digitized by Google

Es wird möglich sein, das Koordinatensystem so zu wählen, daß nur die °-Komponente von ξ^β von Null verschieden ist. und daß ξ° überall denselben Wert hat. Dann geht (2) in

$$\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x^\circ} = 0 \tag{2a}$$

über[1].

Wir wollen ferner annehmen, das fünfdimensionale Kontinuum sei so beschaffen, daß der infinitesimale Verschiebungsvektor überall denselben Betrag habe, d. h. daß $\gamma_{\mu\nu}\xi^\mu\xi^\nu$ von allen Variabeln unabhängig sei (»verschärfte Zylinderbedingung«). Bei der Benutzung des von uns bevorzugten Koordinatensystems bedeutet dies, daß $\gamma_{\circ\circ}\xi^\circ\xi^\circ$, und damit auch das $\gamma_{\circ\circ}$ konstant sei. Wir dürfen daher ohne Beschränkung der Allgemeinheit $\gamma_{\circ\circ} = \pm 1$ setzen. Der Einfachheit halber wollen wir die folgenden Entwicklungen für das positive Zeichen machen, die Setzung des negativen Zeichens führt zu demselben Ergebnis.

Unter Benutzung des »angepaßten« Koordinatensystems können wir setzen

$$\left.\begin{aligned} d\sigma^2 &= d\tau^2 + 2\,d\phi\,dx^\circ + dx^{\circ 2} \\ d\tau^2 &= \gamma_{mn}\,dx^m\,dx^n \\ d\phi &= \gamma_{\circ m}\,dx^m, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

wobei die Summationen bezüglich der Indizes m und n von 1 bis 4 zu erstrecken sind.

Man sieht leicht ein, daß $d\tau^2$ und $d\phi$ bezüglich Transformationen der x^1, x^2, x^3, x^4 Invariante sind. Kaluza hat sie als metrische bzw. elektrische Invariante im vierdimensionalen Kontinuum (R_4) gedeutet, was infolge (2a) möglich ist. So faßte er die beiden Fundamentalinvarianten durch Einführung eines fünfdimensionalen, zylindrischen Kontinuums (R_5) zu einer formalen Einheit zusammen.

Damit ist allerdings noch keine Beschränkung für die Naturgesetze gewonnen gegenüber der üblichen Methode der allgemeinen Relativitätstheorie, welche $d\tau$ und $d\phi$ als selbständige Invarianten einführt. Kaluza erzielt eine solche Beschränkung dadurch, daß er nur solche Gleichungen zuläßt, welche bezüglich beliebiger Punkttransformationen im R_5 kovariant sind und von den $\gamma_{\mu\nu}$ allein abhängen. Kaluza gelangt zu in erster Näherung richtigen Feldgleichungen für Gravitation und Elektrizität, indem er den einmal verjüngten Riemann-Tensor der Krümmung im R_5 null setzt. Wir wollen hier diese weitergehende Hypothese nicht einführen, sondern uns zunächst darauf beschränken, eine Konsequenz aus der Existenz der Metrik im R_5 und aus der verschärften Zylinderbedingung zu ziehen.

Das »angepaßte Koordinatensystem« läßt, abgesehen von einer beliebigen Punkttransformation im R_4 der x^1, x^2, x^3, x^4, noch die Transformation (»x°-Transformation«)

[1] Der Umweg über Gleichung (2) wurde nur gewählt, um den invarianten Charakter der »Zylinderbedingung« hervortreten zu lassen.

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} x^m &= \overline{x^m} \\ x^0 &= \overline{x^0} + \psi(\overline{x^1}, \overline{x^2}, x^3, x^4) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

zu, wobei m die Zahlen 1, 2, 3, 4 bedeutet; d. h., man kann bei gegebenem R_5 eine Hyperfläche $x^0 =$ konst. noch beliebig wählen und dabei die verschärfte Zylinderbedingung ((2a) und (3)) erfüllen.

Aus (4) erhält man

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{mn} &= \overline{\gamma_{mn}} + \frac{\partial\psi}{\partial x_m}\overline{\gamma_{0n}} + \frac{\partial\psi}{\partial x_n}\overline{\gamma_{0m}} + \frac{\partial\psi}{\partial x_m}\frac{\partial\psi}{\partial x_n}\overline{\gamma_{00}} \\ \gamma_{0n} &= \overline{\gamma_{0n}} + \frac{\partial\psi}{\partial x_n}\overline{\gamma_{00}} \\ \gamma_{00} &= \overline{\gamma_{00}}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Ersetzt man hierin γ_{00} durch 1, und führt man den R_4-Tensor

$$g_{mn} = \gamma_{mn} - \gamma_{0m}\gamma_{0n} \tag{6}$$

ein, so erhält man an Stelle von (5)

$$\left.\begin{aligned} g_{mn} &= \overline{g_{mn}} \\ \gamma_{0m} &= \overline{\gamma_{0m}} + \frac{\partial\psi}{\partial x_m}. \end{aligned}\right\} \tag{5a}$$

Soll eine HAMILTON-Invariante in R_4 (x_1, x_2, x_3, x_4), welche aus den »metrischen Koeffizienten« g_{mn}, den »elektrischen Potentialen« γ_{0m} sowie den Ableitungen dieser Größen gebildet ist, auch bezüglich x^0-Transformationen invariant sein — was bei KALUZAS Interpretation des formalen Zusammenhanges zwischen Gravitation und Elektrizität nötig ist —, so darf diese Invariante die γ_{0m} nur in der Kombination

$$\phi_{mn} = \frac{\partial\gamma_{0m}}{\partial x_n} - \frac{\partial\gamma_{0n}}{\partial x_m} \tag{7}$$

enthalten. Dies geht aus der zweiten der Gleichungen (5a) hervor.

KALUZAS Idee liefert also das tiefere Verständnis für die Tatsache, daß neben dem symmetrischen Tensor (g_{mn}) der Metrik lediglich der (von einem Potential ableitbare) antisymmetrische Tensor (ϕ_{mn}) des elektromagnetischen Feldes eine Rolle spielt[1].

[1] Es sei noch erwähnt, wie sich unser Resultat modifiziert, wenn man mit der nicht verschärften Zylinderbedingung operiert. In diesem Falle geht in die HAMILTON-Funktion (im Vierdimensionalen) außer einem symmetrischen und einem antisymmetrischen Tensor noch ein Skalar (γ_{00}) ein.

Digitized by Google

Zu Kaluzas Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität.

Zweite Mitteilung.

Von A. Einstein.

Es sollen hier die Resultate weiterer Überlegungen gegeben werden, deren Ergebnisse mir sehr für Kaluzas Ideen zu sprechen scheinen. Die Abweichung von Kaluzas Betrachtungen ist hierbei eine rein formale. Sie rührt daher, daß Kaluza die γ_{mn} statt der g_{mn} als Komponenten des metrischen Tensors im R_4 behandelte; dies erklärt sich daraus, daß er nicht auf die Invarianzeigenschaften achtete, die aus der Zylinderbedingung hervorgehen[1].

§ 1. Eine Interpretation der »Verschärfung« der Zylinderbedingung.

Auch dann, wenn man die nicht verschärfte Zylinderbedingung im metrischen R_5 zugrunde legt, hat man außer der Invarianz bezüglich beliebiger Substitutionen der (x_1, x_2, x_3, x_4) bei festgehaltenem x_0 nur noch die Invarianz der x_0-Transformationen (4) zu fordern. Es muß also Kovarianz der Gleichungen mit Bezug auf (5) gefordert werden, wobei jedoch γ_{00} als Funktion von $x_1 \cdots x_4$ anzusehen ist. Aus (5) geht die Invarianz folgender Größen hervor

$$\frac{\gamma_{mn}}{\gamma_{00}} - \frac{\gamma_{0m}}{\gamma_{00}}\frac{\gamma_{0n}}{\gamma_{00}}\,;\quad \frac{\partial}{\partial x_n}\left(\frac{\gamma_{0m}}{\gamma_{00}}\right) - \frac{\partial}{\partial x_m}\left(\frac{\gamma_{0n}}{\gamma_{00}}\right)\,;\quad \gamma_{00}\,.$$

Die Zylinderbedingung verlangt aber, daß die Hamiltonsche Funktion die $\gamma_{\mu\nu}$ nur in diesen drei Kombinationen enthalte.

Nimmt man nun an, daß nicht die $\gamma_{\mu\nu}$ selbst, sondern nur die Verhältnisse der $\gamma_{\mu\nu}$ objektive Bedeutung besitzen, oder — anders ausgedrückt — ist im Raume R_5 nicht die Metrik $(d\sigma^2)$, sondern nur die Gesamtheit der »Nullkegel« $(d\sigma^2 = 0)$ gegeben, so wird die Hamilton-Funktion nur von den ersten

[1] Zur Erleichterung der Darstellung wird das Folgende als Fortsetzung direkt an die erste Mitteilung angeschlossen (Bezeichnung, Numerierung der Gleichungen).

Digitized by Google

beiden der obigen Kombinationen abhängen dürfen. Es bedeutet dann keine Spezialisierung der theoretischen Grundlage, wenn $\gamma_{\infty} = 1$ gesetzt wird, und man kommt zu der »verschärften Zylinderbedingung«.

§ 2. Die geodätische Linie im R_5.

Wir führen die Bezeichnungen ein

$$\left.\begin{aligned} g_{mn} &= \gamma_{mn} - \gamma_{om}\gamma_{on} \\ \phi_m &= \gamma_{om} \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Dann wissen wir, daß in kovarianten Beziehungen nur die g_{mn} und die antisymmetrischen Ableitungen der ϕ_m auftreten dürfen. Die Matrix der $\gamma_{\mu\nu}$ drückt sich in den g_{mn} und ϕ_m so aus:

$$\left.\begin{matrix} g_{11}+\phi_1\phi_1 & g_{12}+\phi_1\phi_2 & \cdot & \cdot & \phi_1 \\ g_{21}+\phi_2\phi_1 & g_{22}+\phi_2\phi_2 & \cdot & \cdot & \phi_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \phi_1 & \phi_2 & \cdot & \cdot & 1 \end{matrix}\right\}. \tag{9}$$

Hieraus folgt, daß $d\sigma^2$ die Form annimmt

$$(g_{mn}+\phi_m\phi_n)\,dx^m dx^n + 2\phi_m dx^m dx^0 + dx^{0\,2}$$

oder

$$d\sigma^2 = g_{mn}dx^m dx^n + (dx^0 + \phi_m dx^m)^2. \tag{10}$$

Es sei nun τ ein beliebiger Parameter im R_5 und

$$W^2 = g_{mn}\frac{dx^m}{d\tau}\frac{dx^n}{d\tau} + \left(\frac{dx^0}{d\tau} + \phi_m\frac{dx^m}{d\tau}\right)^2, \tag{10a}$$

so ist die geodätische Linie in bekannter Weise durch die Gleichung

$$\delta\left\{\int W d\tau\right\} = 0 \tag{11}$$

charakterisiert, d. h. durch die Gleichungen

$$\frac{\partial W}{\partial x^\alpha} - \frac{d}{d\tau}\left(\frac{\partial W}{\partial \dot{x}^\alpha}\right) = 0. \tag{11a}$$

Für $\alpha = 0$ erhält man

$$\frac{d}{d\tau}\left[\frac{1}{2W}\cdot 2(\dot{x}^0 + \phi_m\dot{x}^m)\right] = 0.$$

Wählt man nun τ so, daß $W =$ konst. wird, dann liefert diese Gleichung

$$\dot{x}^0 + \phi_m\dot{x}^m = A. \tag{12}$$

Wegen (10a) ist dann auf der geodätischen Linie

$$g_{mn}\frac{dx_m}{d\tau}\frac{dx^n}{d\tau} = W^2 - A^2 = \text{konst.} \tag{13}$$

Digitized by Google

Wir können und wollen diese Konstante gleich 1 setzen, was keine Einschränkung bedeutet; dann hat $d\tau$ die Bedeutung der Bogenlänge im R_4.

Die Variation nach der Koordinate x^s ($s \pm 0$) liefert, wenn man nach der Variation (12) und (13) berücksichtigt:

$$g_{ms}\ddot{x}^m + \begin{bmatrix} mn \\ s \end{bmatrix} \dot{x}^m \dot{x}^n + 2A\phi_{sn}\dot{x}^n = 0, \tag{14}$$

wobei

$$\phi_{sn} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \phi_s}{\partial x^n} - \frac{\partial \phi_n}{\partial x^s}\right) \tag{15}$$

gesetzt ist. Es ist dies genau die Gleichung, welche bisher in der allgemeinen Relativitätstheorie als die Bewegungsgleichung eines elektrisierten Massenpunktes angesehen wurde, dessen Verhältnis $\frac{\xi}{\mu}$ durch $-2A$ gegeben ist. Es sei bemerkt, daß A eine Invariante bezüglich der x_0-Transformationen ist.

§ (3). Die Hamiltonsche Funktion der Feldgleichungen.

Kaluza hat die Feldgleichungen

$$R_{ik} = 0 \tag{16}$$

auf den R_5 übertragen und gezeigt, daß man auf diesem Wege zu Feldgleichungen der Gravitation und des elektromagnetischen Feldes gelangt, welche in erster Näherung mit denen übereinstimmen, welche die allgemeine Relativitätstheorie in Anlehnung an die halb-empirisch gewonnene Maxwellsche Theorie bisher aufgestellt hat. Wir werden zeigen, daß Kaluzas Gedanke genau, nicht nur in erster Näherung, zu jenen Gleichungen führt.

Um dies zu zeigen, braucht man nur die Hamiltonsche Funktion (im R_5)

$$\mathfrak{H} = \sqrt{\gamma}\,\gamma^{\mu\nu}\left(\overline{\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}}\,\overline{\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta}} - \overline{\Gamma^{\beta}_{\mu\alpha}}\,\overline{\Gamma^{\alpha}_{\nu\beta}}\right) \tag{16a}$$

durch die g_{mn} und ϕ_m auszudrücken. Die $\overline{\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}}$ sind dabei im R_5 zu bilden; γ bedeutet die aus den $\gamma_{\mu\nu}$ gebildete Determinante.

Aus (9) folgt zunächst

$$\gamma = g. \tag{17}$$

Dies ergibt sich sofort, wenn man die mit ϕ_a multiplizierte letzte Kolonne von (9) von der a-ten Kolonne subtrahiert. Ferner ist leicht zu verifizieren, daß die $\gamma^{\mu\nu}$ sich in der Form

$$\gamma^{\mu\nu} = \begin{vmatrix} g^{11} & g^{12} & \cdot & \cdot & -\phi^1 \\ g^{21} & g^{22} & \cdot & \cdot & -\phi^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\phi^1 & -\phi^2 & \cdot & \cdot & 1+\phi_a\phi^a \end{vmatrix} \tag{9a}$$

darstellen lassen, wobei das Heraufziehen der Indizes mit Bezug auf die Metrik $g_{mn}dx^m dx^n$ im R_4 zu verstehen ist.

Digitized by Google

Für die Berechnung von $\mathfrak{H}$ sind ferner folgende Formeln nötig (, in denen mit lateinischen Buchstaben stets die Indizes 1 bis 4 zu verstehen sind:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\begin{bmatrix} mn \\ s \end{bmatrix}} &= \begin{bmatrix} mn \\ s \end{bmatrix} + \phi_s \psi_{mn} + \phi_m \phi_{sn} + \phi_n \phi_{sm} \\ \overline{\begin{bmatrix} o\,n \\ s \end{bmatrix}} &= \phi_{sn}; \quad \overline{\begin{bmatrix} mn \\ o \end{bmatrix}} = \psi_{mn} \\ \overline{\begin{bmatrix} o\,o \\ s \end{bmatrix}} &= \overline{\begin{bmatrix} o\,n \\ o \end{bmatrix}} = \overline{\begin{bmatrix} o\,o \\ o \end{bmatrix}} = 0 \end{aligned}\right\}. \tag{18}$$

Dabei ist gesetzt

$$\left.\begin{aligned} \psi_{mn} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \phi_m}{\partial x_n} + \frac{\partial \phi_n}{\partial x_m}\right) \\ \phi_{mn} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \phi_m}{\partial x_n} - \frac{\partial \phi_n}{\partial x_m}\right) \end{aligned}\right\}. \tag{19}$$

Aus (18) und (9a) erhält man die $\bar{\Gamma}$ in der Form

$$\left.\begin{aligned} \overline{\Gamma^s_{mn}} &= \Gamma^s_{mn} + \phi_m \phi^s_n + \phi_n \phi^s_m \\ \overline{\Gamma^o_{mn}} &= -\phi_s \Gamma^s_{mn} - \phi^s(\phi_m \phi_{sn} + \phi_n \phi_{sm}) \\ \overline{\Gamma^s_{on}} &= \phi^s_n \\ \overline{\Gamma^{on}_{o}} &= -\phi^s \phi_{sn} \\ \overline{\Gamma^s_{oo}} &= \overline{\Gamma^{oo}_{o}} = 0 \end{aligned}\right\}. \tag{20}$$

Nun separiere man in den Summationen von (16a) den Index o von den übrigen Indizes. Dies liefert zunächst

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{H}}{\sqrt{\gamma}} &= \gamma^{mn}(\overline{\Gamma^a_{mb}}\,\overline{\Gamma^b_{na}} + 2\,\overline{\Gamma^o_{mb}}\,\overline{\Gamma^b_{no}} + \overline{\Gamma^o_{mo}}\,\overline{\Gamma^o_{no}}) \\ &\quad + 2\,\gamma^{mo}(\overline{\Gamma^a_{mb}}\,\overline{\Gamma^b_{oa}} + \overline{\Gamma^o_{mb}}\,\overline{\Gamma^b_{oo}} + \overline{\Gamma^a_{mo}}\,\overline{\Gamma^o_{oa}}) \\ &\quad + \gamma^{oo}(\overline{\Gamma^a_{ob}}\,\overline{\Gamma^b_{oa}} + 2\,\overline{\Gamma^o_{ob}}\,\overline{\Gamma^b_{oo}}) \\ &\quad - \overline{\Gamma^b_{ab}}\,(\gamma^{mn}\overline{\Gamma^a_{mn}} + 2\,\gamma^{mo}\overline{\Gamma^a_{mo}} + \gamma^{oo}\overline{\Gamma^a_{oo}}) \end{aligned}\right\}. \tag{21}$$

Dies liefert in Verbindung mit (20) und (17)

$$\mathfrak{H} = \sqrt{g}\,[g^{mn}(\Gamma^a_{mb}\Gamma^b_{na} - \Gamma^a_{mn}\Gamma^b_{ab}) - \phi^a_b \phi^b_a]. \tag{22}$$

Dies ist bis auf das Vorzeichen des zweiten Gliedes der gewohnte Ausdruck der HAMILTONschen Funktion des Gravitationsfeldes und elektromagnetischen Feldes. Zum Vorzeichen des zweiten Gliedes ist zu bemerken, daß es dadurch bestimmt ist, daß man willkürlich $\gamma_{oo} = +1$ gesetzt hat, während man ebensogut $\gamma_{oo} = -1$ hätte setzen können; dann wäre das Vorzeichen des zweiten Gliedes positiv herausgekommen. Dasselbe erreicht man, wenn man das Vorzeichen der g_{mn} umkehrt, was bedeutet, daß man das Vorzeichen zeitartiger Abstandquadrate negativ statt positiv ansetzt. Beide Aussagen

Digitized by Google

werden vereinigt durch den Satz: Damit die Feldgleichungen des Gesamtfeldes in gewohnter Form erscheinen, hat man die o-Richtung als raumartig vorauszusetzen. —

Zusammenfassend kann man sagen, daß KALUZAS Gedanke im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie eine rationelle Begründung der MAXWELLschen elektromagnetischen Gleichungen liefert und diese mit den Gravitationsgleichungen zu einem formalen Ganzen vereinigt.

Nachträgliche Bemerkung zu den vorstehenden beiden Mitteilungen.

Hr. H. MANDEL macht mich darauf aufmerksam, daß die von mir hier mitgeteilten Ergebnisse nicht neu sind. Der ganze Inhalt findet sich in der Arbeit von O. KLEIN (Zeitschr. f. Physik 37, 12, 1926, S. 895). Man vergleiche ferner FOCHS Arbeit (Zeitschr. f. Physik 39, 226, 1926).

Ausgegeben am 14. März.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

VII. Gesamtsitzung. 24. Februar.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Heymann.

*1. Hr. Norden trug vor: Bemerkungen zu Tacitus.

Die Prüfung einiger Stellen des Agricola und der Germania scheint zu ergeben, daß die Überlieferungsgeschichte dieser beiden Schriften, bevor sie in die Hersfelder Handschrift mündet, durch irische und angelsächsische Schreiberhände gegangen ist. Als Entstehungsort der Vorlage des Hersfeldensis wird das oberitalische Langobardenreich wahrscheinlich gemacht. — Für die Abfassungszeit der Annalen werden die Stellen II 61 und IV 4 einer erneuten Prüfung unterzogen. Da es unmöglich ist, sie als Nachträge in das fertige Werk zu betrachten, so kann der Abschluß dieses erst in die Zeit des Kaisers Hadrianus fallen.

2. Hr. Haberlandt überreichte eine Abhandlung »Zur Zytologie und Physiologie des weiblichen Gametophyten von *Oenothera*.

Die Embryosäcke der im Spätherbst entfalteten letzten Blüten von *Oenothera Lamarckiana* und *muricata* enthalten häufig abnorm entwickelte weibliche Gametophyten. Die Eiapparate sind mehr minder rückgebildet, die Kernzahl ist oft beträchtlich vermehrt. So neigen die Gametophyten zu rein vegetativer Ausbildung. Auch Ansätze zur Nuzellarembryonie machen sich bemerkbar. Es wird versucht, diese Erscheinungen auf die Wirksamkeit der als Reizstoffe fungierenden Stoffwechselprodukte der alternden Pflanzen zurückzuführen. In Embryosäcke mit rückgebildetem Eiapparat dringen die Pollenschläuche oft tief ein, ohne sich zu öffnen und ihren Inhalt zu entleeren. Daraus wird geschlossen, daß in normalen Embryosäcken die Synergiden Enzyme ausscheiden, die die Membran der Pollenschlauchspitzen zur Verquellung und Auflösung bringen und so die Befruchtung ermöglichen.

3. Hr. Nernst legte eine Abhandlung von W. Kolhörster und G. v. Salis vor: »Die tägliche Periode der Höhenstrahlung«. (Ersch. später.)

In Fortsetzung der früheren Arbeiten werden die täglichen Variationen der kosmischen Strahlung erneut durch Messungen in Davos und besonders auf Mönch und Jungfrau, schließlich auch auf Meeresniveau, festgestellt und sogar verschiedene Partien des Himmels, besonders der Milchstraße, durch geeignete Abblendung herausgeschnitten. Die Beobachtungen sprechen dafür, daß im Anfangsstadium befindliche Sterne die Träger der Strahlung sind.

4. Hr. Wilcken legte das Buch von Arthur Stein »Der römische Ritterstand« (München 1927) (Münchener Beiträge zur Papyrusforschung und antiken Rechtsgeschichte, herausgegeben von Leopold Wenger und Walter Otto, Heft 10) vor.

5. Das korrespondierende Mitglied Hr. Karl von Goebel in München hat am 24. Februar das fünfzigjährige Doktorjubiläum gefeiert. Die Akademie hat ihm eine Adresse gewidmet, welche in diesem Stück abgedruckt ist.

Digitized by Google

Die Akademie hat den ordentlichen Professor an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich Hrn. Dr. Alfred Stern zum korrespondierenden Mitglied ihrer philosophisch-historischen Klasse gewählt.

Die Akademie hat die korrespondierenden Mitglieder ihrer physikalisch-mathematischen Klasse Hrn. Karl Graebe in Frankfurt a. M. am 19. Januar 1927 und Hrn. Ludwig Radlkofer in München am 11. Februar 1927 durch den Tod verloren.

Digitized by Google

Zur Zytologie und Physiologie des weiblichen Gametophyten von Oenothera.

Von G. Haberlandt.

I.

In meiner Arbeit »Über experimentelle Erzeugung von Adventivembryonen bei *Oenothera Lamarckiana*« habe ich gezeigt, daß durch mechanische Verletzung — Quetschen und Anstechen — kastrierter Fruchtknoten dieser Pflanze in den Samenanlagen allerlei Wachstums- und Zellteilungsvorgänge ausgelöst werden, die ich auf die Wirksamkeit von Wundreizstoffen, »Wundhormonen«, zurückführe. Es kam, neben spärlichen Ansätzen zu parthenogetischer Entwicklung, zur Bildung von Kallusblasen, Kallushaaren, typischen und monströsen Adventivembryonen, die in den Embryosack hineinwuchsen. Zuweilen unterblieb die typische Ausbildung des weiblichen Gametophyten, und an seine Stelle trat ein wenigzelliges, parenchymatisches Wundgewebe, das ich als »Wundendosperm« bezeichnet habe.

Es war nun die Frage aufzuwerfen, ob auch Einflüsse anderer Art in den Samenanlagen bzw. Embryosäcken Vorgänge bewirken, die mit den experimentell hervorgerufenen identisch oder ihnen wenigstens ähnlich sind. Dabei konnte es sich sowohl um äußere Einflüsse, wie z. B. um niedrige Temperaturen, handeln, wie auch um eine Beeinflussung, die auf inneren Gründen beruht und auf höheres Alter der Pflanzen, auf die Stellung der Blüten am oberen Ende der Infloreszenz, zurückzuführen wäre.

Zu diesem Zwecke untersuchte ich Fruchtknoten von *Oenothera Lamarckiana* und *muricata*, die im Spätherbst 1923, in der zweiten Oktober- und ersten Novemberhälfte einige Tage nach erfolgtem Abblühen abgeschnitten und fixiert wurden. Bei einer Anzahl von Blüten wurden die Narben künstlich bestäubt. Die Untersuchung ergab, daß in einigen Embryosäcken typische Gametophyten mit normalem Eiapparat und sekundärem Embryosackkern ausgebildet waren. Auch einige mehrzellige Eiembryonen wurden beobachtet. Doch waren das Ausnahmen. In der großen Mehrzahl der Fälle zeigte sich eine abnorme Ausbildung der weiblichen Gametophyten, die im folgenden Abschnitt näher beschrieben werden soll.

Schon an dieser Stelle möge aber erörtert werden, ob diese Abnormitäten auf die meteorologischen Einflüsse des Spätherbstes, namentlich auf die niedrige Temperatur, die damals herrschte, zurückzuführen sind, oder ob die letzten, obersten Blüten der Infloreszenzen aus inneren Gründen zur Bildung abnormer

Digitized by Google

Embryosäcke bzw. Gametophyten neigen und solche so häufig ausbilden. Welche von beiden Möglichkeiten zutrifft, könnte experimentell leicht entschieden werden. Man müßte Pflanzen im warmen Gewächshaus aufziehen, so daß auch die letzten Blüten ihre Entwicklung bei denselben höheren Temperaturen durchmachen wie die weiter unten inserierten. Ferner müßte man umgekehrt dafür sorgen, daß bei anderen Pflanzen alle Blüten der Inflorescenz bei niederen Temperaturen zur Entwicklung gelangen. Es war mir aus äußeren Gründen nicht möglich, diese Versuche durchzuführen. Doch bin ich, durch einen glücklichen Zufall begünstigt, in der Lage, die aufgeworfene Frage mit ziemlicher Sicherheit beantworten zu können. In der zweiten Oktoberhälfte 1926 fand ich auf einem verunkrauteten Bauplatz in Wilmersdorf eine *Oenothera*-Pflanze, vom Aussehen der *Oenothera Lamarckiana*, die sich in der Entwicklung aus irgendeinem Grunde so verspätet hatte, daß erst die Blüten in der Mitte der Inflorescenz sich zu öffnen begannen. Am 20. Oktober wurden die Fruchtknoten dieser Blüten fixiert und an Mikrotomschnitten untersucht. Normale Samenanlagen waren nicht zahlreich, doch enthielten sie alle normale Embryosäcke mit typischem Eiapparat und sekundärem Embryosackkern. Da zur angegebenen Zeit, und auch schon vorher, recht niedrige Temperaturen herrschten, so darf gefolgert werden, daß die abnorme Ausbildung der weiblichen Gametophyten in den obersten Blüten der Inflorescenzen aus dem Jahre 1923 nicht auf die niedrigen Spätherbsttemperaturen, sondern auf innere Gründe zurückzuführen ist. Dabei ist natürlich nicht ausgeschlossen, daß die niederen Temperaturen das Auftreten der Abnormitäten begünstigt haben.

Die Fruchtknoten wurden in Gilsons Gemisch (nach Renner) fixiert und die 12 μ dicken Mikrotomschnitte mit Eisenhämatoxylin, kombiniert mit Orange G, gefärbt. Die Herstellung der Präparate verdanke ich den HH. Dr. Brauner und Dr. Herrig. Ihre Untersuchung erfolgte größtenteils schon im Winter 1923/24, doch haben andere Arbeiten und längere Krankheit die Veröffentlichung der Ergebnisse verzögert.

II.

1. ***Oenothera Lamarckiana.*** Das Untersuchungsmaterial stammte von derselben typischen Form, die mir schon zu den in der obenerwähnten Abhandlung beschriebenen Versuchen diente.

In einigen Samenanlagen war der Gametophyt, wie schon erwähnt, normal. Es kam zur Ausbildung von vier Kernen, von denen drei einem typischen Eiapparat angehörten, während der vierte Kern den sekundären Embryosackkern repräsentierte. Antipoden fehlen bekanntlich bei *Oenothera* (Fig. 1A). Zuweilen hatte die befruchtete Eizelle bereits Flaschenform angenommen, und in einigen Fällen war auch schon ein 3–4zelliger Embryo vorhanden.

Häufiger aber war der Eiapparat abnorm ausgebildet. Die Synergiden besaßen nicht mehr die typische Gestalt, ihre Kerne zeigten keine bestimmte Lagerung, die große Vakuole fehlte, der Fadenapparat war nicht einmal angedeutet. So machten sie den Eindruck von Hemmungsbildungen, während

Digitized by Google

die Eizelle sich kaum von einer normalen Eizelle unterschied. Auch veränderte Lagerungsverhältnisse kamen bisweilen vor. Während normalerweiser die beiden nebeneinander gelagerten Synergiden die Scheitelpartie des Embryo-

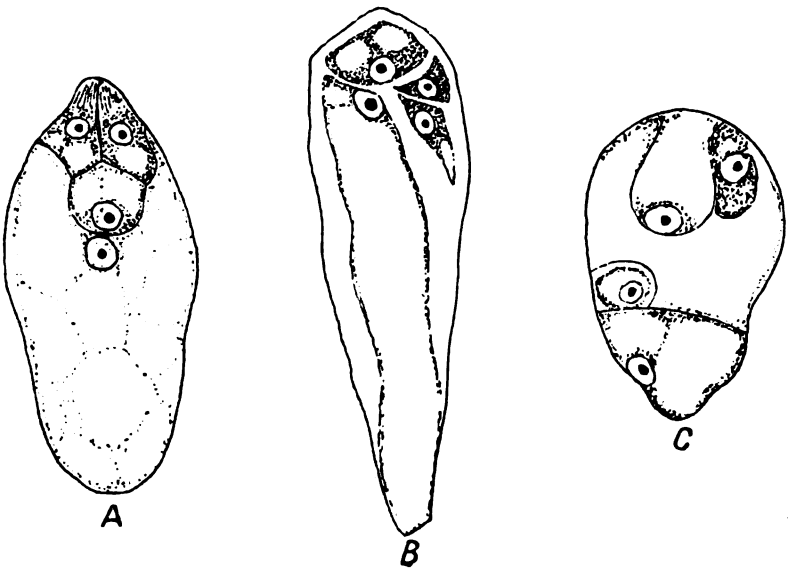


Fig. 1. Oenothera Lamarckiana. *A* normaler Embryosack und Gametophyt. *B* und *C* abnorme Gametophyten, 3 Tage nach der Bestäubung fixiert. Erklärung im Text.

sackes einnehmen und die Eizelle etwas darunter liegt, sitzt in Fig. 1 *B* die Eizelle am Scheitel des Embryosackes, wogegen die beiden kleinen abnorm gestalteten Synergiden seitlich gelegen sind. In Fig. 1 *C* ist der kurze, gedrungene Embryosack durch eine Querwand in eine größere und eine kleinere Hälfte geteilt. In ersterer befindet sich mikropylwärts ein zweizelliger Eiapparat, weiter unten am Rande der Querwand eine kleine Zelle mit Kern, die wahrscheinlich der zweiten verlagerten Synergide entspricht. Die kleinere Hälfte des Embryosacks besitzt nur einen Kern, der wohl dem sekundären Embryosackkern entspricht.

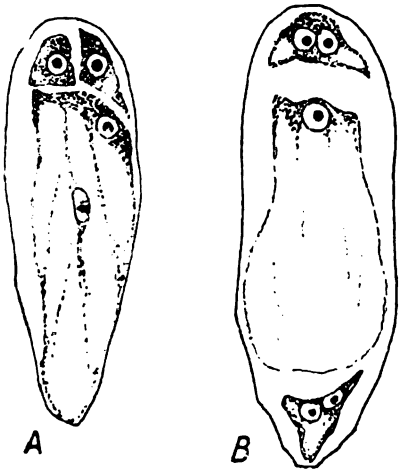


Fig. 2. Oenothera Lamarckiana. Abnorme Gametophyten, 3 Tage nach der Bestäubung. Erklärung im Text.

Die Rückbildung oder das Vegetativwerden des Eiapparates wird auffälliger, wenn statt des typischen Eiapparates nur zwei Zellen von ungefähr gleichem Aussehen im mikropylaren Ende des Embryosackes vorhanden sind, während im Zytoplasma des Embryosacks zwei Kerne auftreten (Fig. 2 *A*). Alle vier Kerne sind annähernd gleich groß und mit einem großen Nukleolus versehen. Von einer Eizelle kann nicht mehr gesprochen werden. Noch weiter geht die Rückbildung, wenn die 4 Kerne unregelmäßig im Embryosackplasma verteilt sind

Digitized by Google

oder wenn sie in einem axilen Plasmastrange der Reihe nach hintereinander liegen[1].

In diesen und ähnlichen Fällen beschränkte sich die Anzahl der Kerne im Embryosack auf die normale Vierzahl. Noch weiter geht die rein vegetative Ausbildung der Gametophyten, wenn mehr als 4 Kerne (5—20 und mehr) gebildet werden, die entweder im einheitlichen Plasmakörper des Embryosacks enthalten sind oder in ungleich großen Zellen bzw. Plasmaportionen mit oder ohne Zellwände auftreten. In Fig. 2 *B* ist der Embryosackinhalt in drei Portionen zerfallen, von denen die beiden kleineren an den Enden des Embryosacks zweikernig, die größere in der Mitte einkernig ist. In

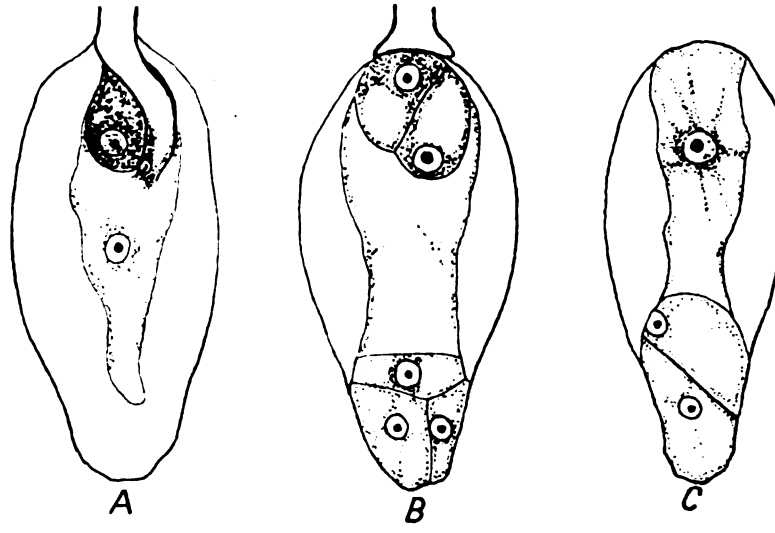


Fig. 3. Oenothera Lamarckiana. A, B und *C* drei aufeinanderfolgende Schnitte durch einen Embryosack und Gametophyten. In *A* ist der Pollenschlauch in den Embryosack eingedrungen, 4 Tage nach der Bestäubung. Erklärung im Text.

Fig. 7 *A* befindet sich unmittelbar unter dem Ende des Pollenschlauches eine zart behäutete Zelle, die man als eine abnorm gestaltete Eizelle auffassen könnte. Synergiden oder ihnen ähnliche Zellen fehlen. Auch abgestorbene Reste solcher sind nicht nachweisbar. Im einheitlichen Plasmabelag des Embryosackes, der sich von der erwähnten Zelle zurückgezogen hat, sind im ganzen 23 ziemlich kleine, aber mit großen Nukleolen versehene Kerne vorhanden, die sich auf vier Schnitte verteilen. Im mikropylaren Ende des Embryosackes befinden sich 9, im chalazalen Ende 3 Kerne; die übrigen liegen zerstreut im Plasmabelag. Echte Endospermkerne können sie nicht sein, da nichts auf eine vorausgegangene Entleerung des Pollenschlauches hindeutet.

Eine Ausnahmsstellung nimmt der in Fig. 3 *A, B* und *C* abgebildete Gametophyt ein (die drei Schnitte folgen unmittelbar aufeinander). Der Eiapparat ist

[1] Man könnte in letzteren Fällen auch daran denken, daß der Embryosack durch Verschmelzung der vier Tetradenzellen entstanden ist. Doch erscheint eine solche Annahme gezwungen, während die im Texte vertretene sich ganz natürlich in die Stufenleiter der beschriebenen Rückbildungsvorgänge einreiht. Immerhin liegt erstere im Hinblick auf die Befunde Täckholms bei der Fuchsiaform »Marinka« nicht außerhalb des Bereiches der Möglichkeit.

Digitized by Google

ziemlich normal ausgebildet. Die Eizelle und eine Synergide sind noch am Leben, die andere Synergide, an die sich seitlich der Pollenschlauch anlegt, ist tot, grobkörnig und intensiv gefärbt. In der chalazalen Partie des Embryosacks befinden sich im Schnitte *C* zwei, im benachbarten Schnitte *B* drei plasmaarme, behäutete Zellen, deren ziemlich kleine Kerne große Nukleolen besitzen. Ein sechster Kern von gleichem Aussehen liegt frei im Plasma des Embryosacks (Schnitt *A*): ebenso ein siebenter, der auffallend größer ist (Schnitt *C*). Man ist versucht, die fünf behäuteten Zellen für Antipoden zu halten, und den sechsten Kern in *A* gleichfalls für einen Antipodenkern, dem es aber nicht gelungen ist, sich mit einer Plasmahülle zu umgeben. Der große Kern in *C* wäre dann ein durch Verschmelzung zweier Polkerne entstandener sekundärer Embryosackkern. So wäre demnach dieser Gametophyt im wesentlichen wie ein typischer Angiospermen-Gametophyt gebaut, der aber statt drei Antipoden fünf bzw. sechs besäße. Es läge eine Rückschlagserscheinung vor, da ja der reduzierte, vierkernige Gametophyt von *Oenothera* vom typisch achtkernigen abzuleiten ist. Die Richtigkeit dieser Deutung bleibe dahingestellt. Es besteht nämlich noch eine andere Möglichkeit: die fünf behäuteten Zellen in der chalazalen Partie des Embryosacks könnten eine Nuzellarwucherung, vergleichbar einem Nuzellarembryo, sein, wobei allerdings die Herkunft des sechsten Kerns in *A* fraglich bliebe.

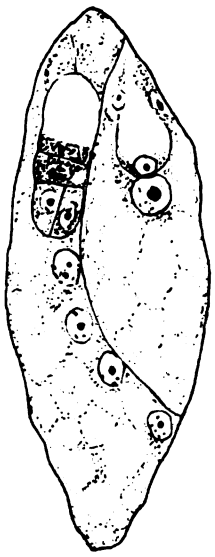


Fig. 4. Oenothera Lamarckiana. Zwillingsembryosäcke. Erklärung im Text.

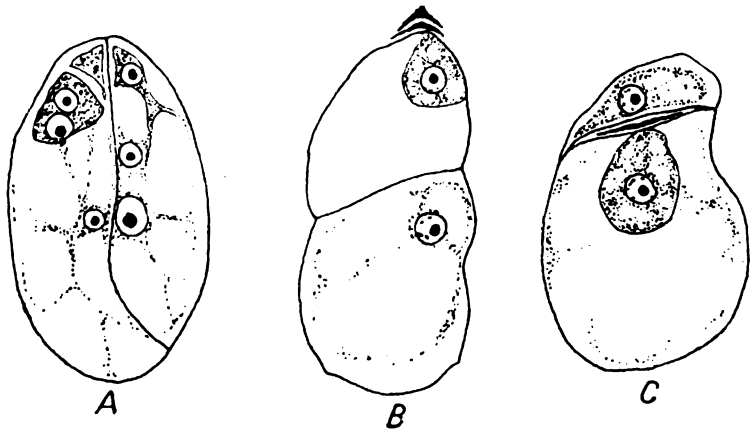


Fig. 5. Zwillingsembryosäcke; *A* von *Oenothera Lamarckiana*, *B* und *C* von *Oenothera muricata*. Erklärung im Text.

Die vorstehend beschriebenen Erscheinungen, die sich durch eine mangelhafte oder auch ganz ausbleibende Differenzierung der Eiapparate, durch das Auftreten ein- oder zweikerniger, nackter oder behäuteter vegetativer Zellen und schließlich durch die Entstehung von mehr als 4 Kernen im unzerteilten Plasmakörper des Embryosackes charakterisieren, finden ihr Analogon in jenen Vorgängen, die sich in den Embryosäcken junger, gequetschter Fruchtknoten abspielen. Auch hier kommt es zuweilen, wie ich in meiner obenerwähnten Arbeit beschrieben und abgebildet habe (S. 705, Fig. 1 *F*), zur mehrmaligen Teilung des Embryosackprotoplasten, wobei die Bildung

Digitized by Google

des Eiapparates vollkommen unterbleiben kann. Ich habe das derart entstandene Gewebe als »Wundendosperm« bezeichnet. In den hier besprochenen Fällen ist die Bezeichnung »steriler Gametophyt« am Platze.

In den Samenanlagen der im Spätherbst fixierten Fruchtknoten wurden mehrmals »Zwillingsembryosäcke« beobachtet, die sonst bei *Oenothera Lamarckiana* sehr selten vorkommen. Sie waren aus je zwei Tetradenzellen entstanden und lagen der Länge nach nebeneinander. In einem solchen Falle enthielt der eine Embryosack einen vierzelligen Eiembryo und mehrere Endospermkerne, der andere den unbefruchtet gebliebenen Eiapparat und den ungeteilten sekundären Embryosackkern (Fig. 4). In einem anderen Falle wiesen die beiden Embryosäcke je drei ungleich große Kerne auf, von denen zwei in einer wohl abgegrenzten Zelle lagen (Fig. 5 *A*). Auch in den gequetschten Fruchtknoten kamen mehrmals solche Zwillingsembryosäcke vor (Haberlandt I, Fig. 1 *B*, *D*), so daß also auch in dieser Hinsicht eine Ähnlichkeit zwischen den obersten Fruchtknoten der Infloreszenz und den mechanisch verletzten besteht.

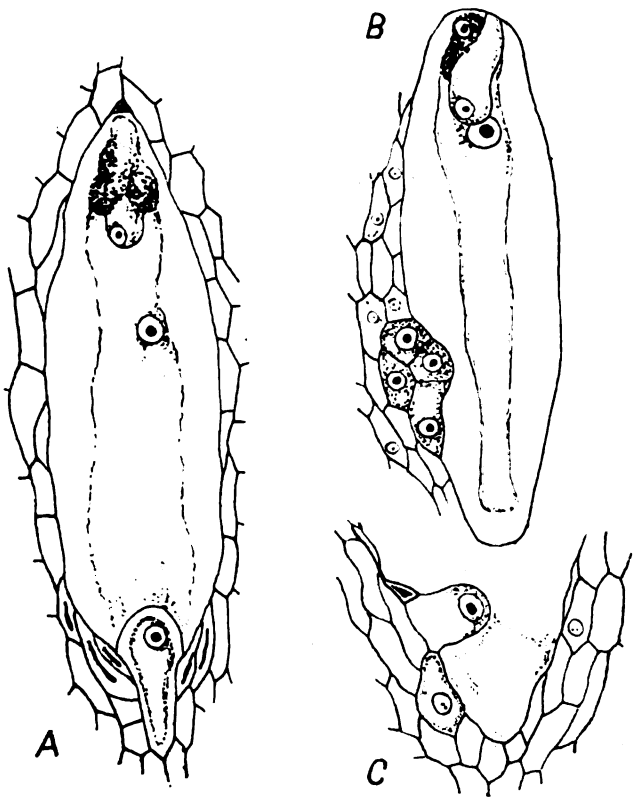


Fig. 6. A und *B Oenothera Lamarckiana*. *A* Embryosack mit blasig vorgewölbter Nuzelluszelle an der Chalaza. *B* Embryosack mit plasmareichen, großkernigen Zellen an der Seite. *C* unterer Teil eines Embryosackes von *Oenothera muricata*: seitlich eine stark vorgewölbte, plasmareiche, großkernige Nuzelluszelle.

Schließlich wurde auch darauf geachtet, ob in den untersuchten Samenanlagen Nuzellarembryonen oder wenigstens Ansätze zur Bildung solcher vorkommen. In der Tat ließ sich beobachten, daß in manchen Samenanlagen eine oder auch mehrere an den Embryosack grenzende Nuzelluszellen sich stark vergrößert hatten und sich durch Plasmareichtum und auffallend große Zellkerne mit je einem großen Nukleolus auszeichneten. So glichen diese Zellen vollkommen den Initialen von Nuzellarembryonen, wie man sie in Fällen typischer Nuzellarembryonie zu sehen gewohnt ist. Nur wölbten sich diese Zellen gewöhnlich nicht in den Embryosack vor. Doch gab es auch Ausnahmen von dieser Regel. In Fig. 6 *B* ist eine Gruppe von mehreren Zellen dieser Art abgebildet, die unterhalb der Mitte des Embryosackes in diesen hineinwächst und als Anlage eines Adventivembryos gedeutet werden kann. Auch von der Chalaza her dringt manchmal eine Nuzelluszelle blasig in den

Digitized by Google

Embryosack hinein und ähnelt durch ihren großen Kern mit seinem großen Nukleolus der Initiale eines Adventivembryos (Fig. 6 *A*). Ob sie bei weiterer Entwicklung tatsächlich zu einem solchen geworden wäre, läßt sich freilich nicht bestimmt sagen, doch ist es mindestens wahrscheinlich[1]. Die Adventivembryonen, die ich in angestochenen Samenanlagen beobachtet habe, verhielten sich in ihren jüngsten Entwicklungsstadien in sofern etwas anders, als die Zunahme des Protoplasmas in den Initialen sowie die Vergrößerung der Kerne erst nach Beginn ihrer Verwölbung in den Embryosack sich einstellte.

2. ***Oenothera muricata.*** Ähnliche Anomalien wie in den Embryosäcken von *Oe. Lamarckiana* treten auch bei *Oe. muricata* auf (aus dem Garten des Pflanzenphysiologischen Instituts in Dahlem). Die Fruchtknoten wurden Ende Oktober und anfangs November 1923 einige Tage nach der Bestäubung geerntet. Auch bei dieser Art sind Eiapparate mit unvollkommen differenzierten Synergiden nicht selten. Auch sind bisweilen am mikropylaren Ende des Embryosackes nur zwei gleichartige rundliche Zellen vorhanden, darunter im Plasma zwei gleich oder auch ungleich große Kerne. Andererseits können in der erwähnten Region des Embryosacks 5—7 Kerne auftreten, teils in wohl abgegrenzten rundlichen Zellen, teils zwischen diesen im Protoplasma. Die Differenzierung in Zellen kann auch ganz unterbleiben, dann liegen die Kerne — meist vier, selten mehr — unregelmäßig im Plasma zerstreut oder in einer axilen Reihe hintereinander. Zuweilen enthält der Embryosack nur zwei Kerne, wovon sich einer samt seiner Plasmahülle eingekapselt hat, während der andere frei daneben liegt oder in das andere Ende des Embryosackes gewandert ist. Auch können beide Kerne in einer einzigen runden Zelle, die sich umhäutet hat, eingeschlossen sein.

Zwillingsembryosäcke ließen sich bei *Oenothera muricata* nur selten beobachten. Wiederholt fand ich zwar durch eine Querwand in zwei meist ungleich große Hälften geteilte Embryosäcke vor; da aber jede dieser Hälften nur 1—2 Kerne aufwies und Eiapparate niemals zur Entwicklung gelangten, so blieb es meist unentschieden, ob die beiden Hälften zwei Tetradenzellen entsprachen oder nur einer, die sich geteilt hatte. Zweimal konnte aber bestimmt festgestellt werden, daß ersteres zutraf. In einem Falle (Fig. 5 *B*) traten über den beiden herangewachsenen Tetradenzellen, die einkernig waren, die dunklen, zusammengepreßten Reste der beiden anderen Tetradenzellen auf. Im anderen Falle (Fig. 5 *C*) hatte sich die Embryosackmutterzelle nur in drei Zellen geteilt, von denen die mittlere abgestorben und stark zusammengepreßt war: die gegen die Mikropyle zu war kleiner, halbmondförmig, plasmareich

[1] In seiner Mitteilung »Zur Zytologie und Embryoentwicklung von *Epilobium*« gibt P. MICHAELIS an, daß bei der Kreuzung *Lysimachion* × *Chamaenerion* neben degenerierenden Eiembryonen auch adventivembryonähnliche Bildungen auftreten, die aus Nuzelluszellen entstehen. »Sie gleichen ganz den Bildungen, die HABERLANDT durch Verwundung in den Embryosäcken von *Oenothera* erzielte. Doch kann von Adventivembryonen kaum die Rede sein.« Für die von mir beobachteten Gebilde trifft diese Behauptung jedenfalls nicht zu, wenigstens nicht für so typisch entwickelte, bereits vielzellige Adventivembryonen, wie ich sie in Fig. 7 (S. 713) meiner Arbeit abgebildet und beschrieben habe. Von diesen aber führen alle Übergänge hinab zu einzellig bleibenden Nuzelluszellen, die sich tief in den Embryosack hineinwölben und die man deshalb gleichfalls als rudimentär gebliebene Adventivembryonen, bzw. als Initialen solcher ansprechen darf.

Digitized by Google

und großkernig; die andere, weit größere, hatte die Hauptmasse ihres Plasmas um den großen Zellkern angesammelt und mit einer zarten Zellhaut umgeben. Im ganzen erinnerten alle diese Vorkommnisse sehr an analoge Erscheinungen in jungen gequetschten Fruchtknoten von *Oenothera Lamarckiana* (a. a. O. S. 702–704).

Ansätze zur Bildung von Nuzellarembryonen treten bei *Oe. muricata* weit seltener auf als bei *Oe. Lamarckiana*. Ich habe nur zweimal eine stark vergrößerte Nuzelluszelle von der Chalaza her blasig in den Embryosack hineinwuchern gesehen, während in einem dritten Falle (Fig. 6 *C*) etwas oberhalb des chalazalen Endes des Embryosacks eine Nuzelluszelle zu einer gestreckten Initiale mit scheitelständigem großen Zellkern ausgewachsen war. Der Eiapparat und der sekundäre Embryosackkern waren ganz normal.

III.

Die geschilderten Anomalien in der Entwicklung des weiblichen Gametophyten der letzten, obersten Blüten der *Oenothera*-Infloreszenz kennzeichnen sich 1. durch über die Norm, die Vierzahl, hinaus gesteigerte Vermehrung der Zellkerne und 2. durch eine stufenweise Rückbildung des Eiapparates: die Synergiden verbleiben in dem Stadium undifferenzierter Zellen, und auch die Eizelle zeigt dieses Verhalten. So kommt es zu einer mehr oder minder großen Gleichartigkeit der Zellen des Gametophyten, wenn solche überhaupt noch gebildet werden, zu einem Steril- und Vegetativwerden des Gametophyten. Den Schluß dieser Reihe von Rück- bzw. Hemmungsbildungen repräsentieren jene Embryosäcke, deren Inhalt sich überhaupt nicht mehr in Zellen differenziert und deren einheitlicher Plasmakörper eine größere oder geringere Anzahl von Kernen aufweist.

Solche Degenerationserscheinungen[1] sind auch sonst schon hin und wieder beobachtet worden. Am meisten ähneln ihnen die Abnormitäten, die Täckholm bei der parthenokarpen Fuchsiaform »Marinka« beobachtet und eingehend beschrieben hat. Neben spärlichen Embryosäcken, die einen normalen Gametophyten enthalten, gibt es auch solche, die an Stelle des Eiapparates ein mehrzelliges »geschlossenes Gewebe« aus gleichartigen Zellen besitzen, ferner solche, die zwei oder auch mehr, selbst eine größere Anzahl im Plasma verteilter Kerne aufweisen, die ungleich groß sind, degenerieren oder hypertrophieren. Täckholm führt diese Anomalien sowie auch jene, die die Tetradenzellen zeigen, auf den Charakter der Varietät als Bastard und Kulturpflanze zurück. Die verkümmernden Samenanlagen der Nebenfächer des Fruchtknotens von *Viburnum Lantana* enthalten nach Familler Embryosäcke, deren Zellkerne sich anormal öfter teilen, so daß in einem Embryosack bis zu

[1] Unter »Degeneration« wird hier natürlich nicht ein Zugrundegehen bereits differenzierter Zellen verstanden, sondern eine mangelhafte, unvollkommen und unvollständige Ausbildung von Zellen, die sich normalerweise bis zu dem ihrer Funktion entsprechenden Bau entwickeln. Ebenso ist unter »Rückbildung« nicht etwa das Zurückkehren einer differenzierten Zelle zu einem primitiveren Zustand zu verstehen, keine Entdifferenzierung, sondern das Stehenbleiben einer Zelle oder Zellgruppe, die sich normalerweise weiter entwickeln würde, auf einem früheren Entwicklungsstadium.

Digitized by Google

16 Kerne enthalten sind, die hauptsächlich im wandständigen Plasmabelag auftreten. Ob Eiapparate beobachtet wurden, wird nicht angegeben. Doch scheint es nicht der Fall gewesen zu sein, denn bei *Viburnum Opulus*, wo die typischen 8 Kerne auftreten, sind oft zwei an der Spitze und je drei auf beiden Seiten des Embryosackes zu sehen. Ein Eiapparat wird also nicht gebildet. Da verkümmernde Samenanlagen in verschiedenen Familien vorkommen, so wäre es erwünscht, zu untersuchen, inwieweit in ihnen rückgebildete Gametophyten vorkommen. In den sterilen Samenanlagen von *Oenothera*, die nach GEERTS gewöhnlich etwa die Hälfte aller Samenanlagen ausmachen, kommt es nach diesem Autor überhaupt nicht zur Bildung von Embryosäcken. Es degenerieren bereits alle vier Tetradenzellen. Übergänge von diesen sterilen Samenanlagen zu den normalen, wobei man ähnliche abnorme Gametophyten zu erwarten hätte, wie sie in dieser Arbeit beschrieben sind, kommen in den früher entwickelten Blüten nicht vor. Wenigstens werden von GEERTS keine angegeben. — Die verschiedenen Fälle von »parthenogenetischen Endospermen« (Literatur bei TISCHLER) gehören nur insofern hierher, als sich der nicht befruchtete sekundäre Embryosackkern wahrscheinlich unter dem Einfluß von Nekrohormonen teilt und oft ein Gewebe liefert, das nach Absterben des Eiapparates einem sterilen Gametophyten vergleichbar ist.

Die bei *Oenothera* beobachteten Anomalien im Bau des weiblichen Gamethophyten sind sicherlich eine Alterserscheinung, natürlich nicht der einzelnen Blüten, sondern der ganzen Pflanzen, deren Leben sich im Spätherbst dem Ende zuneigt. Bei dem Versuche, die Anomalien auf ihre unmittelbare Ursache zurückzuführen, sind die Rückbildung des Eiapparates und die Vermehrung der Kerne bzw. Zellen auseinanderzuhalten. Wenn die letztere nach mechanischen Verletzungen der Samenanlagen auf die Wirksamkeit von Wundhormonen zurückzuführen ist, so wird man geneigt sein, anzunehmen, daß auch in der alternden Pflanze Stoffwechselprodukte als Erreger von Kern- und Zellteilungen fungieren, die aus den Vegetationsorganen, vor allem den Laubblättern, in die Samenanlagen und Embryosäcke hineingelangen. Der Transport solcher Stoffe bis in letztere ist nicht unmöglich, da die Stoffleitungsbahnen kontinuierlich bis in den Funikulus hineinreichen. Es läge hier gewissermaßen ein Analogon zu der Fächerung alter Bast- und Libriformfasern vor, für die ich schon bei früherer Gelegenheit (HABERLANDT II Z. 43) die Nekrohormone verantwortlich gemacht habe, die in den betreffenden Sellen vor ihrem Absterben entstehen. Daß das Altern auf der Anhäufung schädlicher Stoffwechselprodukte beruhe, wird ja von verschiedenen Biologen, Botanikern wie Zoologen, angenommen[1]. Es erscheint nun freilich paradox, daß dieselben Stoffwechselprodukte, die in den meisten Zellen und Geweben zu Alterserscheinungen und zum Tode führen, in gewissen Körperregionen vermehrte Kern- und Zellteilungen und damit in gewissem Sinne eine lokale Verjüngung bewirken sollen. Daß aber derartige Prozesse tatsächlich vorkommen können, scheinen u. a. die häufigen »Alterstumoren« (Haut- und Drüsenwucherungen) alternder Säugetiere darzutun.

[1] Vgl. E. KÜSTER, Botanische Betrachtungen über Alter und Tod, Berlin 1921. Ferner E. KORSCHELT, Lebensdauer, Alter und Tod, Berlin, 3. Aufl., Jena 1924.

Digitized by Google

Es fragt sich nun, ob auch die Degeneration des Eiapparates, sein Stehenbleiben auf einer niedrigeren Entwicklungsstufe, wie dies bei *Oenothera* zu beobachten ist, auf der Zufuhr schädlicher Stoffwechselprodukte aus der alt gewordenen Pflanze beruht? Ich bin geneigt, diese Frage mit Ja zu beantworten, obgleich ein Beweis dafür nicht zu erbringen ist. Eine Alterserscheinung ist jene Degeneration bzw. Hemmungsbildung des Eiapparates gewiß.

An dieser Stelle ist auch auf die bekannten Untersuchungen Sperlichs über *Alectorolophus hirsutus* hinzuweisen. Sperlich hat gezeigt, daß die Nachkommen aller spät entwickelten Blüten der Haupt- und Nebenachsen geschwächt sind, so daß sie früher oder später absterben. Er führt diese Schwächung auf eine genotypische Verschiedenheit gegenüber den normalen Nachkommen zurück, was freilich wenig wahrscheinlich ist[1]. Andererseits ist es aber auch schwer verständlich, daß eine durch giftige Stoffwechselprodukte der Mutterpflanze bewirkte Schwächung der Eizellen (eventuell auch der Spermakerne) durch mehrere Generationen andauern soll; da müßte man die Vererbung einer erworbenen Eigenschaft annehmen, wozu man sich kaum entschließen wird. Zytologische Beobachtungen hat Sperlich bisher nicht veröffentlicht. Es wäre interessant festzustellen, ob in den Fruchtknoten der spät entwickelten Blüten von *Alectorolophus* neben den Samenanlagen mit normalen Eiapparaten auch solche mit rückgebildeten bzw. undifferenzierten Eiapparaten vorkommen und ob außerdem noch Kern- und Zellvermehrung in den Embryosäcken, wie bei *Oenothera*, eintritt. Überhaupt wäre es sehr erwünscht, diese Untersuchungen auf eine größere Anzahl von Pflanzenarten aus verschiedenen Familien auszudehnen.

Schließlich ist noch das häufige Vorkommen von stark vergrößerten, plasmareichen, großkernigen Nuzelluszellen in den Samenanlagen der spät entwickelten, letzten Blüten von *Oenothera* zu besprechen, die als Initialen von Adventivembryonen aufgefaßt werden können. So wie ich in früheren Arbeiten (Haberlandt I) das Auftreten von Nuzellarembryonen in angestochenen *Oenothera*-Fruchtknoten auf die Einwirkung von Wundhormonen zurückgeführt habe und bei *Funkia ovata* und *Allium odorum* zeigen konnte, daß in nächster Nähe der Initialen der Nuzellar- bzw. Integumentembryonen abgestorbene Zellen vorhanden sind, die Nekrohormone liefern (H. III), so schließe ich nun per analogiam auch hinsichtlich der Ausbildung von Embryoinitialen in den Samenanlagen der spät entwickelten *Oenothera*-Blüten auf die Wirksamkeit von »Altershormonen«, wie man die in alternden Pflanzen sich anhäufenden Stoffwechselprodukte nennen könnte, sofern sie streng lokale Wachstumsvorgänge anregen und Kern- und Zellteilungen auslösen.

Daß sich in den Samenanlagen, insbesondere im Nuzellus, einzelne Zellen stark vergrößern, plasmareich und großkernig werden und entweder zu Adventivembryonen auswachsen, wie sie seit Strasburger bei so vielen Pflanzen beobachtet worden sind, oder sich zu aposporen Embryosäcken ausbilden, wie dies nach Rosenberg bei einigen Hieracien der Fall ist, hat nach meiner Auffassung seine unmittelbare Ursache in dem chemischen Reize, der von Nekro-

[1] Vgl. J. Jost in Beneckes und Josts Pflanzenphysiologie, 4. Aufl., Bd. II, S. 216.

Digitized by Google

hormonen ausgeht. Diese Ursache ist selbst wieder die Wirkung einer früheren Ursache, die in Stoffwechselstörungen besteht, welche zum frühzeitigen Absterben einzelner Zellen und Zellgruppen in den Samenanlagen führen. Und diese Stoffwechselstörungen sind schließlich die Folge einer primären Ursache, die eine verschiedene sein kann: ungünstige Verhältnisse des Klimas und Standorts, abnorme Lebensbedingungen, die die Gartenkultur schafft, Bastardierung, erbliche Mutationen und endlich auch das hohe Alter der betreffenden Pflanzen, wie in dieser Arbeit für *Oenothera* gezeigt wurde. Wenn in diesem letzten Falle auch nicht von eigentlichen Stoffwechselstörungen gesprochen werden kann, so kommt doch die Anhäufung von Stoffwechselprodukten in ihrer Wirkung den Folgen solcher Störungen gleich.

IV.

Die Untersuchung der Samenanlagen der beiden *Oenothera*-Arten nach künstlicher Bestäubung der Blüten ergab auch einige Resultate, die über das Verhalten der Pollenschläuche und über die Funktion der Synergiden gewisse Aufschlüsse gegeben haben. Die günstigsten Präparate erhielt ich, wenn die Fruchtknoten 3—4 Tage nach erfolgter Bestäubung fixiert wurden.

Bevor ich das Verhalten der Pollenschläuche an einigen Beispielen näher erläutere, sollen die normalen Vorgänge bei der Befruchtung von *Oenothera*, deren Kenntnis wir Geerts, Renner und namentlich Ishikawa verdanken, in Kürze beschrieben werden. Nach Ishikawa treibt das über dem Scheitel des Embryosacks verbreiterte Pollenschlauchende einen engen, kurzen Fortsatz zwischen die beiden mit einem Fadenapparat versehenen Synergiden und entleert seinen Inhalt, nachdem er sich an der Spitze geöffnet hat, in eine Synergide, deren Fadenapparat er vorher zerstörte. Oft erfolgt die Entleerung des Schlauchinhaltes in beide Synergiden, was wahrscheinlich von der Lage des schmalen Schlauchfortsatzes abhängt. Auf Taf. VII, Fig. 8, 9a, 12 und 17 sowie in den Textfiguren IV und VII 1 bildet Ishikawa diese Dinge ab. Er nimmt an, daß die Auflösung der Membran des Schlauchendes, die den Reaktionen zufolge aus Zellulose und Pektinstoffen besteht, und des Fadenapparates, der gleichfalls diese Zusammensetzung zeigt, durch Enzyme, Zytase und Pektinase bewirkt wird, die die männliche Zelle (»the male cell«) des Schlauches ausscheiden soll. Die Synergiden (bzw. eine von ihnen) vermitteln also nach Ishikawa nur den Übertritt des Pollenschlauchinhaltes in den Embryosack bzw. die Eizelle, worin gegenwärtig wohl allgemein die Funktion der Synergiden erblickt wird.

In jenen Samenanlagen der spät entwickelten Blüten von *Oenothera Lamarckiana*, in denen sich noch normale Gametophyten entwickelt hatten, waren die Pollenschläuche bis zu den Embryosäcken vorgedrungen. Die Eizellen wurden, soweit sich dies feststellen ließ, in der Regel befruchtet, und in einigen Fällen konnte fünf Tage nach der Bestäubung bereits ein 3—4zelliger Embryo beobachtet werden. Den Embryosäcken gegenüber, die einen mehr minder rückgebildeten Gametophyten enthielten, verhielten sich die Pollenschläuche verschieden. Gewöhnlich legten sie sich nur mit verbreitertem

Digitized by Google

Ende an den Scheitel des Embryosackes an, zeigten wohl auch den Ansatz zur Bildung eines kleinen Fortsatzes, doch lag kein Anhaltspunkt dafür vor, daß sie sich geöffnet und ihren Inhalt entleert hätten. Auffallend war ja

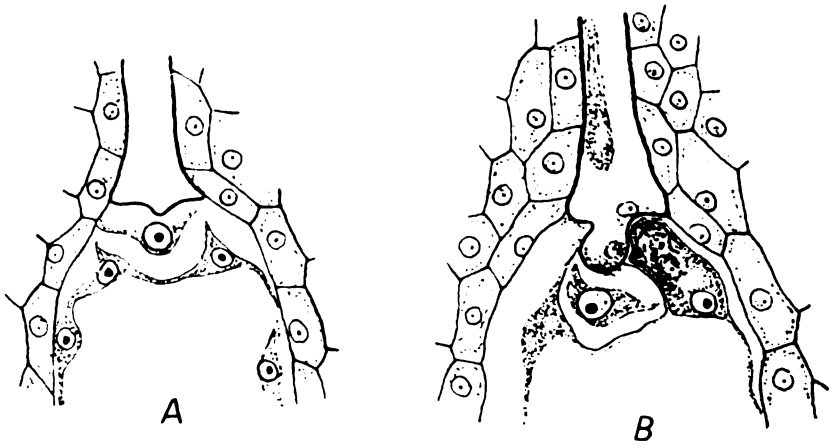


Fig. 7. Oenothera Lamarckiana. *A* vielkerniger Embryosack, am Scheitel das Pollenschlauchende. *B* abnormer Eiapparat und Pollenschlauchende.

allerdings, daß sie entweder gar keinen oder nur einen spärlichen Inhalt besaßen[1]. Daß trotzdem keine Entleerung stattgefunden hatte, geht daraus hervor, daß niemals entleerte Inhaltsmassen in den betreffenden Embryosäcken nachweisbar waren. In Fig. 7*A* ist ein solcher Fall abgebildet. Weder

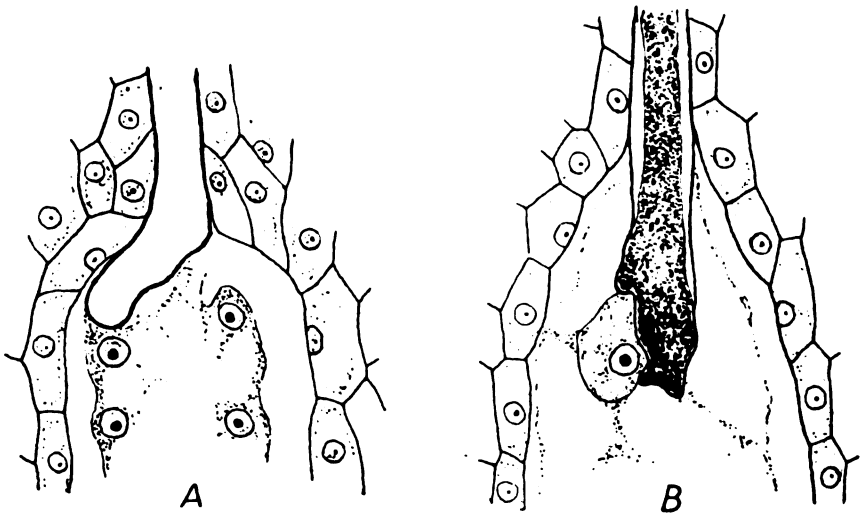


Fig. 8. A Oenothera Lamarckiana; der Pollenschlauch ist in den Embryosack eingedrungen. *B Oenothera muricata*; tief in den Embryosack eingedrungener Pollenschlauch; 3 Tage nach der Bestäubung.

der betreffende Schnitt noch die Nachbarschnitte ließen bei genauester Musterung auch nur eine Spur von entleertem Schlauchinhalt erkennen. In Fig. 7*B*

[1] Die Möglichkeit, daß die Inhaltsmassen bei der Herstellung der Präparate aus den der Länge nach angeschnittenen Schläuchen herausgeschwemmt wurden, ist nicht ausgeschlossen, doch nicht sehr wahrscheinlich.

Digitized by Google

ist der Eiapparat abnorm ausgebildet. Die mittlere Zelle kann als Eizelle gedeutet werden, die rechts davon als eine abnorme Synergide: im Nachbarschnitte lag links von der Eizelle ein großer Kern im Protoplasma, im chalazalen Ende des Embryosackes befanden sich noch zwei Kerne. Der Pollenschlauch hatte vom verbreiterten Ende aus einen ziemlich großen kugeligen Fortsatz getrieben, der keine Öffnung aufwies. Obwohl der stark gefärbte kleinkrümelige Inhalt im oberen Teil der »Synergide« den Verdacht erwecken muß, daß Pollenschlauchinhalt in sie hineingelangt sei, so widerspricht doch dieser Annahme der Inhalt des Schlauchendes, der im spärlichem Plasma ziemlich deutlich zwei kleine Kerne erkennen läßt, die wohl die Spermakerne sind.

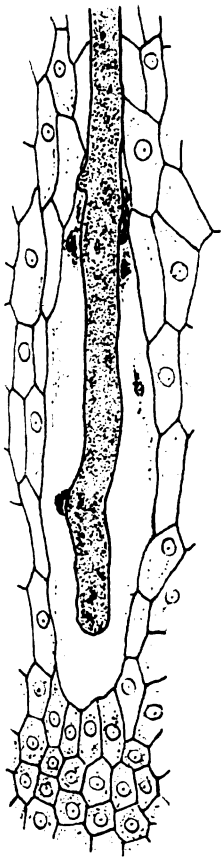


Fig. 9. Oenothera Lamarckiana. Tief in den Embryosack eingedrungener Pollenschlauch: 3 Tage nach der Bestäubung.

In mehreren Fällen war der Pollenschlauch mehr oder minder tief in den Embryosack eingedrungen, der einen abnormen Gametophyten enthielt. In Fig. 3*A* ist der Pollenschlauch bis ungefähr zur Grenze des ersten Drittels des Embryosackes weitergewachsen, der einen ziemlich normalen Eiapparat besaß. Er hat sich bogig an die eine bereits abgestorbene Synergide angelegt und sich an der Spitze geöffnet. Eine Entleerung seines Inhaltes hat nur in sehr spärlichem Maße stattgefunden: jedenfalls ist nichts davon, wie aus der Lage des Schlauchendes hervorgeht, in die benachbarte Synergide gelangt. Es ist dies der einzige Fall, in dem sich die Pollenschlauchspitze geöffnet hat, ohne daß es übrigens zur Befruchtung gekommen wäre. Fig. 8*A* zeigt einen Pollenschlauch, der in einen Embryosack mit 15 Kernen, doch ohne Eiapparat, eingedrungen, Fig. 8*B* einen solchen von *Oe. muricata*, der geradewegs, ohne sich vorher verbreitert zu haben, weitergewachsen war und sich seitlich an die einzige behäutete Zelle des fünfkernigen Gametophyten angelegt hatte. Dieser Schlauch weist einen reichlichen, stark gefärbten Inhalt auf; eine Entleerung hat nicht stattgefunden. Am tiefsten gelang es dem Pollenschlauch der Fig. 9 in den auffallend schmalen Embryosack einzudringen, dessen Inhalt abgestorben war; nur einige stark tingierte krümelige Ballen, wahrscheinlich Kernreste, waren vorhanden. Der Schlauch enthielt reichlichen, feinkörnigen, abgestorbenen Inhalt, von Kernen war nichts zu sehen. Eine Öffnung des Schlauchendes und wenn auch nur geringfügige Entleerung des Inhaltes ist sicher nicht erfolgt[1].

[1] Es ist mir in der Literatur nur ein Fall bekannt geworden, der sich den oben beschriebenen Fällen anreiht. Bei *Epilobium angustifolium* hat nämlich Modilewski einen abnormen Embryosack gefunden, der in der Mitte vier große Kerne, doch keinen Eiapparat besaß. In den oberen Teil des Embryosackes ist ein Pollenschlauch eingedrungen, der wahrscheinlich geschlossen geblieben ist. Als Folge des Fehlens eines Eiapparates sieht Modilewski die »Hilflosigkeit der Spermakerne und vielleicht sogar des Pollenschlauchs« an. Weitere Folgerungen werden aus dieser Beobachtung nicht gezogen.

Digitized by Google

Aus dem Mitgeteilten ergibt sich, daß Pollenschläuche, die mehr oder minder tief in Embryosäcke eindringen, deren Eiapparate verkümmert bzw. rückgebildet sind, sich nicht öffnen und ihren Inhalt nicht entleeren. Die Ursache hiervon kann nicht in den Pollenschläuchen liegen, denn wenn die Eiapparate normal sind, verhalten sich auch jene normal. Es muß vielmehr das Fehlen normal ausgebildeter Synergiden sein, was die Unfähigkeit der Pollenschläuche, sich zu öffnen, zur Folge hat. Denn sie allein sind es, mit denen der Pollenschlauch in normalen Samenanlagen am Scheitel des Embryosackes in unmittelbare Berührung kommt; die Eizelle ist seitlich gelagert.

Damit ist die Frage nach der Funktion der Synergiden aufgeworfen. Daß ihre Aufgabe mit der Übermittlung der Spermakerne an die Eizelle und an das Plasma des Embryosackes behufs Verschmelzung mit dem sekundären Embryosack nicht erschöpft ist, geht schon mit aller Deutlichkeit aus dem so häufigen Vorhandensein eines Fadenapparates hervor. Derselbe besteht bekanntlich aus einer Zellulosekappe, der auch Pektinstoffe eingelagert sein können; sie wird von zarten Plasmafasern der Länge nach durchzogen, die nach Habermann ein zartes, längsgestrecktes Netzwerk bilden sollen. Sie deuten mit Sicherheit auf eine sekretorische Tätigkeit der Synergiden hin, die ihre Hauptfunktion ist und neben der die Übermittlung der Spermakerne nur eine Nebenfunktion darstellt. Denn hierfür bedürfte es nicht eines so scharf ausgeprägten charakteristischen Merkmals, wie es der Fadenapparat ist. Die Funktion der Übermittlung des Spermakerns an die Eizelle könnte ebensogut von einer Plasmaansammlung im Scheitel des Embryosacks übernommen werden, oder der Spermakern könnte direkt in die scheitelständige Eizelle entleert werden, wie das z. B. bei *Plumbagella* der Fall sein muß, wo Synergiden fehlen.

Worin besteht nun die sekretorische Tätigkeit der Synergiden und wozu dient sie? Strasburger hat bekanntlich als erster die Vermutung ausgesprochen, daß die Synergiden einen Reizstoff ausscheiden, der zur chemotropischen Anlockung der Pollenschläuche dienen soll und ihr Wachstum bis zum Scheitel des Embryosackes dirigiert. Habermann hat dann wahrscheinlich zu machen versucht, daß es die in den Vakuolen der Synergiden nachweisbare Glukose und das Eiweiß ist, die die chemotropische Reizung der Schläuche bewirken. Wenn auch durch die Untersuchungen von Molisch, Miyoshi, Lidforss und anderen sichergestellt ist, daß die Pollenschläuche seitens der Samenanlagen angelockt werden und Miyoshi zeigen konnte, daß die Schläuche auf Rohrzucker und andere Kohlehydrate gut reagieren, während Lidforss bei *Narcissus Tazetta* in Proteinstoffen die anlockende Substanz erkannte, so kann es doch keinem Zweifel unterliegen, daß es nicht die Synergiden sind, die diese Stoffe ausscheiden. Oft reicht ja der Mikropylekanal nicht bis zum Embryosack, und bei *Oenothera* finden die Schläuche auch dann ihren Weg bis zum Embryosack, wenn keine Synergiden vorhanden sind. Die Stoffausscheidung seitens der Synergiden muß also einen anderen Zweck haben, und da liegt es nun nahe, anzunehmen, daß es sich um die Sekretion von Enzymen, Zytase und Pektinase, handelt, die die Aufgabe haben, die Aufquellung und Lösung der Membran des Pollenschlauchendes

Digitized by Google

zu bewerkstelligen und so die Entleerung seines Inhaltes zu ermöglichen. Diese Annahme, auf die meines Wissens zuerst GOEBEL aufmerksam gemacht hat, findet eine wesentliche Stütze durch meine oben für *Oenothera* angegebenen Befunde. Wenn wir sehen, daß das Pollenschlauchende bei Verkümmerung und Fehlen der Synergiden nicht imstande ist, sich zu öffnen, so liegt hier gewissermaßen das Ergebnis eines Naturexperimentes vor, das den unmöglichen mikrurgischen Eingriff zwecks Zerstörung der Synergiden zu ersetzen vermag. Mit der Annahme, daß die membranlösenden Enzyme von den Synergiden geliefert werden, wird natürlich ISHIKAWAS Hypothese, daß diese Enzyme vom Pollenschlauchinhalt selbst erzeugt werden, hinfällig.

Wie sich diese Dinge bei den chalazogamen Pflanzen verhalten, ist eine Frage für sich, deren Erörterung schon außerhalb des Rahmens dieser Mitteilung liegt.

Literatur.

FAMILLER, I., Biogenetische Untersuchungen über verkümmerte oder umgebildete Sexualorgane, Flora, Bd. 82, 1896.

GERRTS, I. N., Beiträge zur Kenntnis der Zytologie und der partiellen Sterilität von *Oenothera Lamarckiana*. Recueil des Travaux bot. Néerland. Bd. V, 1909.

GOEBEL, K., Organographie der Pflanzen, II. Aufl. 3. Teil, S. 1748, Jena 1923.

HABERLANDT, G., I. Über experimentelle Erzeugung von Adventivembryonen bei *Oenothera Lamarckiana*. Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. 1921. XL.

Derselbe, II. Wundhormone als Erreger von Zellteilungen, Beiträge zur allgemeinen Botanik. Bd. II, 1. Heft, 1921.

Derselbe, III. Die Vorstufen und Ursachen der Adventivembryonie, Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. Wiss., 1922. XXV.

HABERMANN, A., Der Fadenapparat in den Synergiden der Angiospermen, Beihefte zum bot. Zentralblatt, Bd. XX, 1. Abt., 1906.

ISHIKAWA, M., Studies on the Embryo Sac and Fertilization in *Oenothera*, Annals of Botany, Bd. XXXII. 1918.

MICHAELIS, P., Zur Zytologie und Embryoentwicklung von *Epilobium*, Berichte der deutsch. bot. Gesellsch. Bd. 43, 1925.

MODILEWSKI, I., Zur Embryobildung von einigen Onagraceen. ebenda. Bd. 27. 1909.

STRASBURGER, E., I. Über Befruchtung und Zellteilung, Leipzig 1877.

Derselbe, II. Neuere Untersuchungen über den Befruchtungsvorgang bei den Phanerogamen, Jena 1884.

TÄCKHOLM, G., Beobachtungen über die Samenentwicklung einiger Onagraceen, Svensk Botanisk Tidskrift, 1915.

TISCHLER, G., Über die Entwicklung der Samenanlagen in parthenokarpen Angiospermenfrüchten. Jahrb. f. wissensch. Botanik, Bd. 52, 1903.

Digitized by Google

Adresse an Hrn. KARL VON GOEBEL zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 24. Februar 1927.

Hochgeehrter Herr Kollege!

Als Sie vor fünfzig Jahren sich den Doktorhut erwarben, stand die von M. J. SCHLEIDEN so leidenschaftlich geforderte Entwicklungsgeschichte der Pflanzen in voller Blüte. Ihr haben Sie Ihre Erstlingsarbeiten gewidmet, wobei Sie, frühzeitig schon über die bloß deskriptive Vergleichung hinausgehend, auf der von Ihrem großen Lehrer WILHELM HOFMEISTER eröffneten Bahn kausale Entwicklungsgeschichte und Morphologie betrieben haben, die sich vor allem auf Experimente stützt. So haben Sie den Übergang der beschreibenden Entwicklungsgeschichte zur Entwicklungsphysiologie als einer der führenden Forscher vermitteln helfen.

Auch noch auf andere Weise sind Sie in hohem Maße reformatorisch tätig gewesen. Die idealistische Morphologie der Pflanzen hat sich seit Goethes Zeiten um die Funktion der einzelnen Organe nur wenig gekümmert; absichtlich hat sie nur von den morphologischen Gliedern des Pflanzenkörpers gesprochen. Ihr großes, unvergängliches Verdienst ist es, in Ihrem umfangreichen, von zahlreichen eigenen Untersuchungsergebnissen durchsetzten Werke über die Organographie der Pflanzen die morphologischen Glieder wieder in ihre Rechte als Organe im Dienste des Lebens eingesetzt und ihre Gestaltung mit ihren physiologischen und ökologischen Aufgaben in Beziehung gebracht zu haben. Die unermeßliche, in unzähligen Abwandlungen auftretende Mannigfaltigkeit der Formen wird so in Ihrem Werke von der Sonne des Lebens bestrahlt und erhellt. Auch in verschiedenen monographischen Arbeiten haben Sie diese Gesichtspunkte zur Geltung gebracht, von den pflanzenbiologischen Schilderungen an, in denen Sie Ihre auf weiten Reisen in den tropischen und subtropischen Gebieten der Alten und der Neuen Welt gesammelten Beobachtungen niederlegten, bis zu Ihrem letzten großen Werke über die Entfaltungsbewegungen der Pflanzen, worin Sie mit unerbittlicher Kritik die teleologische Deutung zahlreicher Lebensvorgänge, insbesondere der Reizbewegungen, auf ihre Berechtigung hin geprüft haben, obgleich oder gerade weil Sie selbst ihre Zweckmäßigkeit in so vielen Fällen zu erforschen bestrebt waren. So haben Sie die Schwierigkeiten und Gefahren dieser an sich durchaus berechtigten Betrachtungsweise aus eigener Erfahrung kennengelernt.

Digitized by Google

Was Ihr wissenschaftliches Lebenswerk besonders kennzeichnet, ist der Sinn für die historischen Zusammenhänge im Entwicklungsgange der Wissenschaft, der in unserer stürmisch vorwärts drängenden Zeit leider immer mehr zu verkümmern droht. Die vor wenigen Jahren erschienene, von dankbarer Pietät diktierte Biographie Wilhelm Hofmeisters legt von Ihrem tiefen Eindringen in die Geschichte der allgemeinen Botanik ein beredtes Zeugnis ab.

Die Preußische Akademie der Wissenschaften bringt Ihnen, hochgeehrter Herr Kollege, zu Ihrem fünfzigjährigen Doktorjubiläum ihre herzlichen Glückwünsche dar und knüpft daran die Hoffnung, daß Sie, vor zwei Jahren erst als junggebliebener Siebziger aus Java heimgekehrt, in ungeschwächter Schaffenskraft und Schaffenslust die Wissenschaft noch lange mit den Ergebnissen unverdrossener Forscherarbeit bereichern werden.

Die Preußische Akademie der Wissenschaften.

Ausgegeben am 4. April.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

VIII. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 3. März.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

1. Hr. Rubner legte vor eine Mitteilung: Über die physiologische Bedeutung des Lignins pflanzlicher Nahrungsmittel. (Ersch. später.)

Die übliche Anschauung, die Verdauungsmöglichkeit und der Verdauungsgrad pflanzlicher Zellmembranen im menschlichen Körper beruhe auf der Verschiedenheit im Gehalt an Lignin, besteht nicht zu Recht; vielmehr ist anzunehmen, daß Zellulosen von verschiedenem Aufbau in kolloidaler Hinsicht den Unterschied der Verdaulichkeit bedingen. Das Lignin ist aber eine Leitsubstanz, welche auf den Verdaulichkeitsgrad der Zellulose selbst hinweist. Es wird gezeigt, daß Lignin selbst bis zur Hälfte seiner Masse resorbiert werden kann.

*2. Weiter legte Hr. Rubner vor eine Untersuchung über die Verbrennungswärmen der Zellkerne und ihrer Bausteine.

3. Hr. Engler überreichte das 89. Heft (IV, 105) des Werkes »Das Pflanzenreich«: O. E. Schulz, Cruciferae-Draba et Erophila (Leipzig 1927).

Ausgegeben am 4. April.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

IX. Gesamtsitzung. 10. März.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Heymann.

*1. Hr. Hesse sprach über Temperaturregulierung beim Elefanten.

Die Ohren des Elefanten sind Werkzeuge für die Regulierung der Körpertemperatur. Ihre Schlagfrequenz nimmt zu mit steigender Außentemperatur; die Regelung der Frequenz geschieht reflektorisch.

2. Hr. Bieberbach überreichte den 2. Band seines »Lehrbuch der Funktionentheorie« (Leipzig und Berlin 1927), seine »Einführung in die konforme Abbildung« (2. Aufl., Berlin und Leipzig 1927) und die von ihm herausgegebene Übersetzung des Werkes von Federigo Enriques »Zur Geschichte der Logik« (Leipzig und Berlin 1927);

3. Hr. Spranger die griechische Übersetzung seiner »Psychologie des Jugendalters« von N. J. Loubari (Athen 1926).

4. Vorgelegt wurde das Werk von Andreas Heusler »Deutsche Versgeschichte mit Einschluß des altenglischen und altnordischen Stabreimverses«, 2. Band (Berlin und Leipzig 1927);

5. ferner Leopold Wenger »Praetor und Formel« (München 1926) und

6. endlich das mit Unterstützung der Akademie veröffentlichte Werk des verstorbenen Dr. Carl Schoy »Die trigonometrischen Lehren des persischen Astronomen Abu'l-Raihân Muh. Ibn Ahmad al-Bîrûnî (Hannover 1927).

7. Die Akademie hat zu wissenschaftlichen Zwecken bewilligt:

durch ihre physikalisch-mathematische Klasse

2000 ℛℳ als Beitrag zu der Expedition des Hrn. Dr. B. Rensch in Berlin nach den Kleinen Sunda-Inseln,

2100 ℛℳ als Zuschuß zu der Herausgabe des 5. Bandes der »Geschichte des Fixsternhimmels« und

420 ℛℳ für die Euler-Ausgabe;

durch ihre philosophisch-historische Klasse

600 ℛℳ für die Fortführung des »Index über die Interpolationen in den Justinianischen Digesten« und

Digitized by Google

300 ℳ für die Anfertigung von Tafeln zu dem von Hrn. Prof. Dr. Lehmann-Haupt in Innsbruck bearbeiteten »Corpus inscriptionum Chaldicarum«.

8. Die Akademie hat eine Erklärung über die Schutzfrist des Urheberrechtes abgegeben, welche in diesem Stück abgedruckt ist.

Die Akademie hat das korrespondierende Mitglied ihrer physikalisch-mathematischen Klasse Hrn. Franz Mertens in Wien am 5. März durch den Tod verloren.

Digitized by Google

Erklärung über die Schutzfrist des Urheberrechtes.

Die Frage der Verlängerung der Schutzfrist für literarische, musikalische und künstlerische Werke von 30 auf 50 Jahre nach dem Tode des Verfassers wird lebhaft erörtert, und ihre Behandlung auf der im Herbst bevorstehenden Konferenz des internationalen Berner Urheberrechts-Verbandes steht bevor. Die Preußische Akademie der Wissenschaften hält es für ihre Pflicht, zu der Frage, welche die Interessen der Wissenschaft stark berührt, Stellung zu nehmen.

Die Akademie warnt dringend vor einer Verlängerung der Frist, sie betrachtet die Verlängerung nicht nur für unzweckmäßig, sondern geradezu für schädlich.

Der bloße Wunsch nach internationaler Vereinheitlichung der Frist kann nicht für die Verlängerung ausschlaggebend sein. Denn die Wirkung der formal einheitlichen Frist ist bei Ländern mit verschiedenem Kulturstande erfahrungsgemäß durchaus verschieden, auch besteht bei verschiedener Ausgestaltung der Frist in den Einzelheiten leicht nur eine Scheingleichheit, wie das Verhältnis der fünfzigjährigen englischen Frist mit Zwangslizenz zur französischen fünfzigjährigen Frist ohne Zwangslizenz zeigt. Sodann aber gibt die Berner Konvention jedem Verbandsstaate ausdrücklich das Recht, seine Frist frei zu bestimmen. Deutschland, durch internationale Verträge aufs schwerste, und zwar gerade auch auf dem Gebiete des Urheberrechts belastet, darf nicht wohlerworbene Rechte aufgeben, sofern dies nicht seine Interessen dringend fordern.

Die urheberrechtlichen Interessen Deutschlands aber fordern im Gegenteil die Beibehaltung der dreißigjährigen Frist.

Der Verleger kann in 30 Jahren das Werk hinreichend wirtschaftlich ausnützen: ist er in dieser Zeit ausnahmsweise nicht wenigstens auf seine Kosten gekommen, so wird er auch in weiteren 20 Jahren das Werk kaum erfolgreich vertreiben. Inflationsschäden des Buchhandels aber dürfen durch Eingriffe in das allgemeine Urheberrecht nicht ausgeglichen werden. Übrigens stehen den Interessen der sog. Originalverleger diejenigen der Verleger freigewordener Werke gegenüber.

Digitized by Google

Das ideale Interesse der Urheber an möglichster Verbreitung ihrer Werke spricht gegen jede Fristverlängerung. Aber auch das wirtschaftliche Interesse der Urheber an einer Verlängerung ist viel geringer, als man glauben machen möchte. Es fehlt für die große Masse der Schriftsteller, welche der Presse und der Tagesunterhaltung dienen, für fast alle Verfasser wissenschaftlicher Arbeiten, für die Masse der Komponisten leichter und auch eines Teiles ernster Musik, für die bildenden Künstler, welche dem Tagesgeschmack und dem Kunstgewerbe, oft auch für die, welche der hohen Kunst sich widmen. Nur ein ganz kleiner Kreis von Urhebern kann von einem Schutz, der vom 30. bis zum 50. Jahre nach ihrem Tode läuft, ernstlich materiellen Gewinn erwarten: es ist irreführend, wenn die Frage als ein Teil der sozialen Frage, als Angelegenheit des Schutzes der »geistigen Arbeiter« im Sinne eines Massenproblems hingestellt wird. Aber auch für den kleinen, durch besonders erfolgreiche dichterische, wissenschaftliche, künstlerische Arbeiten interessierten Teil der Urheber wirkt der fünfzigjährige Schutz in den meisten Fällen nur noch als Schutz der Erbeserben oder doch wirtschaftlich selbständiger Erben. Und wieder nur bei einem geringen Bruchteile dieses ohnehin kleinen Teiles der Urheber lebt 30 Jahre nach dem Tode noch die Witwe des Urhebers. Die Sicherstellung solcher Witwen, in der Tat eine nationale Ehrenpflicht, kann aber weit besser durch einen verhältnismäßig bescheidenen Fonds erreicht werden, den der Herr Reichspräsident nach dem Maßstabe verteilt, in welchem der Witwe durch die Nichtverlängerung der Frist nachweisbar Einkünfte entgehen. Zudem könnte durch die Verlängerung der Schutzfrist gegenüber der öffentlichen Aufführung von Geisteswerken den Erben der Urheber nach der wirtschaftlich ertragreichsten Seite hin für die meisten Fälle ausreichend geholfen werden. Die Erweiterung der Aufführungsschutzfrist ist kulturell viel weniger bedenklich und ist zudem leicht zu beaufsichtigen.

Jedenfalls reichen die wirtschaftlichen Privatinteressen an der Fristverlängerung nicht zur Begründung eines fünfzigjährigen Schutzes aus. Denn diesen Interessen ganz Weniger steht das gewaltige Interesse der Volksgemeinschaft an der rechtzeitigen Verbreitung solcher Werke gegenüber, welche 30 Jahre nach dem Tode ihres Urhebers noch zum Volke sprechen. Nach weiteren 20 Jahren würden sie meist völlig verblaßt sein. Daß die Vervielfältigungen beim Freiwerden nach 30 Jahren infolge der starken und oft nur mit geringem Verdienst arbeitenden Konkurrenz des Verlags erheblich billiger zu werden pflegen, kann niemand ernstlich leugnen. Wir dürfen nicht Fontane und Brahms noch weitere 20 Jahre den weniger bemittelten Käufern versperren. Die heutige 30jährige Schutzfrist muß zur Ermöglichung der geistigen Produktion ertragen werden und hat sich als zweckmäßig erwiesen. Aber eine stärkere Einschränkung wirkt kulturfeindlich, auch wenn sie sich auf eine bloße Abgabe an die Erben des Urhebers unter Ausschaltung des Verlegers beschränkt: das Urheberrecht ist kein »ewiges« Recht wie das Eigentum, und selbst dieses wird von der heutigen Rechtsordnung in maßvollem Umfange der Allgemeinheit wegen eingeschränkt. Das billige gute Buch, die Hausmusik, die billige künstlerische Reproduktion dürfen dem deutschen Leben nicht geschmälert werden. Zudem haben die geistigen Urheber ein unmittel-

Digitized by Google

bares Interesse an der Nichtverlängerung der Frist, und das gleiche Interesse hat die Wissenschaft: nicht nur der Gesamtaufwand für geistige Güter, sondern vor allem auch die geistige Gesamtleistung, insbesondere die wissenschaftliche Gesamtleistung eines Volkes, hängt von dessen Kulturhöhe ab. Eine Senkung dieser Kulturhöhe durch Antastung des geistigen Gemeingutes würde ein schwerer Fehler in einer Zeit sein, in der das nationale Unglück alles daran zu setzen nötigt, um durch die Pflege sittlicher Kräfte Deutschland wieder zu heben.

Die Preußische Akademie der Wissenschaften.

Ausgegeben am 4. April.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Digitized by Google

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

X. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 17. März.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

1. Hr. Schur sprach über die rationalen Darstellungen der allgemeinen linearen Gruppe.

Die Theorie dieser Darstellungen hat der Verfasser bereits im Jahre 1901 in seiner Dissertation entwickelt. Die Hauptresultate dieser Theorie werden auf neuem, kürzerem Wege bewiesen.

2. Hr. Schur legte eine Arbeit von Hrn. Dr. J. v. Neumann in Budapest vor: Zur Theorie der Darstellungen kontinuierlicher Gruppen.

Die Darstellungstheorie beschäftigt sich mit dem Studium der Gruppen $\mathfrak{D}$ linearer Substitutionen, die einer gegebenen Substitutionsgruppe $\mathfrak{G}$ homomorph sind. Es werden hierbei vielfach weitgehende Voraussetzungen über die Art der funktionalen Abhängigkeit der Koeffizienten der Gruppe $\mathfrak{D}$ von den Koeffizienten der Gruppe $\mathfrak{G}$ gemacht. Der Verfasser zeigt, daß die Stetigkeit dieser Funktionen und sogar eine weniger weitgehende Voraussetzung die Eigenschaft der Differenzierbarkeit nach sich zieht.

Digitized by Google

Über die rationalen Darstellungen der allgemeinen linearen Gruppe.

Von I. Schur.

Die Gruppe aller linearen homogenen Substitutionen in n Veränderlichen mit nicht verschwindenden Determinanten wird im folgenden mit $\mathfrak{G}_n$ bezeichnet. Ordnet man jeder Substitution $A = (a_{\varkappa\lambda})$ von $\mathfrak{G}_n$ eine lineare homogene Substitution

$$T(A) = (c_{\varrho\sigma}) \qquad (\varrho, \sigma = 1, 2, \cdots, N)$$

in N Veränderlichen zu und wird hierbei für je zwei Substitutionen A und B von $\mathfrak{G}_n$

$$T(A)\,T(B) = T(AB),$$

so entsteht eine *Darstellung* oder ein *Homomorphismus* N-ten *Grades* der Gruppe $\mathfrak{G}_n$. Die Darstellung heiße *rational*, wenn die N^2 Koeffizienten $c_{\varrho\sigma}$ ganze rationale Funktionen der n^2 Veränderlichen $a_{\varkappa\lambda}$ sind[1]. Insbesondere nenne man die Darstellung *homogen von der Ordnung m*, wenn jedes $c_{\varrho\sigma}$ entweder Null oder eine homogene ganze rationale Funktion m-ter Ordnung in den $a_{\varkappa\lambda}$ ist. Die Spur

$$\Phi = c_{11} + c_{22} + \cdots + c_{NN}$$

von $T(A)$ heißt die *Charakteristik* der Darstellung $T(A)$. Die Begriffe *Ähnlichkeit* (*Äquivalenz*), *Irreduzibilität* und *vollständige Reduzibilität* werden im üblichen Sinne gebraucht[2].

Die Theorie der rationalen Darstellung der Gruppe $\mathfrak{G}_n$ habe ich in meiner Dissertation[3] ausführlich entwickelt. Die Hauptergebnisse dieser Untersuchung lassen sich folgendermaßen formulieren.

I. *Jede rationale Darstellung von* $\mathfrak{G}_n$ *ist vollständig reduzibel.*

---

[1] Handelt es sich um gebrochene rationale Funktionen $c_{\varrho\sigma}$ der $a_{\varkappa\lambda}$, so beweist man leicht, daß der Hauptnenner der N^2 Funktionen $c_{\varrho\sigma}$, abgesehen von einem konstanten Faktor, eine Potenz D^k der Determinante D der $a_{\varkappa\lambda}$ sein muß. Nach Multiplikation mit D^k entsteht eine Darstellung von $\mathfrak{G}_n$ mit ganzen rationalen Koeffizienten. Die Zulassung gebrochener rationaler Funktionen liefert daher nichts Neues.

[2] Vgl. etwa G. Frobenius und I. Schur, *Über die Äquivalenz der Gruppen linearer Substitutionen*, Sitzungsberichte der Berliner Akademie, 1906, S. 209—217.

[3] *Über eine Klasse von Matrizen, die sich einer gegebenen Matrix zuordnen lassen.* Berlin 1901. — Im folgenden wird diese Arbeit kurz mit *D.* zitiert.

Digitized by Google

I'. *Zwei Darstellungen desselben Grades sind dann und nur dann einander ähnlich, wenn ihre Charakteristiken übereinstimmen.*

II. *Eine nicht homogene (rationale) Darstellung ist stets reduzibel. Ist $T(A)$ eine homogene Darstellung der Ordnung m und bezeichnet man mit $s_\varkappa$ die Spur der $\varkappa$-ten Potenz $A^\varkappa$ der Matrix A, so läßt sich die Charakteristik Φ von $T(A)$ in der Form*

$$\Phi = \sum \frac{\chi_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m}}{\alpha_1!\, \alpha_2! \cdots \alpha_m!} \left(\frac{s_1}{1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{s_2}{2}\right)^{\alpha_2} \cdots \left(\frac{s_m}{m}\right)^{\alpha_m}$$

schreiben, wo $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$ alle nicht negativen ganzen Zahlen durchlaufen, die der Gleichung

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + \cdots + m\alpha_m = m$$

genügen. Hierbei stellen die Zahlen $\chi_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m}$ einen Charakter der symmetrischen Gruppe $\mathfrak{S}_m$ in m Vertauschungssymbolen dar, bei dem $\chi_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m}$ derjenigen Klasse von $\mathfrak{S}_m$ entspricht, deren Permutationen in α_1 Zykeln der Ordnung 1, ferner α_2 Zykeln der Ordnung 2 usw. zerfallen.

III. *Bei vorgeschriebener Ordnungszahl $m > 0$ ist die Anzahl der einander nicht ähnlichen irreduziblen Darstellungen gleich der Anzahl k der Zerlegungen*

$$(1) \qquad m = \mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_r \qquad (\mu_1 \geqq \mu_2 \geqq \cdots \geqq \mu_r,\ r \leqq n)$$

in höchstens n positive ganzzahlige Summanden. Setzt man für $m = 1, 2, \cdots$

$$(2) \qquad p_m = \sum \frac{1}{\alpha_1!\, \alpha_2! \cdots \alpha_m!} \left(\frac{s_1}{1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{s_2}{2}\right)^{\alpha_2} \cdots \left(\frac{s_m}{m}\right)^{\alpha_m} \qquad (\alpha_1 + 2\alpha_2 + \cdots + m\alpha_m = m)$$

und $p_0 = 1$, $p_{-1} = p_{-2} = \cdots = 0$, so wird die Charakteristik Φ der zur Zerlegung (1) gehörenden irreduziblen Darstellung gleich der Determinante

$$\Phi = \left| p_{\mu_\alpha - \alpha + \beta} \right|. \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \cdots, r)$$

Der Grad $N_{\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_r}$ dieser Darstellung ist gleich dem Produkt

$$N_{\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_r} = \prod_{\varkappa < \lambda}^{n} \frac{\mu_\varkappa - \mu_\lambda + \lambda - \varkappa}{\lambda - \varkappa},$$

wobei für $r < n$ die Zahlen $\mu_{r+1}, \mu_{r+2}, \cdots, \mu_n$ durch Nullen zu ersetzen sind.

Der Beweis dieser Sätze ergab sich in meiner Dissertation, indem ich eine homogene Darstellung $T(A)$ der Ordnung m in der Gestalt

$$T(A) = \sum \begin{bmatrix} \varkappa_1 & \varkappa_2 & \cdots & \varkappa_m \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_m \end{bmatrix} a_{\varkappa_1 \lambda_1} a_{\varkappa_2 \lambda_2} \cdots a_{\varkappa_m \lambda_m} \qquad (\varkappa_\mu, \lambda_\mu = 1, 2, \cdots, n)$$

schrieb und die Tatsache benutzte, daß insbesondere für $m \leqq n$ die $m!$ Matrizen

$$(3) \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_m \end{bmatrix},$$

Digitized by Google

die den $m!$ Permutationen $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_m$ der Indizes $1, 2, \cdots, m$ entsprechen, eine Darstellung der symmetrischen Gruppe $\mathfrak{S}_m$ bilden. Auf diesem Wege tritt der eigentümliche Zusammenhang zwischen den (rationalen) Darstellungen der unendlichen Gruppe $\mathfrak{G}_n$ und den Darstellungen der endlichen Gruppen $\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2, \mathfrak{S}_3, \cdots$ am deutlichsten hervor. Der Aufbau der Darstellung $T(A)$ von $\mathfrak{G}_n$ mit Hilfe der Darstellung (3) von $\mathfrak{S}_m$ gestaltet sich aber etwas umständlich, auch erscheint die Bevorzugung des Falles $m \leqq n$ als störend.

Die spätere Entwicklung der allgemeinen Theorie der Gruppen linearer Substitutionen hat als wesentliches Moment ergeben, daß die Sätze I und I' genau dasselbe besagen[1], so daß nur einer der beiden Sätze bewiesen zu werden braucht.

In neuerer Zeit ist Hr. H. Weyl im Rahmen seiner weittragenden Untersuchungen über kontinuierliche halb-einfache Gruppen zu neuen, eleganten Beweisen für die Sätze I—III gelangt[2]. Die von ihm benutzte Beweismethode, bei der eine Modifikation des Hurwitzschen Integralkalkuls eine wesentliche Rolle spielt, ergab zugleich eine wichtige Ergänzung der Resultate meiner Dissertation. Hr. Weyl zeigt nämlich, daß es für die Untergruppe $\mathfrak{U}_n$ von $\mathfrak{G}_n$, die aus allen Substitutionen von der Determinante 1 besteht, keine anderen Darstellungen durch lineare Transformationen als die von mir bestimmten gibt[3]. Die hierbei zu machenden Voraussetzungen über die Art der Abhängigkeit der Koeffizienten $c_{\sigma\tau}$ von den $a_{\varkappa\lambda}$ lassen sich, wie Hr. J. v. Neumann in der nachstehenden Arbeit zeigt, noch wesentlich reduzieren. Es genügt insbesondere, die $c_{\sigma\tau}$ als stetige Funktionen der $a_{\varkappa\lambda}$ anzunehmen.

Im folgenden beschränke ich mich wieder auf das Studium der für die Anwendungen vor allem wichtigen rationalen Darstellungen der Gruppe $\mathfrak{G}_n$. Ich leite auf rein algebraischem Wege einen neuen, kürzeren Beweis für die Sätze I und II ab (§§ 1—3). Der Übergang von unserem Problem zu der Frage nach den Darstellungen der symmetrischen Gruppe wird hierbei auf ganz andere Weise als in meiner Dissertation oder in der Arbeit von Hrn. Weyl (a. a. O., § 7) gewonnen. Im § 4 teile ich einen zweiten, sehr einfachen Beweis für den Satz I mit. Hierbei mache ich wie Hr. Weyl von der Integralrechnung Gebrauch, mein Verfahren weicht aber von dem Weylschen nicht unwesentlich ab.

Auf Grund der Sätze I und II kann der Beweis des Satzes III ohne Mühe erbracht werden, wenn man die von Frobenius[4] bestimmten Charaktere der symmetrischen Gruppe $\mathfrak{S}_m$ als bekannt annimmt. Es ist aber einfacher, einen direkten Weg einzuschlagen, der zugleich die Charaktere von $\mathfrak{S}_m$ liefert. Das ist bereits in meiner Dissertation und auch in der Arbeit von Hrn. Weyl geschehen. Der hier entwickelte Beweis (§ 5) ist dem in D., § 27 angegebenen nahe verwandt.

---

[1] Vgl. G. Frobenius und I. Schur, a. a. O., Satz IV.

[2] Vgl. insbesondere H. Weyl, *Theorie der Darstellung kontinuierlicher halb-einfacher Gruppen durch lineare Transformationen*. I., Math. Zeitschrift, Bd. 23 (1925). S 271—309.

[3] Für die Gruppe $\mathfrak{G}_n$ gilt ein solcher Satz nicht (vgl. H. Weyl, a. a. O., § 8).

[4] G. Frobenius, *Über die Charaktere der symmetrischen Gruppe*, Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1900, S. 516—534.

Digitized by Google

§ 1. Die Operation $\Pi_m A$ und die zugehörige Darstellung der Gruppe $\mathfrak{S}_m$.

Bedeutet E_n die Einheitsmatrix des Grades n, so wird für jede Darstellung $T(A)$ der Gruppe $\mathfrak{G}_n$

$$T(xE_n)T(A) = T(A)T(xE_n) = T(xA) \tag{4}$$

und insbesondere

$$T(xE_n)T(yE_n) = T(xyE_n). \tag{5}$$

Damit $T(A)$ homogen von der Ordnung m sei und eine nicht verschwindende Determinante aufweise, ist das Bestehen der Gleichung

$$T(xE_n) = x^m E_N$$

notwendig und hinreichend. Hierbei bezeichnet wieder N den Grad von $T(A)$.

Die Zurückführung des allgemeinen Falles auf den Fall der homogenen Darstellungen ist leicht zu erzielen (vgl. D., § 1). Aus (5) folgt nämlich (für eine rationale Darstellung), daß eine Ähnlichkeitstransformation M so bestimmt werden kann, daß $M^{-1}T(xE_n)M$ eine Diagonalmatrix wird, die in der Hauptdiagonale nur Elemente der Form x^α oder Nullen enthält. Wegen (4) zerfällt dann $M^{-1}T(A)M$ *vollständig* in lauter homogene Darstellungen mit nicht verschwindenden Determinanten, wozu noch eine Darstellung durch Nullmatrizen hinzukommen kann.

Beim Studium der homogenen Darstellungen von $\mathfrak{G}_n$ spielt die KRONECKER-HURWITZsche Produkttransformation eine Hauptrolle. Je zwei linearen Transformationen

$$x_\varkappa = \sum_{\lambda=1}^{n} a_{\varkappa\lambda} x'_\lambda, \qquad (\varkappa = 1, 2, \cdots, n) \tag{A}$$

$$y_\mu = \sum_{\nu=1}^{n'} b_{\mu\nu} y'_\nu \qquad (\mu = 1, 2, \cdots, n') \tag{B}$$

ordnet man die lineare Transformation

$$x_\varkappa y_\mu = \sum_{\lambda,\nu} a_{\varkappa\lambda} b_{\mu\nu} x'_\lambda y'_\nu \tag{6}$$

in nn' Veränderlichen zu. Denkt man sich die Produkte $x_\varkappa y_\mu$ (und ebenso $x'y'$) in der Reihenfolge

$$x_1y_1,\ x_1y_2,\ \cdots,\ x_1y_{n'},\ x_2y_1,\ x_2y_2,\ \cdots,\ x_2y_{n'},\ \cdots$$

angeordnet, so wird nach A. HURWITZ[1] die lineare Transformation (6) und auch ihre Matrix mit $A \times B$ bezeichnet. Die Spur von $A \times B$ ist gleich dem Produkt aus den Spuren der Matrizen A und B. Für ein zweites Paar linearer Transformationen A_1 und B_1 in n, bzw. n' Veränderlichen wird

$$(A \times B)(A_1 \times B_1) = AA_1 \times BB_1. \tag{7}$$

[1] *Zur Invariantentheorie*, Math. Annalen Bd. 45, S. 381--404.

Digitized by Google

Analoges gilt für mehr als zwei lineare Transformationen $A, B, C, \cdots$ und die zugehörige Operation

$$A \times B \times C \times \cdots .$$

Insbesondere setze ich (vgl. D. § 7)

$$\Pi_m A = A \times A \times \cdots \times A . \qquad (m \text{ Faktoren})$$

Diese Operation liefert wegen (7) eine homogene Darstellung m-ter Ordnung der Gruppe $\mathfrak{S}_n$; ihr Grad ist gleich n^m.

Denkt man sich die n^m Indizeskombinationen

$$(\varkappa_1, \varkappa_2, \cdots, \varkappa_m) \qquad (\varkappa_\mu = 1, 2, \cdots, n) \tag{8}$$

so angeordnet, daß $(\varkappa_1, \varkappa_2, \cdots, \varkappa_m)$ vor $(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_m)$ steht, wenn die erste unter den Differenzen

$$\lambda_1 - \varkappa_1, \quad \lambda_2 - \varkappa_2, \cdots, \quad \lambda_m - \varkappa_m ,$$

die nicht Null ist, positiv ausfällt, so kann die Matrix $\Pi_m A$ in der Form

$$\Pi_m A = (a_{\varkappa_1 \lambda_1} a_{\varkappa_2 \lambda_2} \cdots a_{\varkappa_m \lambda_m})$$

geschrieben werden. Hierbei wird also jedes Element der Matrix durch zwei Kombinationen aus dem System (8) charakterisiert.

Ich betrachte nun eine Permutation

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \cdots & \sigma_m \end{pmatrix}$$

der Indizes $1, 2, \cdots, m$ und bilde die Matrix des Grades n^m

$$\Pi_S A = \left(a_{\varkappa_1 \lambda_{\sigma_1}} a_{\varkappa_2 \lambda_{\sigma_2}} \cdots a_{\varkappa_m \lambda_{\sigma_m}}\right). \tag{9}$$

Für die identische Permutation $S = E$ wird $\Pi_E A = \Pi_m A$ und hieraus geht die Matrix (9) durch eine gewisse Vertauschung der Kolonnen hervor.

Ist

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_m \end{pmatrix}$$

eine zweite Permutation der Indizes $1, 2, \cdots, m$, so überlegt man sich leicht, daß

$$\left(a_{\varkappa_{\rho_1} \lambda_{\sigma_1}} a_{\varkappa_{\rho_2} \lambda_{\sigma_2}} \cdots a_{\varkappa_{\rho_m} \lambda_{\sigma_m}}\right) = \Pi_{R^{-1} S} A$$

wird. Auf Grund dieser Gleichung beweist man ohne Mühe den

Hilfssatz I. *Sind A und B zwei Matrizen n-ten Grades, ferner R und S zwei Permutationen der Indizes $1, 2, \cdots m$, so wird*

$$(\Pi_R A)(\Pi_S B) = \Pi_{RS}(AB) . \tag{10}$$

Hieraus folgt insbesondere

$$(\Pi_R E_n)(\Pi_S E_n) = \Pi_{RS} E_n , \tag{11}$$

$$(\Pi_E A)(\Pi_S E_n) = (\Pi_S E_n)(\Pi_E A) = \Pi_S A . \tag{12}$$

Digitized by Google

Aus

$$\Pi_E E_n = \Pi_m E_n = E_{nm}$$

ergibt sich zugleich, daß die Determinante von $\Pi_S E_n$ nicht verschwindet. Dies liefert den

Hilfssatz II. *Die $m!$ Matrizen $\Pi_S E_n$ bilden eine mit der symmetrischen Gruppe $\mathfrak{S}_m$ isomorphe Gruppe $\mathfrak{T}_m$. Jedes Element dieser Gruppe ist mit der Matrix $\Pi_m A$ vertauschbar.*

Es liegt nun nahe, eine Zerfällung der Darstellung $\Pi_m A$ von $\mathfrak{G}_n$ zu erzielen, indem man die endliche Gruppe $\mathfrak{T}_m$ in ihre irreduziblen Bestandteile zerlegt. Hierzu müssen wir den Charakter $\zeta(S)$ der Gruppe $\mathfrak{T}_m$ kennen. Wir berechnen allgemeiner die Spur Φ_S der Matrix (9).

Da wegen (10) und (11) für je zwei Permutationen R und S

$$\Pi_{R^{-1}SR} A = (\Pi_R E_n)^{-1} (\Pi_S A)(\Pi_R E_n)$$

wird, ist für je zwei ähnliche Permutationen S und S_1

$$\Phi_S = \Phi_{S_1}.$$

Es genügt daher, nur solche Permutationen S zu betrachten, deren Zerlegung in Zykeln die Gestalt

$$S = (1, 2, \cdots, p)\ (p+1, p+2, \cdots, p+q) \cdots$$

hat. Es wird dann

$$\Phi_S = \sum \left(a_{\varkappa_1 \varkappa_2} a_{\varkappa_2 \varkappa_3} \cdots a_{\varkappa_p \varkappa_1}\right) \left(a_{\varkappa_{p+1} \varkappa_{p+2}} a_{\varkappa_{p+2} \varkappa_{p+3}} \cdots a_{\varkappa_{p+q} \varkappa_{p+1}}\right) \cdots .$$

Hieraus folgt ohne weiteres:

Hilfssatz III. *Zerfällt die Permutation S in ν Zykeln der Ordnungen $p, q, r, \cdots$ und bedeutet (wie in der Einleitung) $s_\varkappa$ die Spur der Matrix $A^\varkappa$, so wird*

$$\Phi_S = s_p s_q s_r \cdots .$$

Speziell ist die Spur $\zeta(S)$ der Matrix $\Pi_S E_n$ gleich n^ν.

Es empfiehlt sich, dieses Resultat noch etwas anders auszusprechen: Ist die Permutation S vom Typus

$$[\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m], \tag{13}$$

d. h. zerfällt S in α_1 Zykeln der Ordnung 1, ferner α_2 Zykeln der Ordnung 2 usw., so wird

$$\Phi_S = s_1^{\alpha_1} s_2^{\alpha_2} \cdots s_m^{\alpha_m} \tag{14}$$

und

$$\zeta(S) = n^{\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_m}. \tag{15}$$

Hilfssatz IV. *Durchläuft S alle $m!$ Permutationen von $\mathfrak{S}_m$, so wird*

$$q = \frac{1}{m!} \sum_S \zeta^2(S) = \binom{n^2+m-1}{m}.$$

Digitized by Google

Da nämlich nach einer bekannten Regel die Anzahl h_α der Permutationen vom Typus (13) in $\mathfrak{S}_m$ gleich

$$h_\alpha = \frac{m!}{\alpha_1!\, 1^{\alpha_1} \cdot \alpha_2!\, 2^{\alpha_2} \cdots \alpha_m!\, m^{\alpha_m}} \tag{16}$$

ist, kann q in der Form

$$q = \sum \frac{n^{z(\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_m)}}{\alpha_1!\, 1^{\alpha_1} \cdot \alpha_2!\, 2^{\alpha_2} \cdots \alpha_m!\, m^{\alpha_m}} \qquad (\alpha_1 + 2\alpha_2 + \cdots + m\alpha_m = m)$$

geschrieben werden. Diese Summe geht aus dem Ausdruck (2) hervor, indem man

$$s_1 = s_2 = \cdots = s_m = n^z \tag{17}$$

setzt. Nun besteht aber für die Ausdrücke p_m die leicht zu beweisende Rekursionsformel

$$m p_m = s_1 p_{m-1} + s_2 p_{m-2} + \cdots + s_{m-1} p_1 + s_m p_0 . \qquad (p_0 = 1) \tag{18}$$

Weiß man schon, daß p_μ für $\mu < m$ in $\binom{n^z + \mu - 1}{\mu}$ übergeht, wenn (17) gilt, so folgt aus (18) leicht, daß dies auch für $\mu = m$ richtig ist.

§ 2. Zerlegung der Darstellung $\Pi_m A$. Beweis des Satzes II.

Der Charakter $\zeta(S)$ der mit $\mathfrak{S}_m$ isomorphen Gruppe $\mathfrak{T}_n$ möge sich aus l einfachen Charakteren

$$\chi^{(1)}(S), \quad \chi^{(2)}(S), \cdots, \chi^{(l)}(S)$$

von $\mathfrak{S}_m$ zusammensetzen und es sei

$$\zeta(S) = \sum_{\lambda=1}^{l} g_\lambda \chi^{(\lambda)}(S), \tag{19}$$

wo $g_1, g_2, \cdots, g_l$ also positive ganze Zahlen bedeuten. Bezeichnet man den Grad $\chi^{(\lambda)}(E)$ von $\chi^{(\lambda)}(S)$ mit f_λ, so läßt sich eine irreduzible Darstellung $\mathfrak{D}_\lambda$ der Gruppe $\mathfrak{S}_m$ angeben, die vom Grade f_λ ist, und in der der Permutation S eine Matrix $S^{(\lambda)}$ mit der Spur $\chi^{(\lambda)}(S)$ entspricht.

Wir können nun eine Ähnlichkeitstransformation P in n^m Variabeln bestimmen, so daß $P^{-1}\mathfrak{T}_m P$ vollständig zerfällt und den irreduziblen Bestandteil $\mathfrak{D}_\lambda$ genau g_λ Mal enthält. Dafür können wir auch sagen: Für jede Permutation S von $\mathfrak{S}_m$ zerfällt die Matrix

$$P^{-1}(\Pi_S E_n) P$$

vollständig in die l Bestandteile

$$E_{g_\lambda} \times S^{(\lambda)} . \qquad (\lambda = 1, 2, \cdots, l)$$

Digitized by Google

Auf Grund des Hilfssatzes II zerfällt dann, wie in bekannter Weise geschlossen wird[1], die Matrix

$$P^{-1}(\Pi_m A)P = \Pi'_m A$$

vollständig in l Bestandteile von der Form

$$T^{(\lambda)}(A) \times E_{f_\lambda}. \qquad (\lambda = 1, 2, \cdots, l) \tag{20}$$

Hierbei liefert für jedes λ der Matrix $T^{(\lambda)}(A)$ eine homogene Darstellung m-ter Ordnung von $\mathfrak{G}_n$, deren Grad gleich g_λ ist.

Ich behaupte nun, daß folgender Satz gilt:

Hilfssatz V. *Die l Darstellungen*

$$T^{(1)}(A),\ T^{(2)}(A),\ \cdots,\ T^{(l)}(A) \tag{21}$$

der Gruppe $\mathfrak{G}_n$ sind irreduzibel. Je zwei unter ihnen sind nicht einander ähnlich und jede irreduzible Darstellung von $\mathfrak{G}_n$, die homogen von der Ordnung m ist, muß einer unter diesen l Darstellungen ähnlich sein.

Aus (19) folgt nämlich auf Grund der bekannten Orthogonalitätseigenschaften der einfachen Charaktere einer endlichen Gruppe

$$\sum_{\lambda=1}^{l} g_\lambda^2 = \frac{1}{m!}\sum_S \zeta^2(S) = q.$$

Nach Hilfssatz IV ist also

$$q = \sum_{\lambda=1}^{l} g_\lambda^2 = \binom{n^2+m-1}{m} \tag{22}$$

Links steht die Gesamtanzahl der in den l Matrizen (21) auftretenden Koeffizienten, die wir etwa in beliebiger Anordnung mit

$$c_1,\ c_2,\ \cdots,\ c_q \tag{23}$$

bezeichnen können. Der in (22) rechts stehende Binomialquotient ist nichts anderes als die Anzahl aller Produkte

$$a_{11}^{\mu_{11}} a_{12}^{\mu_{12}} \cdots a_{nn}^{\mu_{nn}} \tag{24}$$

m-ter Ordnung in den n^2 Variabeln $a_{\varkappa\lambda}$. Nun lassen sich aber die n^{2m} Koeffizienten von $\Pi'_m A$ und folglich auch die von $\Pi_m A$ als linear homogene Verbindungen der q Koeffizienten (23) darstellen. Da unter den Koeffizienten von $\Pi_m A$ alle q Produkte (24) vorkommen, müssen die q Ausdrücke (23) linear unabhängig sein. Dies könnte aber nicht der Fall sein, wenn eine unter den l Darstellungen (21) reduzibel ausfiele oder wenn zwei unter ihnen einander ähnlich wären. Ist ferner $T(A)$ eine beliebige irreduzible Darstellung N-ten Grades von $\mathfrak{G}_n$, die homogen von der Ordnung m ist, so würde die Annahme, daß $T(A)$ keiner der irreduziblen Darstellungen $T^{(\lambda)}(A)$ ähnlich ist,

[1] Vgl. die analoge Schlußweise in meiner Arbeit *Neue Begründung der Theorie der Gruppencharaktere*, Sitzungsberichte der Berliner Akademie, 1905, S. 406—432 (§ 3).

Digitized by Google

nach einem Hauptsatz der Theorie der irreduziblen Gruppen linearer Substitutionen[1] zur Folge haben, daß die N^2 Koeffizienten von $T(A)$ zusammengenommen mit den q Koeffizienten (23) ein System von N^2+q linear unabhängigen Ausdrücken bilden. Da es sich um homogene Funktionen m-ter Ordnung in den $a_{\varkappa\lambda}$ handelt, widerspricht das unserer Gleichung (22).

Wir kommen nun zum Beweis des Satzes II.

Aus den Formeln (7) und (12) folgt, daß die Matrix $P^{-1}(\Pi_S A)\,P$ in die l Matrizen

$$T^{(\lambda)}(A) \times S^{(\lambda)} \qquad (\lambda = 1, 2, \cdots, l)$$

vollständig zerfällt. Dies lehrt uns, daß die Spur Φ_S von $\Pi_S A$ in der Form

$$\Phi_S = \sum_{\lambda=1}^{l} \chi^{(\lambda)}(S)\,\Phi^{(\lambda)} \tag{25}$$

darstellbar ist, wobei $\Phi^{(\lambda)}$ die Spur von $T^{(\lambda)}(A)$ bedeutet. Hieraus folgt aber

$$\frac{1}{m!}\sum_{S} \chi^{(\lambda)}(S^{-1})\,\Phi_S = \Phi^{(\lambda)}. \tag{26}$$

Setzt man, wenn S (also auch S^{-1}) vom Typus $[\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m]$ ist,

$$\chi^{(\lambda)}(S) = \chi^{(\lambda)}(S^{-1}) = \chi^{(\lambda)}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m},$$

so läßt sich die Gleichung (26) auf Grund der Formeln (14) und (16) in der Form

$$\Phi^{(\lambda)} = \sum_{\alpha_1 + 2\alpha_2 + \cdots = m} \frac{\chi^{(\lambda)}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m}}{\alpha_1!\,\alpha_2! \cdots \alpha_m!} \left(\frac{s_1}{1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{s_2}{2}\right)^{\alpha_2} \cdots \left(\frac{s_m}{m}\right)^{\alpha_m} \tag{27}$$

schreiben.

Bedeutet nun $T(A)$ eine beliebige Darstellung von $\mathfrak{G}_n$, die homogen von der Ordnung m ist, so lehrt die Zerlegung von $T(A)$ in ireduzible Bestandteile, daß die Spur Φ von $T(A)$ auf Grund des Hilfssatzes V die Gestalt

$$\Phi = \sum_{\lambda=1}^{l} r_\lambda \Phi^{(\lambda)}$$

haben muß, wobei die r_λ nicht negative ganze Zahlen bedeuten. Setzt man

$$\chi(S) = \sum_{\lambda=1}^{l} r_\lambda \chi^{(\lambda)}(S) \tag{28}$$

und

$$\chi(S) = \chi_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m},$$

wenn S vom Typus $[\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m]$ ist, so ergibt sich für Φ die Schreibweise

$$\Phi = \sum \frac{\chi_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m}}{\alpha_1!\,\alpha_2! \cdots \alpha_m!} \left(\frac{s_1}{1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{s_2}{2}\right)^{\alpha_2} \cdots \left(\frac{s_m}{m}\right)^{\alpha_m}.$$

[1] Vgl. G. Frobenius und I. Schur, a. a. O., Satz I.

Digitized by Google

Da hierbei die Zahlen (28) einen (eigentlichen) Charakter der Gruppe $\mathfrak{S}_m$ liefern, ist der Satz II als bewiesen anzusehen.

Beachtet man noch, daß die Darstellung (20) der Gruppe $\mathfrak{G}_n$ für jedes λ durch eine Ähnlichkeitstransformation (eine Permutation) in die Darstellung

$$E_{f_\lambda} \times T^{(\lambda)}(A)$$

übergeht, so erhält man den

Hilfssatz VI. *Die Darstellung* $\Pi_m A$ *der Gruppe* $\mathfrak{G}_n$ *ist vollständig reduzibel. Sie enthält den dem einfachen Charakter* $\chi_\lambda^{(\lambda)}(S)$ *des Grades* f_λ *von* $\mathfrak{S}_m$ *entsprechenden irreduziblen Bestandteil* $T^{(\lambda)}(A)$ *des Grades* g_λ *genau* f_λ*-mal.*

§ 3. Algebraischer Beweis des Satzes I.

Aus den Ausführungen des § 1 geht hervor, daß es genügt, die vollständige Reduzibilität allein für die homogenen Darstellungen der Gruppe $\mathfrak{G}_n$ zu beweisen. Unsere Ergebnisse über die spezielle Darstellung $\Pi_m A$ setzen uns in Stand, den zu beweisenden Satz auf die allgemeinen Prinzipien der Theorie der hyperkomplexen Größen zurückzuführen.

Eine homogene Darstellung $T(A)$ von $\mathfrak{G}_n$, die von der Ordnung m und vom Grade N ist, denke ich mir wie in meiner Dissertation in der Form

$$T(A) = \sum \begin{bmatrix} \varkappa_1 & \varkappa_2 & \cdots & \varkappa_m \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_m \end{bmatrix} a_{\varkappa_1 \lambda_1} a_{\varkappa_2 \lambda_2} \cdots a_{\varkappa_m \lambda_m}$$

geschrieben, wobei die Summe über alle

$$q = \binom{n^2 + m - 1}{m}$$

voneinander verschiedenen Produkte von je m der n^2 Variabeln $a_{\varkappa\lambda}$ zu erstrecken ist. Bezeichnet man die q konstanten Matrizen N-ten Grades

$$\begin{bmatrix} \varkappa_1 & \varkappa_2 & \cdots & \varkappa_m \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_m \end{bmatrix} \tag{29}$$

in irgendeiner festgewählten Reihenfolge mit

$$M_1, \quad M_2, \quad \cdots, \quad M_q,$$

so ist die Forderung, daß für je zwei Matrizen n-ten Grades A und B

$$T(A)\,T(B) = T(AB) \tag{30}$$

wird, identisch mit der Forderung, daß gewisse Gleichungen der Form

$$M_\alpha M_\beta = \sum_{\gamma=1}^{q} c_{\gamma\alpha\beta} M_\gamma \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \cdots, q) \tag{31}$$

bestehen sollen, wobei die q^3 Größen $c_{\gamma\alpha\beta}$ Konstanten bedeuten.

Digitized by Google

Man wird also auf das Studium eines wohlbestimmten Systems $\mathfrak{H}$ von hyperkomplexen Größen mit q Einheiten geführt. Jede Lösung der Gleichungen (31) durch Matrizen, also jede Darstellung von $\mathfrak{H}$ durch Matrizen, liefert eine homogene Darstellung m-ter Ordnung von $\mathfrak{G}_n$ und umgekehrt. Um unseren Satz I zu beweisen, genügt es, zu zeigen, daß das System $\mathfrak{H}$ in der Frobenius'schen Terminologie[1] ein Dedekindsches ist, d. h. eine nicht verschwindende Diskriminante

$$D = \left| \sum_{\varrho,\tau}^{1\ldots q} c_{\varrho\alpha\beta} c_{\tau\varrho\tau} \right| \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \ldots q)$$

besitzt. Denn ein Dedekindsches System (und nur ein solches) läßt nur vollständig reduzible Darstellungen durch Matrizen zu[2].

Daß aber in unserem Fall $D \neq 0$ ist, geht unmittelbar aus dem Hilfssatz VI hervor. Für die Darstellung $\Pi_m A$ von $\mathfrak{G}_n$ sind nämlich die q Matrizen (29) offenbar linear unabhängig. Die durch sie gebildete Darstellung des Systems $\mathfrak{H}$ ist aber, wie der Hilfssatz VI lehrt, vollständig reduzibel. Dies besagt, daß $\mathfrak{H}$ in lauter Teilsysteme zerfällt werden kann, die nach Molien als *ursprünglich*, nach Frobenius als einfach zu bezeichnen sind. Ein System $\mathfrak{H}$, das diese Eigenschaft besitzt, ist aber ein Dedekindsches[3].

§ 4. Beweis des Satzes I mit Hilfe der Integralrechnung.

Um den Satz I zu beweisen, genügt es, folgendes zu zeigen: Ist $T(A)$ eine homogene Darstellung m-ter Ordnung von $\mathfrak{G}_n$, ist die Determinante von $T(A)$ nicht identisch Null, und hat $T(A)$ in den üblichen Bezeichnungen die Gestalt

$$T(A) = \begin{pmatrix} K(A) & 0 \\ L(A) & M(A) \end{pmatrix},$$

wobei $K(A)$ und $M(A)$ quadratische Matrizen bedeuten, so läßt sich eine konstante Ähnlichkeitstransformation der Form

$$P = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ F & E_2 \end{pmatrix}$$

bestimmen, so daß

$$P^{-1} T(A) P = \begin{pmatrix} K(A) & 0 \\ 0 & M(A) \end{pmatrix} \tag{32}$$

---

[1] Vgl. G. Frobenius, Theorie der hyperkomplexen Größen, Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1903, S. 504—537 (§ 7).

[2] Ein einfacher, direkter Beweis für diesen wichtigen Satz, der im wesentlichen auf Molien (*Über Systeme höherer complexer Größen*, Math. Annalen, Bd. 41 [1892], S. 83—156) zurückgeht, findet sich in der Dissertation von M. Herzberger, *Über Systeme hyperkomplexer Größen*. Berlin 1923.

[3] Vgl. hierzu H. Taber, *Sur les groupes réductibles de transformations linéares et homogènes*. Comptes Rendus, Bd. 142, (1906), S. 948—951.

Digitized by Google

wird. Hierbei sollen E_1 und E_2 Einheitsmatrizen sein, deren Grade mit den Graden von $K(A)$ und $M(A)$ übereinstimmen. Damit (32) gelte, ist nur erforderlich, daß für jedes A

$$L(A) + M(A) \cdot F = F \cdot K(A) \tag{33}$$

sei.

Eine solche Matrix F läßt sich mit Hilfe der Integralrechnung herstellen[1]. Man verstehe, wenn $\phi(B)$ eine Funktion der n^2 Koeffizienten

$$b_{\varkappa\lambda} = b'_{\varkappa\lambda} + ib''_{\varkappa\lambda}$$

der Matrix $B = (b_{\varkappa\lambda})$ ist, ferner $|B|$ und $|\overline{B}|$ die Determinanten

$$|B| = |b'_{\varkappa\lambda} + ib''_{\varkappa\lambda}|, \quad |\overline{B}| = |b'_{\varkappa\lambda} - ib''_{\varkappa\lambda}|$$

bedeuten, unter dem Zeichen[2]

$$\int \phi(B)\, |B|^m\, |\overline{B}|^m\, dB$$

das $2n^2$-fache Integral

$$\int\int \cdots \int \phi(B)\, |B|^m\, |B|^m\, db'_{11}\, db'_{12} \cdots db''_{nn},$$

erstreckt über die Einheitskugel im $2n^2$-dimensionalen Raume

$$\sum_{\varkappa,\lambda}^{n} (b'^2_{\varkappa\lambda} + b''^2_{\varkappa\lambda}) \leq 1 .$$

Dieses Integral hat die Eigenschaft, daß für jede unitäre Matrix U

$$\int \phi(UB)\, |B|^m\, |\overline{B}|^m\, dB = \int \phi(B)\, |B|^m\, |\overline{B}|^m\, dB \tag{34}$$

wird. Ist $\Phi(B)$ eine (nicht notwendig quadratische) Matrix, deren Elemente $\phi_{\alpha\beta}$ Funktionen der n^2 Variabeln $b_{\varkappa\lambda}$ sind, so soll das Zeichen

$$\int \Phi(B)\, |B|^m\, |\overline{B}|^m\, dB$$

die Matrix der mit Hilfe der $\phi_{\alpha\beta}$ gebildeten Integrale bedeuten. Das Integral

$$h = \int |B|^m\, |\overline{B}|^m\, dB$$

ist offenbar eine von Null verschiedene (positive) Zahl.

Ich behaupte nun, daß die Matrix

$$F = \frac{1}{h} \int L(B)\, K(B^{-1})\, |B|^m\, |\overline{B}|^m\, dB \tag{35}$$

der Gleichung (33) *genügt*[3].

---

[1] Vgl. meine im § 2 zitierte Arbeit *Neue Begründung usw.* (§ 3).

[2] Vgl. meine Arbeit *Neue Anwendungen der Integralrechnung auf Probleme der Invariantentheorie*, Sitzungsberichte der Berliner Akademie, 1924 S. 189—208 (erster Teil, § 2).

[3] Das Integral hat einen Sinn, weil die Elemente von $K(B)$ ganze rationale homogene Funktionen m-ter Ordnung in den $b_{\varkappa\lambda}$ und daher die Elemente von $K(B)^{-1}\,|B|^m$ ganze rationale Funktionen der $b_{\varkappa\lambda}$ sind.

Digitized by Google

Aus der für $T(A)$ nach Voraussetzung bestehenden Gleichung (30) folgt nämlich insbesondere

$$K(A)K(B) = K(AB), \quad L(A)K(B) + M(A)L(B) = L(AB).$$

Aus der zweiten Gleichung ergibt sich wegen $K(B)K(B^{-1}) = E$,

$$L(A) + M(A)L(B)K(B^{-1}) = L(AB)K(B^{-1}).$$

Hier denke man sich die Elemente von A als Konstanten, die von B als Variable. Multipliziert man nun mit $\frac{1}{h}|B|^m|\overline{B}|^m$ und integriert, so erhält man

$$L(A) + M(A)\cdot F = \frac{1}{h}\int L(AB)K(B^{-1})\,|B|^m\,|\overline{B}|^m\,dB.$$

Dies läßt sich, wenn die Determinante von A nicht verschwindet, in der Form $F_1 K(A)$ schreiben, wo

$$F_1 = \frac{1}{h}\int L(AB)K\big((AB)^{-1}\big)\,|\overline{B}|^m\,|B|^m\,dB$$

zu setzen ist. Ist nun aber A insbesondere eine unitäre Matrix, so wird wegen (34) offenbar $F_1 = F$.

Die für die Matrix (35) zu beweisende Gleichung (33) ist also jedenfalls richtig, wenn A eine beliebige unitäre Matrix bedeutet. Nun sind aber alle Elemente von $K(A)$, $L(A)$ und $M(A)$ ganze rationale homogene Funktionen m-ter Ordnung der n^2 Koeffizienten $a_{\varkappa\lambda}$ von A. Die Gleichung (33) vertritt daher nur ein System von homogenen Beziehungen zwischen den $a_{\varkappa\lambda}$. Wenn aber eine solche Beziehung für jede unitäre Matrix A gilt, so muß sie eine Identität sein[1].

§ 5. Die Charakteristiken der irreduziblen Darstellungen.

Ist

$$(A) \qquad x_\varkappa = \sum_{\lambda=1}^{n} a_{\varkappa\lambda}x'_\lambda \qquad (\varkappa = 1, 2, \ldots, n)$$

eine lineare Transformation in n Veränderlichen, so drücken sich für jede positive ganze Zahl m die $\binom{n+m-1}{m}$ Potenzprodukte m-ter Ordnung der n Variabeln $x_\varkappa$ als lineare homogene Verbindungen der mit Hilfe der x'_λ gebildeten Potenzprodukte aus. Hierbei hat man in beiden Fällen für die Potenzprodukte dieselbe Reihenfolge (am besten in lexikographischer Anordnung) zu wählen. Die sich so ergebende neue lineare Transformation in

[1] Vgl. A. Hurwitz, *Über die Erzeugung der Invarianten durch Integration*, Göttinger Nachrichten 1897, S. 71, und meine zuletzt zitierte Arbeit, erster Teil, § 1.

Digitized by Google

$\binom{n+m-1}{m}$ Veränderlichen bezeichnet man nach A. HURWITZ als die m-te *Potenztransformation* $P_m(A)$. Diese Operation liefert für jedes m eine homogene Darstellung m-ter Ordnung der Gruppe $\mathfrak{G}_n$. Ihre Charakteristik ist, wie man leicht zeigt, der durch die Gleichung (2) definierte Ausdruck p_m (vgl. D., § 5). Sind $\nu_1, \nu_2, \cdots \nu_r$ positive ganze Zahlen, so erhält man auch in dem Ausdruck

$$P_{\nu_1}(A) \times P_{\nu_2}(A) \times \cdots \times P_{\nu_r}(A)$$

eine Darstellung von $\mathfrak{G}_n$ (vgl. § 1). Sie ist homogen von der Ordnung $\Sigma \nu_i$ und ihre Charakteristik ist gleich dem Produkt

$$p_{\nu_1} p_{\nu_2} \cdots p_{\nu_r}. \tag{36}$$

Die sämtlichen zu einer gegebenen Ordnungszahl m gehörenden einfachen Charakteristiken

$$\Phi^{(1)}, \quad \Phi^{(2)}, \ldots, \Phi^{(l)}$$

haben wir schon in § 2 näher gekennzeichnet. Wir haben zu zeigen:

Die Zahl l ist gleich der Anzahl k der Zerlegungen

$$m = \mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_n \qquad (\mu_1 \geqq \mu_2 \geqq \cdots \geqq \mu_n) \tag{μ}$$

in n nicht negative ganzzahlige Summanden. In passend gewählter Reihenfolge stimmen die $\Phi^{(\lambda)}$ mit den k Determinanten

$$\Psi^{(\mu)} = \left| p_{\mu_\alpha - \alpha + \beta} \right| \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \cdots, n) \tag{37}$$

überein[1].

Der Beweis soll so durchgeführt werden, daß wohl von der allgemeinen Theorie der Charaktere einer endlichen Gruppe, aber nicht von den speziellen Werten der Charaktere der symmetrischen Gruppe $\mathfrak{S}_m$ Gebrauch gemacht wird. Er stützt sich auf einige bekannte Formeln aus der Theorie der symmetrischen Funktionen.

Sind $w_1, w_2, \cdots, w_n$ die charakteristischen Wurzeln der Matrix A, so wird

$$s_\nu = w_1^\nu + w_2^\nu + \cdots + w_n^\nu$$

und

$$\prod_{\nu=1}^{n} \frac{1}{1 - w_\nu z} = p_0 + p_1 z + p_2 z^2 + \cdots.$$

[1] In der Einleitung sind bei der Formulierung des Satzes III etwas andere Bezeichnungen gewählt. Man hat zu beachten, daß die Determinante $\Psi^{(\mu)}$, wenn nur die r ersten unter den μ_i positiv ausfallen, wegen $p_0 = 1$, $p_{-1} = p_{-2} = \cdots = 0$ auch als die Determinante r-ten Grades $|p_{\mu_\sigma - \sigma + \tau}|$ geschrieben werden kann.

Digitized by Google

Hieraus ergibt sich auf Grund der CAUCHYschen Determinantenformel[1]

$$(38)\qquad \left|\frac{1}{1-x_\alpha y_\beta}\right| = \prod_{\alpha,\beta}\frac{1}{1-x_\alpha y_\beta}\cdot\prod_{\alpha<\beta}(x_\alpha-x_\beta)(y_\alpha-y_\beta)$$

die Darstellung

$$(39)\qquad \Psi^{(\mu)} = |p_{\mu_\alpha-\alpha+\beta}| = \frac{|w_\beta^{\mu_\alpha+n-\alpha}|}{|w_\beta^{n-\alpha}|}. \qquad (\alpha,\beta=1,2,\cdots,n)$$

Sind ferner $w_1', w_2', \cdots, w_n'$ von den w_α unabhängige Größen, gehen s_ν und p_ν in s_ν' und p_ν' über, wenn die w_α durch die w_α' ersetzt werden, so folgert man aus (38) und (39) ohne Mühe auch, daß

$$(40)\qquad \sum_\mu |p_{\mu_\alpha-\alpha+\beta}|\cdot|p'_{\mu_\alpha-\alpha+\beta}| = \sum\frac{1}{\alpha_1!\,\alpha_2!\cdots\alpha_m!}\left(\frac{s_1s_1'}{1}\right)^{\alpha_1}\cdots\left(\frac{s_ms_m'}{m}\right)^{\alpha_m}$$

wird (vgl. D. § 28). Hierbei ist links über alle k Zerlegungen (μ), rechts über alle Zerlegungen

$$(41)\qquad m = \alpha_1+2\alpha_2+\cdots+m\alpha_m \qquad (\alpha_\kappa\geq 0)$$

zu summieren.

Die Determinante $\Psi^{(\mu)}$ läßt sich jedenfalls in der Form

$$\Psi^{(\mu)} = \sum \pm p_{\nu_1}p_{\nu_2}\cdots p_{\nu_r}$$

schreiben, wobei in jedem Glied die Summe der Indizes gleich m ist. Auf Grund der über die Produkte (36) gemachten Bemerkung kann also jedenfalls behauptet werden, daß $\Psi^{(\mu)}$ sich als lineare Verbindung

$$\Psi^{(\mu)} = \sum_{\lambda=1}^{l} r_\lambda^{(\mu)}\Phi^{(\lambda)}$$

der l zu m gehörenden einfachen Charakteristiken $\Phi^{(\lambda)}$ darstellen läßt. Die Koeffizienten $r_\lambda^{(\mu)}$ sind hierbei ganze Zahlen, unter denen zunächst auch negative Werte vorkommen könnten. Ist $\chi^{(\lambda)}(S)$ wie in § 2 der zur Charakteristik $\Phi^{(\lambda)}$ gehörende einfache Charakter der symmetrischen Gruppe, so wird, wenn

$$(42)\qquad \eta^{(\mu)}(S) = \sum_{\lambda=1}^{l} r_\lambda^{(\mu)}\chi^{(\lambda)}(S), \quad \eta^{(\mu)}_{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m} = \sum_{\lambda=1}^{l} r_\lambda^{(\mu)}\chi^{(\lambda)}_{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m}$$

gesetzt wird,

$$(43)\qquad \Psi^{(\mu)} = \sum\frac{\eta^{(\mu)}_{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m}}{\alpha_1!\,\alpha_2!\cdots\alpha_m!}\left(\frac{s_1}{1}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{s_2}{2}\right)^{\alpha_2}\cdots\left(\frac{s_m}{m}\right)^{\alpha_m}.$$

Es sei nun insbesondere $m\leqq n$. Dann können die in (40) auftretenden $2m$ Größen

$$s_1, s_2, \cdots, s_m, s_1', s_2', \cdots, s_m'$$

[1] Diese Formel spielt auch in der (in der Einleitung zitierten) Arbeit von FROBENIUS über die Charaktere der symmetrischen Gruppe und ebenso auch bei H. WEYL (a. a. O., S. 299) eine wichtige Rolle.

Digitized by Google

als voneinander unabhängige Veränderliche aufgefaßt werden. Aus dieser Formel folgen daher in Verbindung mit (43) die Orthogonalitätsbeziehungen

$$(44)\qquad \begin{cases} \sum_{\mu} (\eta^{(\mu)}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m})^2 = \alpha_1!\, 1^{\alpha_1} \cdot \alpha_2!\, 2^{\alpha_2} \cdots \alpha_m!\, m^{\alpha_m} = \dfrac{m!}{h_\alpha} \\ \sum_{\mu} \eta^{(\mu)}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m} \eta^{(\mu)}_{\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_m} = 0, \end{cases}$$

wenn die $\beta_\varkappa$ eine von den $\alpha_\varkappa$ verschiedene Lösung der Gleichung (41) bedeuten. Für $m \leqq n$ ist aber offenbar die Anzahl k der Zerlegungen (μ) gleich der Anzahl der zu betrachtenden Lösungen $\alpha_\varkappa$ der Gleichung (41). Aus (44) folgt daher in bekannter Weise auch

$$\sum_{\alpha} h_\alpha (\eta^{(\mu)}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m})^2 = m!, \quad \sum_{\alpha} h_\alpha \eta^{(\mu)}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m} \eta^{(\mu')}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m} = 0.$$

Die analogen Beziehungen bestehen auch zwischen den l einfachen Charakteren von der Gruppe $\mathfrak{S}_m$. Aus (42) folgt daher für jedes μ

$$(r_1^{(\mu)})^2 + (r_2^{(\mu)})^2 + \cdots + (r_l^{(\mu)})^2 = 1.$$

Da die $r_\lambda^{(\mu)}$ ganze Zahlen sind, erkennt man, daß bei passender Zuordnung der Indizes λ und μ

$$\Phi^{(\lambda)} = \pm \Psi^{(\mu)}$$

wird. Daß hier die Pluszeichen zu wählen sind, beweist man etwa, indem man den Koeffizienten

$$\eta^{(\mu)}(E) = \eta^{(\mu)}_{m, 0, 0, \cdots, 0} = m! \left| \frac{1}{(\mu_\alpha - \alpha + \beta)!} \right|$$

berechnet[1]. Für diese Determinante erhält man (vgl. D., § 24) leicht den Wert

$$(45)\qquad m! \prod_{\alpha=1}^{n} \frac{1}{(\mu_\alpha + n - \alpha)!} \cdot \prod_{\alpha<\beta}^{n} (\mu_\alpha - \mu_\beta + \beta - \alpha).$$

Da diese Zahl positiv ist, muß $\Phi^{(\lambda)} = \Psi^{(\mu)}$ sein.

Für $m = n$ erhält man auf diese Weise zugleich eine einfache Methode zur Bestimmung der einfachen Charaktere der symmetrischen Gruppe $\mathfrak{S}_n$. *Ihre Anzahl ist gleich der Anzahl k der Zerlegungen*

$$n = \mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_n. \qquad (\mu_1 \geqq \mu_2 \geqq \cdots \mu_n \geqq 0)$$

Den der Zerlegung (μ) *entsprechenden Charakter* $\eta^{(\mu)}(S)$ *erhält man, indem man die Determinante* $\Psi^{(\mu)}$ *in der Form* (43) *darstellt und*

$$\eta^{(\mu)}(S) = \eta^{(\mu)}_{\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_n}$$

[1] Einfacher ist folgende Schlußweise. Die charakteristischen Wurzeln der zu der Charakteristik $\Psi^{(\lambda)}$ gehörenden Darstellung $T^{(\lambda)}(A)$ von $\mathfrak{G}_n$ sind, wie man leicht zeigt, Potenzprodukte m-ter Ordnung der charakteristischen Wurzeln $w_1, w_2, \cdots, w_n$ von A (vgl. D., § 2). Daher ist $\Psi^{(\lambda)}$ eine Summe solcher Potenzprodukte. Andererseits enthält $\Psi^{(\mu)}$, wie aus der Formel (39) hervorgeht, das Glied (Leitglied) $w_1^{\mu_1} w_2^{\mu_2} \cdots w_n^{\mu_n}$. Es kann daher nicht $\Phi^{(\lambda)} = -\Psi^{(\mu)}$ sein.

Digitized by Google

setzt, wenn die Permutation S vom Typus $[\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n]$ *ist. Insbesondere gibt der Ausdruck* (45) (*für* $m = n$) *den Grad des Charakters* $\eta^{(\omega)}(S)$ *an.*

Der Fall $m > n$ läßt sich nun folgendermaßen erledigen. Führt man m Veränderliche $w_1, w_2, \cdots, w_m$ ein und versteht in den bisherigen Formeln unter s_ν die Potenzsumme

$$s_\nu = w_1^\nu + w_2^\nu + \cdots + w_m^\nu,$$

so wird unsere einfache Charakteristik $\Phi^{(\lambda)}$, als Summe

$$\Phi^{(\lambda)} = \sum \frac{\chi^{(\lambda)}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m}}{\alpha_1!\,\alpha_2! \cdots \alpha_m!} \left(\frac{s_1}{1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{s_2}{2}\right)^{\alpha_2} \cdots \left(\frac{s_m}{m}\right)^{\alpha_m}$$

geschrieben, nach dem, was wir nunmehr über die einfachen Charaktere der Gruppe $\mathfrak{S}_m$ wissen, jedenfalls mit Hilfe einer gewissen Zerlegung

$$m = \mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_m \qquad (\mu_1 \geqq \mu_2 \geqq \cdots \geqq \mu_m \geqq 0)$$

in der Form der Determinante m-ten Grades

$$\Phi^{(\lambda)} = \left| p_{\mu_\gamma - \gamma + \delta} \right| \qquad (\gamma, \delta = 1, 2, \cdots, m) \tag{46}$$

darstellbar sein. Hierbei müssen aber die $m - n$ letzten unter den Indizes $\mu_\varkappa$ Null sein. Denn sonst würde die Determinante (46) für

$$w_{n+1} = w_{n+2} = \cdots = w_m = 0$$

als Funktion der n Veränderlichen $w_1, w_2, \cdots, w_n$ identisch verschwinden[1], was für unseren Ausdruck $\Phi^{(\lambda)}$ gewiß nicht zutrifft. Ist aber $\mu_\varkappa = 0$ für $\varkappa > n$, so haben wir es mit einer unserer k Zerlegungen (μ) zu tun und können die Determinante (46) auch in der Form (37) schreiben. Zugleich ergibt sich, daß $l \leqq k$ ist, und es ist nur noch zu beweisen, daß nicht $l < k$ sein kann.

Dies erkennt man am einfachsten auf Grund der Ergebnisse der §§ 1 und 2. Aus den Formeln (14) und (25) folgt nämlich, daß für $m > n$ alle Produkte

$$s_1^{\alpha_1} s_2^{\alpha_2} \cdots s_n^{\alpha_n} \tag{47}$$

vom Gewichte $\sum \nu \alpha_\nu = m$ als lineare homogene Verbindungen der l Charakteristiken $\Phi^{(\lambda)}$ darstellbar sind. Die Anzahl dieser Produkte ist aber, wie in der Theorie der symmetrischen Funktionen von n Veränderlichen $w_1, w_2, \cdots, w_n$ gelehrt wird, gleich der Anzahl der zulässigen Leitglieder $w_1^{\mu_1} w_2^{\mu_2} \cdots w_n^{\mu_n}$ der Ordnung m. Diese Anzahl ist nichts anderes als unsere Zahl k. Außerdem können $s_1, s_2, \cdots, s_n$ bei n Veränderlichen w_ν als unabhängige Größen aufgefaßt werden. Die k Produkte (47) sind daher linear unabhängig. Folglich muß $k \leqq l$ sein.

---

[1] Dies ergibt sich am einfachsten auf Grund der Tatsache, daß unter dieser Voraussetzung zwischen den p_ν und den elementarsymmetrischen Funktionen $c_1, c_2, \cdots, c_n$ der Veränderlichen $w_1, w_2, \cdots, w_n$ die Beziehungen

$$p_\nu - c_1 p_{\nu-1} + c_2 p_{\nu-2} - \cdots + (-1)^n c_n p_{\nu-n} = 0 \qquad (\nu = 1, 2, 3, \cdots)$$

bestehen.

Digitized by Google

Damit sind unsere Behauptungen über die l Charakteristiken $\Phi^{(\lambda)}$ für alle Werte von m bewiesen.

Der in der Einleitung angegebene Ausdruck für den Grad $N_{\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n}$ der zur Zerlegung (μ) gehörenden irreduziblen Darstellung m-ter Ordnung von $\mathfrak{G}_n$ ergibt sich leicht, indem man in der Determinante $\Psi^{(\mu)}$ (dem Falle $A = E_n$ entsprechend)

$$s_1 = s_2 = \cdots = s_m = n,$$

also $p_\nu = \binom{n+m-1}{m}$ setzt[1].

[1] Vgl. D., § 25. Ein anderer Beweis, der sich auf die durch die Formel (39) gegebene Darstellung von $\Psi^{(\mu)}$ als Quotient zweier Determinanten stützt, findet sich bei Hrn. H. WEYL, a. a. O., S. 299.

Digitized by Google

Zur Theorie der Darstellungen kontinuierlicher Gruppen.

Von Dr. J. v. Neumann
in Budapest.

(Vorgelegt von Hrn. Schur.)

I. Einleitung.

1. Die Theorie der kontinuierlichen Gruppen linearer Transformationen und ihrer Darstellungen ist seit ihrem Entstehen mit gewissen Annahmen über die Stetigkeit und Differentiierbarkeit aller auftretenden Funktionen eng verknüpft. Das gilt hauptsächlich von den grundlegenden Arbeiten von E. Cartan[1] über halb-einfache Gruppen und von H. Weyl[2] über deren Darstellungen: in den Untersuchungen von I. Schur[3] über die Darstellungen der Drehungsgruppe wird hingegen die Differentiierbarkeit nicht vorausgesetzt, nur die Stetigkeit.

Es ist mir gelungen, diese Annahmen aus der Theorie so gut wie vollständig zu eliminieren bzw. festzustellen, wieweit sie wirklich notwendig sind. Ehe aber die Formulierung der hier gewonnenen Resultate vorgenommen wird, muß eine genaue und allgemeine Beschreibung der auftretenden Begriffe gegeben werden.

2. m sei eine der Zahlen $1, 2, 3, \cdots$. Die m-dimensionalen linearen Transformationen (mit komplexen Koeffizienten) werden repräsentiert durch die m-dimensionalen quadratischen Matrizen (mit komplexen Elementen). Eine solche Matrix ist ihrerseits bekannt nach Angabe der Real- und Imaginärteile ihrer m^2 Elemente, d. h. nach Angabe von $2m^2$ reellen Konstanten. Wir können und wollen daher diese Matrizen gleichzeitig als Punkte im $2m^2$-dimensionalen (reellen) euklidischen Raume $\mathfrak{R}_m$ ansehen, mit den Real- und Imaginärteilen der Elemente als kartesischen Koordinaten.

o sei die Nullmatrix, E die Einheitsmatrix. Unter $\alpha A, A \pm B, A \cdot B$ (α eine komplexe Zahl, A, B Matrizen aus $\mathfrak{R}_m$) verstehen wir die üblichen Matrizen-Operationen. Die Determinante der Matrix A bezeichnen wir mit $\det A$; unter $|A|$ (lies: Absolutwert von A) verstehen wir hingegen die ge-

[1] Cartan, Thèse, Paris 1894; ferner Bull. Soc. Math. de France 41, S. 53, und Journ. de Math. 6, 10, S. 149.

[2] Weyl, Math. Zeitschr. 23, S. 271; 24, S. 328 und 377.

[3] I. Schur, Sitzungsber. der Berl. Akad. 1924. S. 189, 297 und 346.

Digitized by Google

wöhnliche euklidische Entfernung des A von o in $\mathfrak{R}_m$ [1], d. h. die nichtnegative Zahl $\sqrt{\sum_{\mu,\nu} |\alpha_{\mu,\nu}|^2}$, wenn $\alpha_{\mu,\nu}$ $(\mu, \nu = 1, 2, \cdots, m)$ die Elemente von A sind.

Man zeigt leicht, daß

$$|\alpha A| = |\alpha| |A|, \quad |A \pm B| \leqq |A| + |B|, \quad |A \cdot B| \leqq |A| \cdot |B| \text{ [2]}$$

ist, jedoch ist $|E|$ nicht etwa 1, sondern $\sqrt{m}$.

Eine Gruppe $\mathfrak{G}$ ist eine Teilmenge von $\mathfrak{R}_m$, die die folgenden Eigenschaften hat:

a) E gehört zu $\mathfrak{G}$.

b) Wenn A zu $\mathfrak{G}$ gehört, so ist $\det A \neq 0$, so daß A^{-1} (die Inverse von A) existiert, und auch A^{-1} gehört zu $\mathfrak{G}$.

c) Wenn A, B zu $\mathfrak{G}$ gehören, so gehört auch $A \cdot B$ zu $\mathfrak{G}$.

Wenn schließlich noch eine Zahl $n = 1, 2, 3, \cdots$ gegeben ist, so verstehen wir unter einer (n-dimensionalen) Darstellung D von $\mathfrak{G}$ eine Funktion $D(A)$, die für alle A von $\mathfrak{G}$ definiert ist, und die Werte aus $\mathfrak{R}_n$ annimmt, und welche der folgenden Funktionalgleichung genügt:

$$D(A \cdot B) = D(A) \cdot D(B) \qquad (A, B \text{ aus } \mathfrak{G}).$$

Wir werden außerdem noch $D(E) = E_n$ verlangen (E_n sei die Einheitsmatrix in $\mathfrak{R}_n$), dies ist, wie aus der Theorie der Darstellungen bekannt ist, keine wesentliche Einschränkung [3].

3. Unter Geschlossenheit, Zusammenhang einer Gruppe und Stetigkeit, Differentiierbarkeit einer Darstellung wollen wir im folgenden einfach das verstehen, was für Punktmengen bzw. Funktionen in den Räumen $\mathfrak{R}_m$, $\mathfrak{R}_n$ in der Topologie damit stets gemeint wird [4]. (Der in der Theorie der kontinuierlichen Gruppen so wichtige Begriff der »Abgeschlossenheit« einer Gruppe wäre in dieser Terminologie wohl eher mit »Beschränktheit« wiederzugeben.)

Unter der Hülle $\overline{\mathfrak{G}}$ einer Gruppe verstehen wir die Menge $\overline{\mathfrak{G}}$ aller Punkte von $\mathfrak{G}$ und aller Häufungspunkte von $\mathfrak{G}$, deren Determinante nicht verschwindet. Man sieht sofort, daß auch $\overline{\mathfrak{G}}$ eine Gruppe ist.

In dieser Arbeit soll der folgende Satz bewiesen werden:

Theorem. $\mathfrak{G}$ sei eine Gruppe, $D(A)$ eine Darstellung von $\mathfrak{G}$. Wenn die Schwankung von $D(A)$ in der Umgebung von E kleiner ist als eine ge-

---

[1] Diesen »Absolutwert« benutzte zuerst FROBENIUS, Sitzungsber. der Berl. Akad. 1911, S. 241. Vgl. auch J. H. M. WEDDERBURN, Bull. of the Amer. Math. Soc. Bd. 31 (1925), S. 304.

[2] Der erste Beweis dieser letzteren Beziehung findet sich wohl bei WEDDERBURN.

[3] Wenn nicht $D(E) = E_n$ ist, so gibt es eine Transformation (der ganzen Darstellung), so daß alle $D(A)$ mit einer gewissen Anzahl von o Zeilen und Spalten gerändert erscheinen. Der Rest der darstellenden Matrizen ergibt aber eine Darstellung (von $< n$ Dimensionen), die die Einheit in die Einheit überführt. Vgl. etwa I. SCHUR, Sitzungsber. der Berl. Akad. 1905, S. 12.

[4] Infolgedessen bedeutet »Differentiierbarkeit« keineswegs eine von der komplexen Richtung (die ja hier in zwei völlig unabhängige räumliche Richtungen aufgelöst ist) unabhängige Differentiierbarkeit. Es folgt aus ihr also nicht die Analytizität.

Digitized by Google

wisse positive (absolute) Konstante $\bar{\partial}$ (d. h. wenn ein — von $\mathfrak{G}$ und D abhängiges — $\varepsilon > 0$ und ein ebensolches $\eta > 0$ existiert, so daß aus $|A - E| < \varepsilon$, A von $\mathfrak{G}$, folgt, daß $|D(A) - E| < \bar{\partial} - \eta$ ist), so hat D die folgenden Eigenschaften:

a) D ist überall in $\mathfrak{G}$ stetig und kann (auf eine einzige Art) stetig auf ganz $\mathfrak{G}$ erweitert werden; die Erweiterung ist eine Darstellung von $\bar{\mathfrak{G}}$. Es genügt sogar der Lipschitzschen Bedingung, und zwar gleichmäßig in jedem beschränkt-geschlossenen Teile $\mathfrak{H}$ von $\mathfrak{G}$.

b) Das auf $\mathfrak{G}$ erweiterte D ist überall in $\bar{\mathfrak{G}}$ in einem später genauer zu definierenden Sinne einmal differentiierbar. —

Die Konstante ∂ kann übrigens gleich 1 gewählt werden. Vielleicht kann diese Konstante noch erhöht werden, man darf sie aber sicher nicht > 2 wählen. Es gibt nämlich für jedes m, n ein $\mathfrak{G}$ (das übrigens $= \bar{\mathfrak{G}}$ ist), und ein D, so daß D in der Umgebung von E die Schwankung 2 hat und überall in $\mathfrak{G}$ unstetig ist. (Vgl. II. 2.)

Die Bedingung des Theorems ist jedenfalls erfüllt, wenn $D(A)$ an der Stelle E stetig ist (Schwankung gleich 0), und dies ist wegen

$$D(A) = D(A A_0) \cdot D(A_0^{-1})$$

immer der Fall, wenn $D(A)$ an irgendeiner Stelle A_0 von $\mathfrak{G}$ stetig ist. Diejenigen D, die der Prämisse des Theorems nicht genügen, müssen also überall in $\mathfrak{G}$ unstetig sein; man kann übrigens sogar solche $\mathfrak{G}$ und D konstruieren, daß sich D zu keiner Darstellung von $\mathfrak{G}$ erweitern läßt.

4. Wir möchten hier noch darauf hinweisen, daß durch eingehendere Betrachtungen unser Theorem bei denselben Prämissen folgendermaßen verschärft werden kann:

An Stelle von **b** tritt die schärfere Behauptung:

b') Das auf $\mathfrak{G}$ erweiterte D ist überall in $\bar{\mathfrak{G}}$ beliebig oft differentiierbar. —

Und es gilt sogar der folgende Entwicklungssatz:

c) Zu jedem Punkte A_0 von $\mathfrak{G}$ gibt es eine Umgebung $\mathfrak{U}$, in der die $2n^2$ Real- und Imaginärteile von $D(A)$ in ebenso viele konvergente Potenzreihen der $2m^2$ Real- und Imaginärteile von $A - A_0$ entwickelt werden können. (D. h. die Potenzreihen konvergieren natürlich in ganz $\mathfrak{U}$, dargestellt wird aber $D(A)$ nur dort, wo es sinnvoll ist: im gemeinsamen Teile von $\mathfrak{U}$ und $\bar{\mathfrak{G}}$). —

Da jedoch bereits die Resultate **a** und **b** zur Ergänzung der Weylschen Sätze hinreichen, soll in dieser Arbeit auf **b'** und **c** nicht näher eingegangen werden. Diese Verschärfung sowie mehrere Sätze über Gruppen $\mathfrak{G}$ (die Definition der Infinitesimalgruppe, der Parameterdarstellung usw., für alle Gruppen $\mathfrak{G}$, unabhängig von jeder Stetigkeitsannahme) sollen in einer späteren, demnächst in der Math. Zeitschrift erscheinenden Arbeit behandelt werden.

Digitized by Google

II. Allgemeines zur Beweismethode. Die Exponentialfunktion.

1. Ehe wir unsere eigentlichen Überlegungen in Angriff nehmen, soll noch einiges über die Umstände gesagt werden, die den inneren Grund für die Gültigkeit des Theorems abgeben.

Dieser Satz besagt im wesentlichen: Eine Darstellung genügt entweder allen denkbaren Regularitätsanforderungen oder keiner einzigen; sie ist entweder überall differentiierbar oder überall unstetig.

Der Grund für diese sonderbare Erscheinung liegt in der Funktionalgleichung

$$D(A \cdot B) = D(A) \cdot D(B).$$

Daß Funktionalgleichungen dieses Typus solche Wirkungen haben, ist für $m = n = 1$ sattsam bekannt: man nehme für $\mathfrak{G}$ etwa die Menge aller positiven Zahlen ($\mathfrak{G} = \overline{\mathfrak{G}}$), dann ist $\mathfrak{G}$ eine Gruppe, und seine Darstellungen $f(x)$ (x aus $\mathfrak{G}$, d. h. $x > 0$) sind durch

$$f(1) = 1, \qquad f(xy) = f(x) f(y)$$

definiert. Führt man die Funktion

$$\phi(\xi) = \log f(e^{\xi})$$

ein, so geht dies in die »lineare Funktionalgleichung«

$$\phi(\xi + \eta) = \phi(\xi) + \phi(\eta)$$

über, und von dieser ist es ja bekannt (und übrigens leicht zu zeigen), daß sie außer der vollkommen regulären Lösungsschar

$$\phi(\xi) = \alpha \xi \qquad (\alpha \text{ konstant})$$

nur noch gänzlich »pathologische« (überall unstetige, ja sogar unmeßbare) Lösungen hat[1].

Dieser Gedankengang wird es im wesentlichen auch sein, den wir auf beliebige m, n übertragen werden, um unser Theorem zu beweisen. Um die Funktionalgleichung

$$D(A \cdot B) = D(A) \cdot D(B)$$

richtig behandeln zu können, wird es aber notwendig sein, die in der Literatur schon vielfach benutzten Funktionen e^x und $\log x$ auch für mehrdimensionale Matrizen zu definieren.

Ehe wir aber dies in Angriff nehmen, wollen wir noch an Hand der Hamelschen unstetigen Lösungen[2] der Funktionalgleichung

$$\phi(\xi + \eta) = \phi(\xi) + \phi(\eta)$$

[1] Hamel, Math. Ann. 60, S. 459; Sierpinski, Fund. Math. 1, S. 116.
[2] Vgl. Hamel, a. a. O.

Digitized by Google

das in I. 3 angekündigte Gegenbeispiel angeben (und damit die Unmöglichkeit des Erhöhens von $\bar{\partial}$ über 2 hinaus beweisen).

2. Wir bezeichnen die p-dimensionale Matrix

$$\begin{bmatrix} e^{2\pi\xi\cdot i}, & 0, & 0, & \cdots & 0 \\ 0, & 1, & 0, & \cdots & 0 \\ 0, & 0, & 1, & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0, & 0, & 0, & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

mit $E_p(\xi)$ ($p = 1, 2, 3, \cdots$, ξ reell). $\mathfrak{G}$ sei die Menge aller $E_m(\xi)$ (m fest, ξ beliebig); das ist offenbar eine Gruppe, und es ist $\mathfrak{G} = \bar{\mathfrak{G}}$. Wir ordnen nun der Matrix $E_m(\xi)$ die Matrix $E_n(\phi(\xi))$ zu. Damit dies eine Darstellung sei, muß es erstens eindeutig sein, und zweitens der Funktionalgleichung genügen.

Die erste Bedingung besagt: wenn $\alpha - \beta$ eine ganze Zahl ist, so ist es auch $\phi(\alpha) - \phi(\beta)$, und die zweite: $\phi(\alpha+\beta) - \phi(\alpha) - \phi(\beta)$ ist stets eine ganze Zahl. Und schließlich ist die Darstellung unstetig, wenn $e^{2\pi\phi(\xi)\cdot i}$ unstetig ist.

Wir wählen eine der Hamelschen unstetigen Lösungen der Funktionalgleichung

$$\psi(\xi+\eta) = \psi(\xi) + \psi(\eta)$$

aus, und setzen

$$\phi(\xi) = \psi(\xi) - \xi\cdot\psi(1).$$

Dann ist für ganze $\alpha - \beta$ $\phi(\alpha) - \phi(\beta) = 0$, ferner ist stets

$$\phi(\alpha+\beta) - \phi(\alpha) - \phi(\beta) = 0.$$

Außerdem ist $\phi(\xi)$ (ebenso wie $\psi(\xi)$) unstetig. Da es aber auch eine Lösung der Funktionalgleichung

$$\phi(\xi+\eta) = \phi(\xi) + \phi(\eta)$$

ist, so müssen die Punkte $\xi, \phi(\xi)$ in der Ebene überall dicht liegen[1], und daher ist auch $e^{2\pi\phi(\xi)\cdot i}$ unstetig.

Damit haben wir die gewünschte unstetige Darstellung. Ihre Schwankung in der Umgebung von E ist $\leqq 2$ (und zwar genau 2), da

$$|E_p(\alpha) - E_p(\beta)| = |e^{2\pi\alpha\cdot i} - e^{2\pi\beta\cdot i}| \leqq 2$$

ist.

3. Nun soll die Definition der Exponentialfunktion und ihrer Inversen erfolgen sowie die Aufzählung ihrer Haupteigenschaften (soweit wir sie im folgenden brauchen werden). Auf die Beweise derselben wollen wir hier nicht eingehen, sie sind durchweg fast trivial, und leicht zu ergänzen. (Sie werden übrigens in der in I. 4. erwähnten Arbeit nachgeholt werden.)

---

[1] Dies hat zuerst Hamel bewiesen, vgl. Fußnote 1 S. 79.

Digitized by Google

Die Potenzreihen

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{\nu?} A^{\nu} \quad \text{und} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu} (A-E)^{\nu}$$

konvergieren, wie man leicht einsieht, für alle A, bzw. für alle A mit $|A-E|<1$. Sie definieren die Funktionen e^{A} und $\log A$. Statt e^{A} wollen wir übrigens $\exp A$ schreiben.

($\log A$ ist also nur für $|A-E|<1$ definiert. Obwohl am Rande dieses Bereiches Singularitäten von $\log A$ liegen, kann $\log A$ analytisch fortgesetzt werden. Immerhin ist das genaue Studium seines Verhaltens ziemlich verwickelt und für unsere Zwecke unerheblich.)

Es ist $\exp 0 = E$, $\log E = 0$. $\exp A$ und $\log A$ sind (in ihren Definitionsbereichen) überall stetig, ja es gelten sogar die folgenden Abschätzungen: Aus $|A| \leqq \alpha$, $|B| \leqq \alpha$ $(\alpha > 0)$ bzw. $|A-E| \leqq \alpha$, $|B-E| \leqq \alpha$ $(0 < \alpha < 1)$ folgt

$$|\exp A - \exp B| \leqq e^{\alpha} |A-B| \text{ bzw. } |\log A - \log B| \leqq \frac{1}{1-\alpha} |A-B|.$$

Ferner ist

$$|\exp A| \leqq e^{|A|} - 1, \quad |\log A| \leqq \log \frac{1}{1-|A-E|}.$$

Für $|A-E|<1$ bzw. $|A|<\log 2$ gilt

$$\exp \log A = A \text{ bzw. } \log \exp A = A.$$

Wenn A, B vertauschbare Matrizen sind, so ist

$$\exp (A+B) = \exp A \cdot \exp B;$$

und wenn A, B vertauschbar sind, und außerdem $|A-E|$, $|B-E|$, $|AB-E| < 1$ ist, so ist

$$\log (A \cdot B) = \log A + \log B.$$

(Für nichtvertauschbare A, B gelten diese Relationen im allgemeinen nicht!)

Insbesondere ist

$$\exp (\alpha+\beta) A = \exp \alpha A \cdot \exp \beta A \qquad (\alpha, \beta \text{ komplexe Zahlen})$$

und stets

$$\det \exp A \neq 0$$

(es ist $\det \exp A = e^{\text{Spur } A}$).

Hieraus folgt

$$\exp (pA) = (\exp A)^{p}, \qquad (p = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

und wenn alle A^{r} $(1 \leqq r \leqq p$ bzw. $1 \geqq r \geqq p$, $p = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$ zu $|X-E|<1$ gehören

$$exp(A^{p}) = p \log A.$$

Digitized by Google

Schließlich gilt für alle A in der Umgebung von O bzw. E

$$\exp A = E + A + O(|A|^2) \quad \text{und} \quad \log A = A - E + O(|A-E|^2).$$

Weitere Eigenschaften von $\exp A$ und $\log A$ werden in dieser Arbeit keine Rolle spielen.

III. Beweis der Behauptung a.

1. $\mathfrak{G}$ sei also eine Gruppe in $\mathfrak{R}_m$, und D eine Darstellung von $\mathfrak{G}$ in $\mathfrak{R}_n$. $D(A)$ erfülle die Prämisse des Theorems: seine Schwankung in der Umgebung von E sei < 1.

Es gibt also ein $\bar{\varepsilon} > 0$ und ein $\bar{\eta} > 0$, so daß aus $|A-E| < \bar{\varepsilon}$ folgt $|D(A)-E_*| < 1-\bar{\eta}$. (Um Verwechslungen vorzubeugen schreiben wir in $\mathfrak{R}_n$ an Stelle von E, exp, log stets E_*, $\exp_*$, $\log_*$.) Folglich ist für $|A-E| < \bar{\varepsilon}$ die Größe $\log_* D(A)$ sinnvoll, und es ist

$$|\log_* D(A)| < \log \frac{1}{\bar{\eta}}.$$

Nun sei $|A-E| < \varepsilon$, $0 < \varepsilon < 1$ (über ε verfügen wir erst später). Dann gilt

$$|\log A| < \log \frac{1}{1-\varepsilon}$$

$$|r \log A| < r \log \frac{1}{1-\varepsilon}$$

$$|\exp(r \ln A) - E| < e^{r \log \frac{1}{1-\varepsilon}} - 1$$

$(r = 1, 2, \cdots)$, und wegen

$$\exp(r \log A) = (\exp \log A)^r = A^r$$

$$|A^r - E| < e^{r \log \frac{1}{1-\varepsilon}} - 1.$$

Wird verlangt, daß für $r = 1, 2, \cdots, p \qquad (p = 1, 2, \cdots)$

$$|A^r - E) < \bar{\varepsilon}$$

sei, so genügt es

$$e^{p \log \frac{1}{1-\varepsilon}} - 1 \leqq \bar{\varepsilon}$$

$$\log \frac{1}{1-\varepsilon} \leqq \frac{1}{p} \log(1+\bar{\varepsilon})$$

$$\varepsilon \leqq 1 - e^{-\frac{1}{p}\log(1+\bar{\varepsilon})}$$

zu setzen. Es gibt aber offenbar eine (von $\bar{\varepsilon}$ abhängige, aber von p unabhängige) Konstante c_1, so daß

$$\varepsilon = \frac{c_1}{p}$$

dieser Bedingung für alle p genügt.

Digitized by Google

Aus

$$|A-E|<\frac{c_1}{p} \qquad (p=1,\ 2,\ \cdots)$$

folgt also

$$|A^r-E|<\bar{\varepsilon} \qquad (r=1,\ 2,\ \cdots,\ p)$$

und hieraus

$$|D(A^r)-E_*|<1-\bar{\eta}$$
$$|(D(A))^r-E_*|<1-\bar{\eta}.$$

Folglich ist erstens

$$\log_* D(A^p)=\log_*(D(A))^p=p\log_* D(A)$$

und zweitens

$$|\log_* D(A^p)|<\log\frac{1}{\bar{\eta}}.$$

Aus diesen beiden Tatsachen folgt aber

$$|\log_* D(A)|<\frac{1}{p}\log\frac{1}{\bar{\eta}},$$

$$|D(A)-E_*|=|\exp_*\log_* D(A)-E_*|<e^{\frac{1}{p}\log\frac{1}{\bar{\eta}}}-1.$$

Und da es offenbar ein c_2 (c_2 ist wieder von p unabhängig!) mit

$$e^{\frac{1}{p}\log\frac{1}{\bar{\eta}}}-1<\frac{c_2}{p}$$

gibt, so haben wir das folgende Resultat gewonnen:

Aus $|A-E|<\frac{c_1}{p}$ $(p=1,\ 2,\ \cdots)$ folgt $|D(A)-E_*|<\frac{c_2}{p}$.

2. Aus dem Schlußresultate von III. 1. folgt: wenn $0<|A-E|<c_1$ ist, so können wir $p=1,\ 2,\ \cdots$ so wählen, daß

$$\frac{c_1}{2p}\leqq|A-E|<\frac{c_1}{p}$$

wird. Dann haben wir

$$|D(A)-E_*|<\frac{c_2}{p}\leqq\frac{2c_2}{c_1}|A-E|=c_3|A-E|.$$

D. h. $D(A)$ genügt in der Umgebung von E der Lipschitzschen Bedingung. Um so mehr ist es dort stetig und beschränkt. Wir wollen nun daran gehen, hieraus die Behauptung **a** des Theorems abzuleiten.

$\bar{\mathfrak{H}}$ sei eine beschränkte und abgeschlossene Teilmenge von $\mathfrak{G}$. A_0 sei ein Punkt von $\bar{\mathfrak{H}}$ (folglich gehört A_0 zu $\overline{\mathfrak{G}}$, zu $\mathfrak{G}$ braucht es nicht zu gehören). Wir wollen zeigen, daß es eine Umgebung $\mathfrak{U}$ von A_0 gibt, in der $D(A)$ beschränkt ist (d. h. im gemeinsamen Teile von $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{G}$).

Digitized by Google

Es ist $\det A_0 \neq 0$, d. h. $|\det A_0| = \partial > 0$, also gibt es ein $\varepsilon' > 0$, so daß aus $|A - A_0| < \varepsilon'$ folgt $|\det A| \geqq \frac{1}{2}\partial$ (ε' hängt von A' ab!). In der Umgebung $|A - A_0| < \varepsilon'$, $|B - A_0| < \varepsilon'$ ist folglich die Funktion AB^{-1} gleichmäßig stetig, also gibt es ein $\varepsilon'' > 0$ (auch von A_0 abhängig), so daß aus $|A - A_0| < \varepsilon''$, $|B - A_0| < \varepsilon''$

$$|AB^{-1} - E| < c_1$$

ist. Nun wählen wir in der Umgebung $|A - A_0| < \varepsilon''$ ein zu $\mathfrak{G}$ gehörendes A aus (ein solches gibt es, da A_0 zu $\mathfrak{G}$ gehört). Dann ist für alle B aus $\mathfrak{G}$ mit $|B - A_0| < \varepsilon''$

$$|BA^{-1} - E| < c_1$$

$$|D(BA^{-1}) - E| < c_2$$

$$|D(B) - D(A)| = |(D(BA^{-1}) - E)\, D(A)| \leqq c_2 |D(A)|$$

$$|D(B)| \leqq |D(B) - D(A)| + |D(A)| \leqq |D(A)| + c_2 |D(A)|.$$

Folglich ist $D(B)$ in $|B - A_0| < \varepsilon''$ beschränkt, wir können also $\mathfrak{U}$ gleich dieser Umgebung von A_0 wählen.

Wir bilden nun für jedes A_0 von $\bar{\mathfrak{H}}$ das zugehörige $\mathfrak{U}$: diese Umgebungen überdecken ganz $\bar{\mathfrak{H}}$. Da $\bar{\mathfrak{H}}$ beschränkt und abgeschlossen ist, so ist der Borelsche Überdeckungssatz anwendbar: $\bar{\mathfrak{H}}$ kann bereits mit endlich vielen $\mathfrak{U}$ überdeckt werden.

Da $D(A)$ in jedem dieser $\mathfrak{U}$ beschränkt ist, ist es also auch in $\bar{\mathfrak{H}}$ (d. h. in dessen gemeinsamem Teile mit $\mathfrak{G}$) beschränkt.

3. Es gibt also eine Konstante c_4 (c_4 und ebenso die späteren c_5, c_6, ... sind von $\bar{\mathfrak{H}}$ abhängig), so daß in $\bar{\mathfrak{H}}$ stets

$$|D(A)| \leqq c_4$$

ist. Ferner ist in $\bar{\mathfrak{H}}$ durchweg $\det A \neq 0$, wegen der Beschränktheit und Abgeschlossenheit von $\bar{\mathfrak{H}}$ gibt es also ein $c_5 > 0$, so daß in $\bar{\mathfrak{H}}$ stets

$$|\det A| \geqq c_5$$

gilt. Und da $\bar{\mathfrak{H}}$ beschränkt ist, gibt es ein c_6, so daß in $\bar{\mathfrak{H}}$ stets

$$|A| \leqq c_6$$

gilt. Aus diesen zwei letzten Ungleichheiten folgt aber die Existenz eines c_7, so daß für alle A, B von $\bar{\mathfrak{H}}$

$$|AB^{-1} - E| \leqq c_7 |A - B|$$

ist.

Digitized by Google

Also folgt aus

$$|A-B| < \frac{c_1}{c_7}$$

sofort:

$$|AB^{-1}-E| < c_1$$

$$|D(AB^{-1})-E_*| < c_2|AB^{-1}-E| \leqq c_2 c_7 |A-B|$$

$$|D(A)-D(B)| = |(D(AB^{-1})-E_*)D(B)|$$

$$\leqq |D(AB^{-1})-E_*|\,|D(B)| \leqq c_2 c_4 c_7 |A-B|.$$

Aus

$$|A-B| \geqq \frac{c_1}{c_7}$$

hingegen folgt:

$$|D(A)-D(B)| \leq 2c_4 \leqq \frac{2c_4 c_7}{c_1}|A-B|.$$

Wenn wir also

$$c_8 = \mathrm{Max}\left(c_2 c_4 c_7,\ \frac{2c_4 c_7}{c_1}\right)$$

setzen, so gilt für alle A, B des gemeinsamen Teiles von $\overline{\mathfrak{H}}$ und $\mathfrak{G}$:

$$|D(A)-D(B)| \leqq c_8|A-B|.$$

D. h.: die LIPSCHITZsche Bedingung ist im gemeinsamen Teile von $\overline{\mathfrak{H}}$ und $\mathfrak{G}$ gleichmäßig erfüllt.

4. Nun ist es leicht die Behauptung **a** des Theorems zu beweisen. Nach der soeben bewiesenen Formel ist ja $D(A)$ in jedem Punkte von $\overline{\mathfrak{G}}$ stetig (d. h. seine Schwankung in hinreichend kleinen Umgebungen eines solchen Punktes beliebig klein). es kann also auf ganz $\overline{\mathfrak{G}}$ stetig erweitert werden. Wegen der Stetigkeit gilt dann die Beziehung

$$D(A\cdot B) = D(A)\cdot D(B)$$

auf ganz $\overline{\mathfrak{G}}$; also ist diese stetige Erweiterung in der Tat eine Darstellung von $\overline{\mathfrak{G}}$.

Und schließlich muß die Ungleichheit

$$|D(A)-D(B)| \leqq c_8|A-B|$$

wegen der Stetigkeit auch in ganz $\overline{\mathfrak{H}}$, nicht nur in dessen mit $\mathfrak{G}$ gemeinsamem Teile, gelten. (Eigentlich muß nicht jeder Punkt von $\overline{\mathfrak{H}}$ Häufungspunkt des Durchschnitts von $\overline{\mathfrak{H}}$ mit $\mathfrak{G}$ sein; wir können aber dann statt $\overline{\mathfrak{H}}$ ein etwas größeres $\overline{\mathfrak{H}}'$ nehmen.)

Damit ist **a** restlos bewiesen.

Digitized by Google

IV. Beweis der Behauptung b.

1. Wir beweisen zunächst den folgenden Satz: $A_1, A_2, \cdots$ sei eine Folge von Matrizen (in $\mathfrak{R}_m$, genau dasselbe gilt natürlich in $\mathfrak{R}_n$), und $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots$ eine gegen O strebende Folge positiver Zahlen. Die Konvergenz einer jeden der beiden Matrizenfolgen

$$\frac{1}{\varepsilon_1}(A_1 - E)\frac{1}{\varepsilon_2}, \quad (A_2 - E), \cdots \text{ und } \frac{1}{\varepsilon_1}\log A_1, \frac{1}{\varepsilon_2}\log A_2, \cdots$$

zieht die der anderen nach sich, und beide haben denselben Limes.

Erstens konvergiere $\frac{1}{\varepsilon_1}(A_1 - E), \frac{1}{\varepsilon_2}(A_2 - E), \cdots$ gegen U. Dann ist $\left|\frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - E)\right|$ beschränkt, wegen $\varepsilon_p \to 0$ konvergiert also $|A_p - E|$ gegen 0, also A_p gegen E. Also ist für fast alle p $|A_p - E| < 1$, d. h. $\log A_p$ sinnvoll, und es ist

$$\begin{aligned}\frac{1}{\varepsilon_p}\log A_p &= \frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - E) + \frac{1}{\varepsilon_p}O(|A_p - E|^2)\\ &= \frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - E) + \varepsilon_p O\left(\left|\frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - E)\right|^2\right).\end{aligned}$$

Der erste Summand konvergiert gegen U, im zweiten konvergiert der Faktor ε_p gegen 0, während

$$O\left(\left|\frac{1}{\varepsilon_p}(A - E)\right|^2\right) = O(1)$$

ist. Der zweite Summand konvergiert also gegen 0, und $\frac{1}{\varepsilon_p}\ln A_p$ folglich gegen U.

Zweitens konvergiere $\frac{1}{\varepsilon_p}\ln A_p$ gegen U. Dann ist $\left|\frac{1}{\varepsilon_p}\log A_p\right|$ beschränkt wegen $\varepsilon_p \to 0$ konvergiert also $|\log A_p|$ gegen 0, also $\log A_p$ gegen 0, A_p gegen E. Ferner gilt

$$\begin{aligned}\frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - E) &= \frac{1}{\varepsilon_p}(\exp\log A_p - E) = \frac{1}{\varepsilon_p}\log A_p + \frac{1}{\varepsilon_p}O(|\log A_p|^2)\\ &= \frac{1}{\varepsilon_p}\log A_p + \varepsilon_p O\left(\left|\frac{1}{\varepsilon_p}\log A_p\right|^2\right).\end{aligned}$$

Der erste Summand konvergiert gegen U, im zweiten konvergiert der Faktor ε_p gegen 0, während

$$O\left(\left|\frac{1}{\varepsilon_p}\log A_p\right|^2\right) = O(1)$$

Digitized by Google

ist. Der zweite Summand konvergiert also gegen o, und $\frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - E)$ folglich gegen U.

Damit ist der oben ausgesprochene Satz bewiesen.

2. $A_1, A_2, \cdots$ sei eine Folge von Matrizen aus $\overline{\mathfrak{G}}$, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots$ eine Folge gegen o strebender positiver Zahlen. Wir behaupten: wenn die Folge

$$\frac{1}{\varepsilon_1}(A_1 - E), \quad \frac{1}{\varepsilon_2}(A_2 - E), \cdots$$

konvergiert, so konvergiert auch die Folge

$$\frac{1}{\varepsilon_1}(D(A_1) - E_*), \quad \frac{1}{\varepsilon_2}(D(A_2) - E_*), \cdots.$$

Nach dem in IV. 1. Bewiesenen können wir ebensogut dies beweisen: wenn die Folge der $\frac{1}{\varepsilon_p}\log A_p$ konvergiert, so konvergiert auch die Folge der $\frac{1}{\varepsilon_p}\log D(A_p)$. Und wenn wir eine Folge positiver ganzer Zahlen $\nu(1), \nu(2), \cdots$ so auswählen, daß für $p \to \infty$

$$\nu(p) \cdot \varepsilon_p \to \frac{1}{k}$$

(wobei k eine weiter unten zu bestimmende, feste positive ganze Zahl ist), so besagt dies: aus der Konvergenz von $\nu(p)\log A_p$ folgt die Konvergenz von $\nu(p)\log_* D(A_p)$. Eine Folge $\nu(1), \nu(2), \cdots$ von der gewünschten Art existiert für jedes k. Nun sei der Limes von $\frac{1}{\varepsilon_p}\log A_p$ gleich U. Dann konvergiert $\nu(p)\log A_p$ gegen $\frac{1}{k}U$. Wie wir wissen, gibt es ein $\bar{\varepsilon} > 0$, so daß aus $|A - E| < \bar{\varepsilon}$ folgt $|D(A) - E_*| < 1$ (dies folgt auch aus der Stetigkeit). Wir wählen nun k so, daß

$$\left|\frac{1}{k}U\right| < \log(1+\bar{\varepsilon}), \text{ d. h. } k > \frac{|U|}{\log(1+\bar{\varepsilon})}$$

sei.

Dann ist

$$|\operatorname*{limes}_{p\to\infty} \nu(p)\log A_p| < (1+\bar{\varepsilon}),$$

also gilt für fast alle p

$$|\nu(p)\log A_p| < \log(1+\bar{\varepsilon}).$$

Und für alle $r = 1, 2, \cdots, \nu(p)$ gilt:

$$|r\log A_p| \leqq |\nu(p)\log A_p| < \log(1+\bar{\varepsilon})$$
$$|\exp(r\log A_p) - E| < e^{\log(1+\bar{\varepsilon})} - 1 = \bar{\varepsilon},$$

Digitized by Google

d. h. wegen

$$\exp(r \log A_p) = (\exp \log A_p)^r = A_p^r$$
$$|A_p^r - E| < \bar{\varepsilon}$$
$$|D(A_p^r) - E_s| < 1, \quad |(D(A_p))^r - E_s| < 1.$$

Hieraus folgt aber (für fast alle p giltig!)

$$\log_s D(A_p^{\nu(p)}) = \log_s (D(A_p)^{\nu(p)}) = \nu(p) \log_s D(A_p).$$

Da $\nu(p) \log A_p$ gegen $\frac{1}{k} U$ konvergiert, so konvergiert

$$\exp(\nu(p) \log A_p) = (\exp \log A_p)^{\nu(p)} = A_p^{\nu(p)}$$

gegen $\exp\left(\frac{1}{k} U\right)$. Alle A_p, also auch alle $A_p^{\nu(p)}$ gehören zu $\bar{\mathfrak{G}}$, also ist $\exp\left(\frac{1}{k} U\right)$ ein Häufungspunkt von $\bar{\mathfrak{G}}$. Seine Determinante kann nicht verschwinden, folglich gehört $\exp\left(\frac{1}{k} U\right)$ zu $\bar{\mathfrak{G}}$. Also ist $D(A)$ an der Stelle $\exp\left(\frac{1}{k} U\right)$ stetig, und hieraus ergibt sich

$$D(A_p^{\nu(p)}) \to D\left(\exp\left(\frac{1}{k} U\right)\right).$$

Ferner folgt aus $\left|\frac{1}{k} U\right| < \log(1 + \bar{\varepsilon})$ sofort:

$$\left|\exp\left(\frac{1}{k} U\right) - E\right| < e^{\log(1+\bar{\varepsilon})} - 1 = \bar{\varepsilon}$$
$$\left|D\left(\exp\left(\frac{1}{k} U\right)\right) - E_s\right| < 1,$$

so daß $\log_s X$ an der Stelle $D\left(\exp\left(\frac{1}{k} U\right)\right)$ stetig ist; folglich ist auch

$$\log_s D(A_p^{\nu(p)}) \to D\left(\exp\left(\frac{1}{k} U\right)\right).$$

Nun gilt für fast alle p

$$\log_s D(A_p^{\nu(p)}) = \nu(p) \log_s D(A_p),$$

Digitized by Google

und folglich ist

$$\nu(p)\log_* D(A_p) \to D\left(\exp\left(\frac{1}{k}U\right)\right),$$

womit die Behauptung bewiesen ist.

3. Wir können jetzt die Differentiierbarkeit von $D(A)$, d. h. die Behauptung **b** unschwer beweisen.

Mit $\mathfrak{J}$ bezeichnen wir die Menge aller Matrizen U (aus $\mathfrak{R}_m$) zu denen eine Folge $A_1, A_2, \cdots$ von Matrizen aus $\overline{\mathfrak{G}}$ sowie eine Folge $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots$ gegen 0 strebender positiver Zahlen existiert, so daß

$$\frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - E) \to U.$$

Wenn U zu $\mathfrak{J}$ gehört, so hat, nach IV. 2.,

$$\frac{1}{\varepsilon_p}(D(A_p) - E_*)$$

für alle derartigen Folgen einen Limes, und dieser Limes muß für alle solche Folgen derselbe sein: denn zwei solche Folgen können stets zu einer einzigen vom selben Typus kombiniert werden. Dieser Limes hängt folglich nur von U ab, wir bezeichnen ihn mit $J(U)$.

Wir sehen: aus

$$\frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - E) \to U$$

folgt erstens, daß U zu $\mathfrak{J}$ gehört, und zweitens

$$\frac{1}{\varepsilon_p}(D(A_p) - E_*) \to J(U).$$

($\mathfrak{J}$ ist offenbar die zu $\mathfrak{G}$ gehörende »Infinitesimalgruppe«, und J die D entsprechende »Infinitesimaldarstellung«. Wir sehen von der (teilweise recht leichten) Entwicklung ihrer Eigenschaften ab, da sie zum Beweise von **b** nicht notwendig sind. Eine genauere Untersuchung derselben soll in der in I. 4. erwähnten Arbeit durchgeführt werden.)

Wir betrachten nun eine Matrix A aus $\overline{\mathfrak{G}}$, und außerdem noch eine Folge von Matrizen $A_1, A_2, \cdots$ aus $\overline{\mathfrak{G}}$, sowie eine Folge gegen 0 strebender positiver Zahlen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots$.

Es sei diesmal

$$\frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - A) \to U.$$

Hieraus folgt sofort

$$\frac{1}{\varepsilon_p}(A_p A^{-1} - E) = \frac{1}{\varepsilon_p}(A_p - A)\cdot A^{-1} \to UA^{-1},$$

Digitized by Google

also gehört UA^{-1} zu $\mathfrak{J}$, und es ist

$$\frac{\mathrm{I}}{\varepsilon_p}\left(D(A_p A^{-1}) - E_s\right) \to J(UA^{-1}),$$

$$\frac{\mathrm{I}}{\varepsilon_p}\left(D(A_p) - D(A)\right) = \frac{\mathrm{I}}{\varepsilon_p}\left(D(A_p A^{-1}) - E_s\right) \cdot D(A) \to J(UA^{-1}) \cdot D(A).$$

D. h.: wenn $\frac{\mathrm{I}}{\varepsilon_p}(A_p - A)$ konvergiert, so konvergiert auch $\frac{\mathrm{I}}{\varepsilon_p}\left(D(A_p) - D(A)\right)$. Damit ist aber bewiesen, daß $D(A)$ überall in $\mathfrak{G}$ differentiierbar ist.

Die Behauptung **b** ist also ebenfalls bewiesen.

Ausgegeben am 5. Mai.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XI. Gesamtsitzung. 24. März.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Heymann.

*1. Hr. Pompeckj sprach über das Leben der algonkischen und kambrischen Zeiten.

In der Geschichte des Lebens ist der große Gegensatz zwischen der ärmlichen ältesten Überlieferung algonkischer Lebewesen und der reichen kambrischen Fauna eine in den folgenden Erdzeiten niemals wiederholte Erscheinung. Ihre ungezwungenste und wahrscheinlichste Erklärung findet sie in der Verschiedenheit der Lebensräume, in denen die beiden nahezu inkommensurablen Lebewelten existiert haben. In den algonkischen Sedimenten sind mit ganz verschwindenden Ausnahmen nur Ablagerungen aus kontinentalen Gebieten überliefert, welche durch ihre Bildungsart der Erhaltung organischer Formen in hohem Maße ungünstig waren. Im Gegensatz dazu wurde das, was von kambrischem Leben bekannt ist, in marinen Gesteinen mit verhältnismäßig sehr günstigen Fossilisationsbedingungen konserviert. Die nach der geologischen Überlieferung der algonkischen verbindungslos gegenüberstehende kambrische Lebewelt ist von Ahnenreihen abzuleiten, die mindestens bereits den größten Teil ihrer Entwickelung in Meeresräumen durchgemacht haben, welche zwischen den archäischen und algonkischen Kontinenten und außerhalb der heutigen Kontinentalmassen gelegen waren.

2. Vorgelegt wurde der vom King's College in London übersandte Nachruf auf das verstorbene korrespondierende Mitglied Sir Paul Vinogradoff (Sonderabdr. aus der Slavonic Review).

Digitized by Google

Die tägliche Periode der Höhenstrahlung.

Von Werner Kolhörster und Gubert von Salis.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.
Vorgelegt von Hrn. Nernst am 24. Februar 1927 [s. oben S. 31].)

Hierzu Taf. I.

1. Messungen in Berlin und Davos (40 und 1600 m ü. M.).

(Kolhörster.)

Im Jahre 1923 hatten sich bei den Messungen der Höhenstrahlung im Gebiete der Jungfraubahn geringe Schwankungen im täglichen Verlauf der Strahlungsintensität ergeben[1]. Sie traten am deutlichsten bei Beobachtungen auf dem Gletschereis hervor, waren jedoch auch noch unter 2.5 und 4.5 m dicken Eisschichten nachweisbar und wurden erst unter 10 m Eis unmerklich. Danach konnte es sich nur um Schwankungen der Höhenstrahlung handeln, da die Instrumente durch genügend dicke Eisschichten vor der Erdstrahlung geschützt waren. Dieses Ergebnis ließ sich im Sinne der Nernstschen Hypothese[2] deuten.

Nach dieser soll die Strahlung von junger Sternmaterie ausgehen, die, soweit man weiß, ungleichmäßig am Himmel verteilt ist. Eine Richtwirkung kommt dadurch zustande, daß beim Hochsteigen der strahlenden Gebiete im täglichen Umschwung des Himmelsgewölbes der Luftweg zum Instrument immer kürzer wird, die Intensität also zunimmt, während sie nach dem Durchgang durch den Meridian wieder abnimmt. Verwischt wird die Richtwirkung durch die Streuung.

Diesen Überlegungen entsprachen im allgemeinen die damaligen Ergebnisse. Die Schwankungen der Strahlungsintensität in 3500 m Höhe ergaben einen täglichen Verlauf, der ein Morgenmaximum aufwies bei der Kulmination der Milchstraße (in Rektaszensionszeit: $\alpha = 3^h$), ein Abendmaximum bei der Kulmination des Herkules ($\alpha = 16^h$), während das Minimum mit der Kulmination des nördlichen Poles der Milchstraße ($\alpha = 13^h$) zusammentraf. Bei schärferer Ausblendung durch Eisspalten in Ost-West- und Nord-Süd-Richtung waren die zu erwartenden Verschiebungen in den Eintrittszeiten der Extrem-

[1] W. Kolhörster (G. von Salis) Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. **34**, 366; 1923.
[2] W. Nernst, Das Weltgebäude im Lichte der neueren Forschung. Berlin 1921.

Digitized by Google

werte angedeutet. Jedoch ließen sich diese nicht mit genügender Sicherheit bestimmen, um die Strahlungszentren befriedigend lokalisieren zu können. Die Strahlungsstärke in den Spalten erwies sich für diesen Zweck als zu gering, so daß auch noch im folgenden Jahre[1] derartige Abschirmungsversuche unterblieben, und die ganze verfügbare Zeit zu Messungen auf der Gletscheroberfläche benutzt wurde. Diese Beobachtungen brachten denn auch ein genaueres Bild vom täglichen Verlauf der Höhenstrahlung.

Die Maxima fielen auf die Stunden $\alpha = 1-4,\ 12,\ 16,\ 19^h$, die Minima auf $\alpha = 8,\ 14,\ 23^h$. Die Beobachtungen zu anderer Jahreszeit, also verschiedener Sternzeit, mußten zunächst im Jungfraugebiet aus äußerlichen Gründen aufgeschoben werden. So wurde denn versucht, die Periode im Flachlande zu messen gleichzeitig mit der Verbesserung der Apparate. Das Resultat war eine deutliche Verschiebung der Extreme mit der Jahreszeit, die ausbleibt, wenn die Beobachtungen auf Sternzeit bezogen werden. Es seien hier nur die beiden Reihen wiedergegeben, welche die größte Sternzeitdifferenz von 10 Stunden aufweisen und mit demselben Apparat Nr. 8 in Berlin in zwei verschiedenen Gebäuden durchgeführt worden sind. Die Novemberreihe, auf die mittlere Epoche vom 18. November 1925 bezogen, ergibt als Eintrittszeiten für die Extreme

	Maxima	Minima
$\alpha =$	1—4, 7, 15, 21	2, 10, 19

und die Junireihe, mittlere Epoche 6. Juni 1926,

	Maxima	Minima
$\alpha =$	2, 7, 15, 22	5, 11, 19.

Es ist dies eine nach Lage der Umstände gute Übereinstimmung von Werten, die 7 Monate auseinander liegen.

Entsprechende Messungen wurden mit dem gleichen Instrument in der Zeit vom 5. bis 31. Juli 1926 in Davos (1600 m) ausgeführt[2]. Auf die mittlere Epoche vom 18. Juli 1926 bezogen, treten die Extreme ein um

	Maxima	Minima
$\alpha =$	0—4, 7—8, 13—17, 21—23	6, 10, 19.

In folgender Zahlentafel sind die Eintrittszeiten zusammengestellt, wobei alle Zeitangaben Sternzeit bedeuten.

Nimmt man an, die Davoser Reihe sei in Anbetracht der stärkeren Strahlungsintensität und der größten Zahl von Einzelwerten (180) die zuverlässigste, so zeigt sich die beste Übereinstimmung in den Eintrittszeiten der Extreme mit der Berliner Novemberreihe, die auf rund 150 Einzelwerten beruht. Aber auch die Junireihe mit 80 Einzelwerten ergibt denselben Verlauf, wenn auch die Einzelheiten nicht so sehr zum Ausdruck kommen. Ganz allgemein wäre zu sagen, daß zur Zeit der Versuche die Höhenstrahlung zwischen $\alpha = 0-4$,

[1] W. Kolhörster, Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. **7**, 120; 1925.

[2] Hr. Prof. Dr. C. Dorno ermöglichte die Ausführung dieser Versuche, wofür ihm auch an dieser Stelle herzlich gedankt sei.

Digitized by Google

Ort der Beobachtung	Mittlere Zeit	Eintrittszeiten der Maxima				Minima		
Jungfraujoch 3500 m	29. 7. 1923	3		16			13	
Jungfraujoch 3500 m	16. 7. 1924	1—4	12	16	19		8 14	23
Berlin 40 m	18. 11. 1925 150 Einzelwerte	1—4	7	15	21	2	10	19
Berlin 40 m	6. 6. 1926 80 Einzelwerte	2	7	15	22	5	11	19
Davos 1600 m	18. 7. 1926 180 Einzelwerte	0—4	7—8	13—17	21—23	6	10	19

6—8, 13—18 hohe, zwischen 8—12, 19—21^h niedere Werte aufweist. Es zeigt sich also, daß die Höhenstrahlung selbst im Flachlande mit der Sternzeit schwankt. Daß diese Schwankungen der Höhenstrahlung zuzuschreiben sind, wird durch die Versuche im Hochgebirge im zweiten Abschnitt nahegelegt.

Die zu den eben besprochenen und zu den im Jungfraugebiet ausgeführten Versuchen benutzten Instrumente waren dieselben, wie sie bereits früher verwendet worden waren[1], mit Änderungen und Verbesserungen versehen, die sich im Laufe der Arbeiten ergeben hatten. So war z. B. der Apparat Nr. 11 nunmehr mit 3 mm starken Bleiwänden ausgekleidet, nachdem es gelungen war, genügend strahlungsfreies, nachweislich über 150 Jahre altes Blei zu diesem Zwecke zu beschaffen, das eine Reststrahlung von 13 Ionen aufwies. Die Wolframeinlage dieses Instrumentes war zur Verstärkung des Wolframbelages von Nr. 10 verwendet worden, das damit eine Wolframschicht von 0.6 mm Dicke erhielt. Die Reststrahlung der anderen Instrumente betrug maximal 6 Ionen.

Ferner wurde eine transportfähige Registriervorrichtung konstruiert[2], die a. a. O. beschrieben werden soll. Die Ausmaße des lichtdichten Kastens betragen 7.5×8.5×15 cm, so daß das leichte Instrument ohne weiteres auf die Mikroskope der üblichen Strahlungsapparate aufgeklemmt werden kann. Die Registriertrommel von 6 cm Höhe und 6.5 cm Durchmesser wird von einem kräftigen Uhrwerk vor dem schmalen Spalt in 24 Stunden vorbeigedreht, auf dem sich die Elektrometerfäden projizieren. Zur Scharfeinstellung ist ein 45°-Spiegel dicht über dem Schlitz vorgesehen, der Einstellung und Kontrolle jederzeit, auch im Betrieb, gestattet. Ein Kontakt für Zeitmarken ist vorhanden, und die Umdrehung der Trommel läßt sich durch ein rotes Fenster verfolgen, hinter welchem ein Stundenzifferblatt vorbeizieht. Zur Beleuchtung kann jede beliebige Lichtquelle, auch Tageslicht benutzt werden. Es genügt ein 3.5-Volt-Lämpchen mit Taschenlampenbatterien. Da diese aber meist nur einige Stunden vorhalten, so ist Akkumulatoren- oder Starkstromlicht vorzuziehen. Das Instrument wurde erst kurz vor der Abreise im Rohbau fertig und mußte, weil unerprobt, zunächst zurückbleiben.

[1] W. Kolhörster. Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. **7**, 120; 1925.

[2] Hrn. Dr. Keil von der Phys.-Techn. Reichsanstalt sei für seine Hilfe beim Bau des Registrierinstrumentes bestens gedankt.

Digitized by Google

2. Messungen im Jungfraugebiet (2900 bis 4100 m ü. M.).

(Kolhörster und von Salis.)

Nach den erwähnten Ergebnissen ging der Plan dahin, ganztätige Messungsreihen in möglichst großer Höhe, gegen Erdstrahlung geschützt, auszuführen. Dazu war neben den Beobachtungen am Joch der Mönchsgipfel mit 4100 m Höhe vorgesehen. Die Gipfelmessungen sollten mit möglichst großem Zeitunterschied, also zu Anfang und Ende der Expedition gemacht werden, während in der Zwischenzeit durch verschiedenartiges Abblenden von Himmelsflächen zu untersuchen war, ob eine Verschiebung in den Eintrittszeiten der Extreme erfolgt, wenn die Strahlung nur aus bestimmten Richtungen auf die Instrumente wirkt.

Danach konnte es sich zunächst nur darum handeln, unter Ausnützung aller der durch die Bahnanlage gegebenen Möglichkeiten die Versuchsbedingungen weitgehendst zu ändern. Ob dann noch bei diesen notwendig viel kürzeren Reihen bereits eine befriedigende Lokalisierung der vermuteten Strahlungszentren erwartet werden konnte, mußten die Versuche zeigen. Sie waren unerläßlich zur Orientierung und um die Unterlagen für spätere längere Reihen zu gewinnen.

Der Beginn unserer Arbeiten zu Anfang August fiel in eine Periode schlechten Wetters, während der wir am Eigergletscher und am Joch beobachteten und die Vorbereitungen für die Mönchsexpedition trafen.

Versuche auf dem Plateau am Jungfraujoch (3500 m ü. M.).

Bei diesen Messungen kam uns der 1925 auf dem Plateau, dicht am Steilabfall gegen Guggigletscher, errichtete kleine Holzturm sehr zustatten, der zur Aufnahme meteorologischer Instrumente gebaut worden war. Er ist durch einen 120 m langen Eisgang, der von der Jochhöhle abzweigt, auch bei ungünstigem Wetter erreichbar. In ihm zeigte das Instrument Nr. 10 (Wolfram) vom 9. bis 10. August 1926 den in Fig. 1 gezeichneten Verlauf, bezogen auf Rektaszensionszeit als Abszisse, Zerstreuung in $I = \text{Ionen} \times \text{cm}^{-3}\ \text{sec}^{-1}$ als Ordinate.

Die Extreme treten auf bei

	Maxima	Minima
$\alpha =$	1, 8, 15, 19—20	5, 11—12, 17, 22,

also ganz ähnlich, wie schon früher beobachtet wurde, und die Mehrzahl der Extreme im selben Sinne und zu ungefähr gleichen Zeiten.

Versuche im Eisgang am Jungfraujoch (3500 m ü. M.).

Um den gegen die eben angeführten Versuche immerhin möglichen Einwand zu entkräften, daß nämlich die Schwankungen der Intensität durch die der Luftstrahlung, d. h. durch den wechselnden Gehalt der Luft an aktiven Niederschlägen, bedingt seien, machten wir eine Beobachtungsreihe in dem eben erwähnten Eisgang, der durch Türen gut verschließbar ist. An einer Stelle, wo die darüberliegende Firneisschicht etwa 3—4 m betrug, wurden

Digitized by Google

die Instrumente Nr. 8 und 10 in der Zeit vom 16. bis 19. August 1926 und Nr. 11 nur kürzere Zeit beobachtet. Auch hier zeigten sich die Schwankungen, gegen die Oberflächenwerte um den entsprechenden Betrag der Absorption in der Eisschicht geschwächt, im gleichen Sinne und zu annähernd gleicher Zeit.

Eisgang 16. – 19. August 1926 (3500 m).

	Maxima	Minima
Mittelkurve graph. interpol.	1, 7, 13, 17, 22	3—4, 10, 15, 19—20.

Die in Fig. 2 und in obiger Zeile dargestellte Mittelkurve wurde aus den 3 Apparaten Nr. 8 (Zink), Nr. 10 (Wolfram) und Nr. 11 (Blei) gewonnen, und zwar so, daß man den Mittelwert aus den entsprechenden einzelnen Beobachtungen an den verschiedenen Apparaten berechnete und durch diese Mittelwerte nach einem einfachen graphischen Verfahren die mittlere Kurve (Mittelkurve) durchzog. Auf diese Art wurden alle in dieser Arbeit gegebenen Mittelkurven erhalten.

Trotz der schwachen Intensität von im Mittel 1.5 Ionen kamen die bekannten Extreme wieder zum Ausdruck. Die Ergebnisse können natürlich nur in Verbindung mit den anderen von Bedeutung sein, sie sind somit als bestätigende Beobachtungen zu bewerten.

Mönchsgipfel (4105 m ü. M.).

Für die Beobachtungen auf dem mit dickem Firneis bedeckten Mönchsgipfel wurden Polarausrüstungen und ein Polarzelt[1] hinaufgeschafft. Auf der Ostseite des Gipfels konnte das Zelt an einer windgeschützten Stelle aufgeschlagen werden; für den Notfall wurde noch eine Schneehöhle gegraben, um Schutz vor Gewittersturm zu bieten. Eine direkte Fernsprechverbindung, zu der die Schweizerische Heeresverwaltung die Apparate lieferte[2], wurde von der Station Jungfraujoch auf dem Anstiegsweg zum Gipfel verlegt und leistete sehr gute Dienste. Wir beobachteten mit Apparat Nr. 10 vom 19. bis 21. August und vom 12. bis 18. September, mit Apparat Nr. 8 vom 24. bis 25. August und mit Apparat Nr. 11 vom 14. bis 16. September 1926. Die Messungen wurden also mit einem Zeitunterschied von einem Monat ausgeführt, was einer Sternzeitdifferenz von 2 Stunden entspricht. Sie sind in Fig. 3 dargestellt.

Unter vereinfachenden Annahmen ist zu erwarten, daß zwei aufeinanderfolgende Extreme dann getrennt erscheinen, wenn die sie verursachenden Strahlungszentren etwa 4 Stunden auseinander liegen. Infolgedessen sind in den Mittelkurven jeweils nur 4—5 Extreme zum weiteren Vergleich herangezogen worden.

---

[1] Hr. Prof. DE QUERVAIN (†) stellte uns in zuvorkommender Weise sein Grönland-Expeditionszelt als Muster zur Verfügung.

[2] Hrn. Oberst MÜLLER, Chef der Schweizerischen Kriegstechnischen Abteilung, und Hrn. Art.-Oberlt. VON TSCHARNER sei auch an dieser Stelle bestens gedankt.

Digitized by Google

Mönchsgipfel (4105 m).

Instrument	Zeit	Maxima	Minima
Nr. 10 (Wolfram)	19.–21. 8. 1926	1 4 7 13 16 21	3 5 11 14–15 17 23
Nr. 10 (Wolfram)	12. 9. 1926	12–14	10 14–15
Nr. 10 (Wolfram)	17.–18. 9. 1926	1–2	3 24
Nr. 11 (Blei)	14.–16. 9. 1926	0–1 4 6–7 15–16 21	2 11 19 23
Nr. 8 (Zink).....	24.–25. 8. 1926	1 7 13 16 21	2–3 5 10–11 19 23
Mittelkurve graph. interpol.		1–4 6–7 13–17 21	10 11 19 23

Die Leerstellen in der zweiten und dritten Zeile obiger Tabelle sind dadurch zustande gekommen, daß an jenen Tagen die Messungen nur über kürzere Zeiten ausgeführt wurden. Dies hatte am 12. September 26 seinen Grund darin, daß der Gipfel um 9 Uhr erreicht wurde und die Beobachtung nur bis 16 Uhr ausgeführt werden konnte, weil ein einsetzender Gewittersturm das Verlassen des Gipfels forderte. Am 17. September 26 wurde dagegen das Zelt erst um 9 Uhr abends erreicht und die Messungen wurden beim Morgengrauen am 18. September 26 abgebrochen, weil dann gleich das Zelt zusammengepackt und ins Tal hinuntergebracht wurde.

Diese Messungen sind mit der bisher höchsten Strahlungsintensität gewonnen. Als Mittel der 3 Instrumente ergab sich 7.8 Ionen für die Höhenstrahlung. Schreibt man ihr allein die gesamte Schwankung zu, so beträgt diese entsprechend 2.5 Ionen oder maximal 32 %. Wohl vergrößern die schwierigen Verhältnisse, unter denen die Beobachtungen ausgeführt wurden, die Beobachtungsfehler, doch gehen diese Schwankungen wesentlich über sie hinaus. Da sie bei den verschiedenen Beobachtungsterminen wieder gleichzeitig mit Sternzeit auftreten und mit den an anderen Orten und zu anderer Jahreszeit festgestellten nahezu übereinstimmen, so ist der Schluß berechtigt, daß die Höhenstrahlung periodisch im täglichen Verlauf mit der Sternzeit schwankt.

Richtungsversuche.

Um die Blendenwirkung der freien Atmosphäre zu verschärfen, wurde ein Eistrichter ausgehoben. Durch Aufstellen der Apparate bei den weiteren Versuchen an den Ausgängen der Jungfraubahn-Stollen wurde der Verlauf der Intensität einzelner Himmelsteile beobachtet. Die Ergänzung zu diesen Himmelsteilen war dabei durch den anstehenden Fels abgeschirmt.

Versuche im Jochtrichter (3500 m).

Dieser Eistrichter wurde an der Kreuzungsstelle des obenerwähnten Eisganges mit der schon 1923 benutzten Spalte angelegt. Seine Achse erhielt Zenit-Nadir-Richtung, sein oberer kreisförmiger Rand hatte 4 m Durchmesser, und seine Spitze lag 5 m unter der Oberfläche. Hier wurden die In-

Digitized by Google

strumente aufgestellt und beobachtet, wobei eine Kugelhaube des Himmelsgewölbes von ungefähr 45° Durchmesser um den Zenit als Mittelpunkt einstrahlen konnte. An der Oberfläche wurde der Trichter mit Holzbrettern schneedicht abgedeckt, und ein zweiter Holzschirm befand sich zum Schutze der Instrumente gegen herabstürzende Massen ungefähr 2 m über ihnen.

Es ergaben sich folgende Extreme für die mittlere Epoche vom 27. August 26 (26.—28. August 26).

Jochtrichter 26. – 28. August 26 (3500 m).

Mittelkurve aus 5 Apparaten graph. interpoliert.....	2, 7—8, 13 – 17, 21	5, 11, 19, 22—23

Die Mittelkurve aus den Apparaten Nr. 6 (Zink), Nr. 8 (Zink), Nr. 9 (Wolfram), Nr. 10 (Wolfram) und Nr. 11 (Blei) ist in Fig. 4 gezeichnet. Die Schwankungen betragen maximal 0.7 Ionen oder 40% der mittleren Intensität der Höhenstrahlung.

Registrierungen im Jochtrichter.

Die Möglichkeit, mit der bereits erwähnten Registriervorrichtung noch im Jungfraugebiet arbeiten zu können, verdanken wir dem Entgegenkommen der Firma Günther & Tegetmeyer, Braunschweig. Diese übernahm es bereitwilligst, das Instrument fertigzustellen und auszuprobieren, so daß es uns noch Anfang September zuging. Im Jochtrichter hatten wir Starkstrom zur Verfügung und benutzten eine normale 50kerzige Lampe in 2 m Abstand, indem wir die Zeitmarken von Hand aus durch Ausschalten des Lichtes zu bestimmter Zeit machten. Die Aufstellung war so getroffen, daß der Strahlungsapparat Nr. 9 mit Registrierer unter eine passende leichte Holzkiste gesetzt wurde, bei der eine Leiste einer Seitenwand herausgenommen war, um das Licht auf das Beobachtungsfenster fallen zu lassen. Einmal eingestellt, blieb die ganze Einrichtung sich selbst überlassen, bis nach etwa 20 Stunden der Streifen gewechselt werden mußte. Die Aufstellung in dem gedeckten Eistrichter dürfte als einwandfrei gelten, insbesondere in bezug auf Temperatur, die nur um 1° im Tagesverlauf schwankte. Die Streifen wurden mit größter Sorgfalt entwickelt und getrocknet, um Papierverzerrungen möglichst zu vermeiden, und sie wurden später an dem Töpferschen Komparator der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgewertet.

Die beiden Elektrometerfäden zeichnen sich als feine helle Linien gegenüber dem dunklen belichteten Untergrund des Streifens ab, ihr Rand kann unter dem Komparator recht gut eingestellt werden. Der Fadenabstand wurde von 2 zu 2 mm gemessen, was einer Zeitdifferenz von 14 Minuten entspricht. Die Differenzen der Fadenabstände über gleiche Zeiten sind mit den Neigungen der Linien und somit mit der Strahlungsstärke äquivalent. Sie wurden über je 56 Minuten gebildet und der erhaltene Wert der mittleren Zeit zugeordnet. Es wurden somit je 4 Werte zusammengefaßt, die bei einem mittleren Linienabstand von 23 mm 8 mm auseinander lagen. Ferner wurden die Werte vom Anfang und Ende des Streifens nicht verwendet. Infolgedessen kann die

Digitized by Google

Papierverzerrung außer acht gelassen werden. Auf diese Weise wurden 5 Streifen ausgewertet, die der Apparat Nr. 9 in der Zeit vom 9. bis 15. September 26 geliefert hatte. Der aus jedem Streifen erhaltene Verlauf der Strahlungsintensität wurde aufgezeichnet und hieraus die Mittelkurve aus diesen voneinander unabhängigen Registrierungen graphisch bestimmt. Die Mittelkurve ist in Fig. 5 dargestellt.

Da die Streifen meist in der Mitte des Tages gewechselt wurden, so fallen einige Stunden vorher und nachher für die Registrierung aus. Daher lieferte denn nur ein Streifen das Stück der Kurve zur Mittagszeit, und es ist deshalb dem 11-Uhr-Maximum wenig Bedeutung beizumessen. Die besten Werte zeigt die Kurve von 16 Uhr bis morgens 8 Uhr.

Wir entnehmen der Kurve folgende Eintrittszeiten der Extremwerte und setzen darunter die Werte, welche die Mönchsbeobachtungen lieferten.

Jochtrichter-Registrierung mit Apparat Nr. 9 (Wo)
9.—15. September 26.

Trichter....	0—1, 6—7, 11, 16, 21	3, 9—13, 19, 23
Mönch	1—4, 6—7, 13—17, 21	10—11, 19, 23

Die Registrierung ist langdauernd bei zusammenhängendem Beobachtungsintervall mit kleiner Intensität von 1.7 Ionen Höhenstrahlung im Jochtrichter ausgeführt an einem einzigen Apparat, während die damit verglichene Mönchskurve mit anderen und voneinander verschiedenen Apparaten bei großer Intensität von 7.8 Ionen gewonnen wurde. Die Beobachtungen auf dem Mönch waren über einen Monat verteilt. Diese Übereinstimmung spricht recht deutlich für die Realität der täglichen Periode der Höhenstrahlung.

Wenn wir die einzelnen Registrierkurven mit der Mittelkurve vergleichen, so zeigen sich gewiß noch manche Unterschiede, jedoch ist die Tendenz im Verlauf der Strahlungsintensität größtenteils eindeutig im entsprechenden Stundenintervall, so daß die Eintrittszeiten mit ± 30 Minuten Fehler anzugeben sind. Um über die Fehlergrenze einige Anhaltspunkte zu gewinnen, wurden in dem Gebiet, in welchem sich die Mittelkurve auf 4 oder 5 Einzelwerte stützt, alle Werte der einzelnen Registrierstreifen von Stunde zu Stunde zu einem Stundenmittel vereinigt. Der wahrscheinliche Fehler dieses Mittelwertes beträgt ± 8 % der mittleren Höhenstrahlungswerte, während die Schwankung ± 13 % ausmacht.

Aus der Übereinstimmung mit den Mönchsbeobachtungen, die im Gegensatz zu den Trichterversuchen ohne Abblendung vorgenommen wurden, folgern wir, daß die Schwankungen in der Hauptsache von den um den Zenit herum gelegenen Zonen ausgehen.

Südseite (3500 m).

Eine vollständige Ausblendung war durch Fels zu erwarten. Die aus ihm austretenden γ-Strahlen der radioaktiven Substanzen wurden am Jungfraujoch durch 15 cm dicke Eisenplatten absorbiert. Die natürlichen Blenden waren dank der Anlage der Jungfraubahn nach verschiedenen Seiten

Digitized by Google

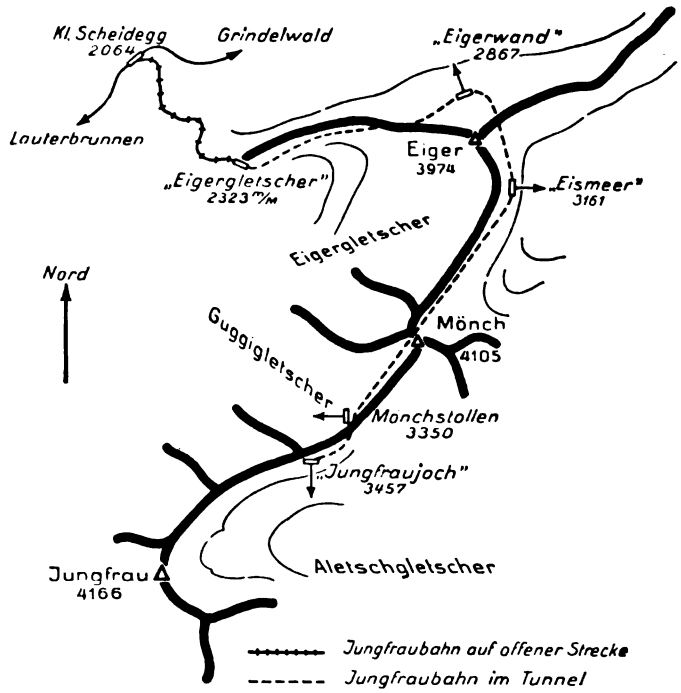


Fig. 6. Jungfraubahn.

orientiert, wie es Fig. 6 veranschaulicht. In dieser Skizze sind die Gebirgszüge stark ausgezogen, die Bahnlinie ist durch die unterbrochene Kurve dargestellt, die Stollenausgänge der Stationen sind durch Pfeile in ihrer Richtung gekennzeichnet.

Die verschiedenen ausgeblendeten Himmelsteile sind in Fig. 7 dargestellt. Das Himmelsgewölbe wurde dabei auf die Horizontalebene abgebildet.

Die beiden erwähnten Eisenplatten von 15×50×50 cm Ausmaß wurden auf der Plattform des Berghauses aufgestellt, die vor dem Fernrohrzimmer gelegen ist, so daß die Apparate vor Erdstrahlung geschützt waren. Gegen die Wärmewirkung der Sonnenstrahlen diente ein großes starkes Brett, welches freie Ventilation gewährleistete. Eine Himmelsfläche in Form eines sphärischen Zweiecks mit einem Winkel von etwa 130° konnte auf die Instrumente wirken. Die Spitzen des Zweiecks lagen in der Richtung Ost-West. In Fig. 7 ist die Ausblendung mit der Bezeichnung »Südseite« eingetragen. Wie daraus hervorgeht, ist der nördliche Teil des Himmels bis zu einer Höhe von 50° abgeschirmt.

In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse zusammengestellt, in Fig. 8 ist die Mittelkurve von den 3 Apparaten Nr. 6 (Zink)[1], Nr. 8 (Zink), Nr. 10 (Wolfram) gezeichnet.

[1] Apparat Nr. 6 wurde an der »Südseite« zum letzten Male beobachtet, weil er später Störungen zeigte. Für die Beurteilung der Ergebnisse mag erwähnt werden, daß im übrigen keinerlei Beobachtungen ausgeschieden wurden.

Digitized by Google

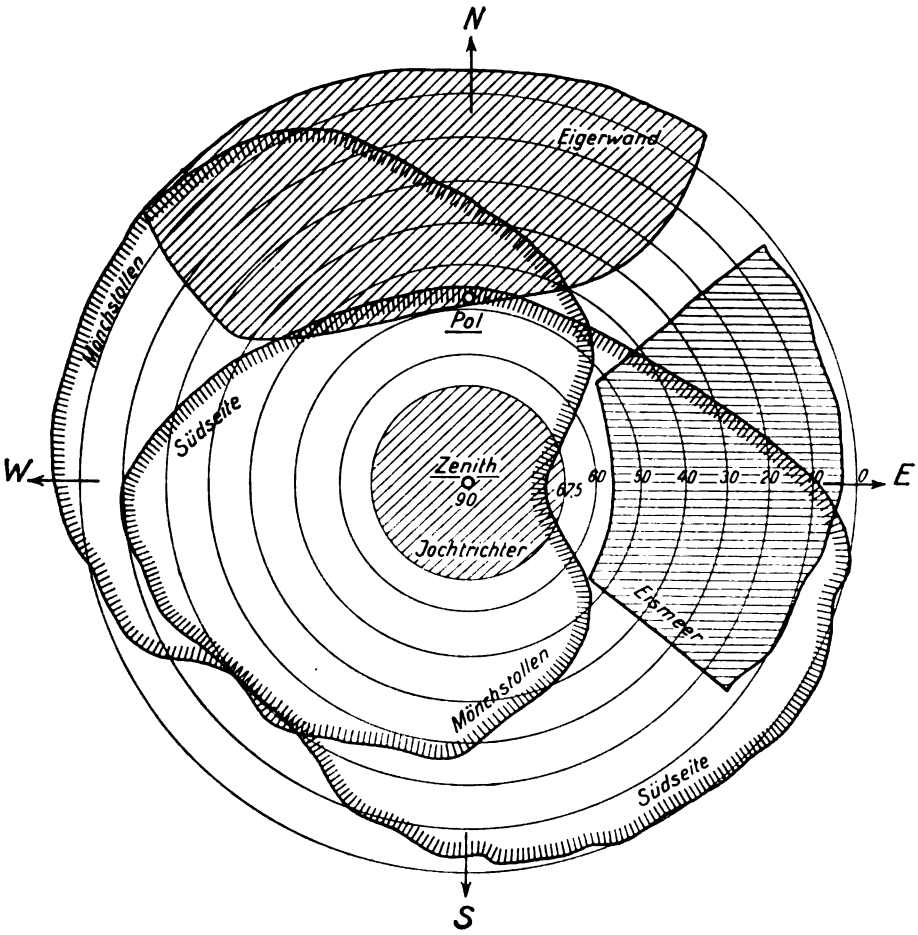


Fig. 7.

Südseite (3500 m) 13.—19. August 1926.

	Maxima	Minima
Mittelkurve aus		
3 Apparaten	1—2, 8—9, 14—17, 20—21	5, 11—12, 18, 22
Mönchsgipfel	1—4, 6—7, 13—17, 21	10—11, 19, 23

Man erhält somit annähernd gleiche Eintrittszeiten, d. h. der nördliche Teil des Himmels trägt bis zu einer Höhe von rund 50° nicht merklich zu den Schwankungen bei. Der Luftweg bei 3500 m Meereshöhe ($p = 510$ mm) und 45° Horizontalhöhe ist bereits ungefähr äquivalent einer Atmosphäre. Das Mittel der Strahlungsintensität aus den 3 Instrumenten ist 3.57 I, also rund 70 % von der mittleren Strahlungsstärke bei freiem Himmel auf dem Plateau. Die Schwankungen betragen maximal 1 Ion oder 28 % der mittleren Höhenstrahlung am Ort.

Mönchsstollen (3350 m ü. M.).

In 3350 m Höhe öffnet sich nach Westen am Steilabfall des Mönchs der Mönchsstollen der Jungfraubahn. Hier war es also möglich, nach Osten

Digitized by Google

bis zu einer Höhe von etwa 60° abzublenden, so daß in der Hauptsache der westliche Teil des Himmels zur Einstrahlung frei blieb (Fig. 7). Wir gingen direkt an den Ausgang, wo die Instrumente gegen Witterungseinflüsse und Sonnenbestrahlung durch den vorgebauten Holzverschlag geschützt waren. Die mittlere Strahlungsintensität wurde zu 3.6 I bestimmt. Die Schwankungen machen rund 28 % aus, wie die Mittelkurve Fig. 9 ergibt.

Die Eintrittszeiten der Extremwerte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Mönchsstollen 8.—9. September 1926 (3350 m).

	Maxima	Minima
Mittelkurve aus Nr. 9, Nr. 10 und Nr. 11.	0—1, 7—8, 15—16, 20	4, 12—13, 22—23
Mönchsgipfel	1—4, 6—7, 13—17, 21	10—11, 19, 23

Ein auffälliger Unterschied in den Eintrittszeiten gegenüber denen vom Mönchsgipfel dürfte im allgemeinen nicht vorliegen. Es scheint, daß die Abblendung des Osthimmels nicht weitgehend genug war, wie aus Fig. 7 ersichtlich.

Eigerwand (2867 m).

Bei den Aufstellungen der Instrumente für die Versuchsreihen »Südseite« und »Mönchsstollen« erschien die Abblendung zu gering, um den Verlauf der Intensität wesentlich zu beeinflussen. Ergänzende Versuche wurden deshalb an der Eigerwand gemacht, um die tieferen Partien des Nordhimmels aufzunehmen. In 2867 m Höhe gelegen, sind die Stollenausgänge dieser Felsstation nach Norden gerichtet. So war es denn möglich, gerade den Teil des Himmels auf die Instrumente einwirken zu lassen, der bei den vorherigen Versuchen abgeschirmt war. Wie man an Fig. 7 erkennt, strahlt etwa eine Fläche bis zu 50° Höhe ein, annähernd das Ergänzungszweieck zur »Südseite«.

Die Ergebnisse mit den Instrumenten Nr. 10 und 11 unterscheiden sich wesentlich von allen übrigen, weil systematische Schwankungen fehlen. Nimmt man an, daß die Strahlungszentren die tägliche Bewegung der Gestirne mitmachen, so ist dies zu erwarten, weil sie am Nordhimmel durch einen langen Luftweg von den Apparaten getrennt sind und die Form der Blende einen gewissen Ausgleich der Strahlungsintensität begünstigt.

Eismeer (3161 m).

In Ergänzung zu »Südseite« und »Eigerwand« (freier nördlicher Teil des Himmels) wurden die Untersuchungen an der Station Eismeer weitergeführt, wo sich der Felsstollen nach Osten hin öffnet. Fig. 7 zeigt den Himmelsteil, der dabei einstrahlen konnte.

Wir treffen die Annahme, die Strahlungszentren seien eng begrenzt, die auf die Apparate fallende gerichtete Komponente sei nur schwach divergent und die Zentren, die auf demselben Meridian liegen, weisen verschiedene De-

Digitized by Google

klination auf. Bei freiem Himmel werden sie alle dann maximal einstrahlen, wenn ihr Meridian den Meridian des Beobachtungsortes passiert. Am Eismeer dagegen werden die höher gelegenen Zentren hinter der steilen Felswand des Eigers frühzeitiger verschwinden (man vergleiche die Skizzen), und es können so Verschiebungen in den Eintrittszeiten der Extreme vorkommen, die bis zu 3 Stunden betragen. Dies gibt uns ein Mittel in die Hand, die Strahlungszentren auch in ihrer Deklination einzuschätzen.

Die Eintrittszeiten der Extremwerte am Eismeer waren:

Eismeer (3160 m) 1.—3. September 1926.

	Maxima	Minima
Mittelkurve aus den Apparaten Nr. 8, 9, 10 u. 11	4—5. 12. 16, 22—23	1, 8, 14. 19—20

In Fig. 10 ist die Mittelkurve zu den 4 Apparaten gezeichnet.

Gegenüber dem Verlauf der Ionisationskurve an der Eigerwand zeigen sich hier gleichsinnige Schwankungen bis zu rund 30 % der mittleren Strahlungsintensität der Höhenstrahlung; ein Gang ist unverkennbar vorhanden.

Die nächstfolgende Zahlentafel vergleicht die Eintrittszeiten der Extreme am Mönch mit denen am Eismeer. Aus dem Vergleich der einstrahlenden Fläche bei »freiem Himmel« und »Eismeer« muß die Zuordnung der Extreme wie folgt getroffen werden:

	Maxima			
Mönchsgipfel....	1—4,	6—7,	13—17,	21
Eismeer.....	22—23,	4—5,	12,	16
Zeitdiff.....	3—4,	2,	3,	5 Stunden.

	Minima			
Mönchsgipfel....	—,	10—11,	19.	23
Eismeer	1.	8.	14.	19—20
Zeitdiff.....	—,	2—3,	5,	3—4 Stunden.

Danach treten die einander entsprechenden Extreme am Eismeer im Mittel 3 Stunden früher auf als am Mönch, entsprechend der Einstrahlung von Osten her und dem früheren Verschwinden der strahlenden Gebiete hinter dem steil abstürzenden Eigergrat, wie aus dem Lageplan der Jungfraubahn (Fig. 6) und der Blendendarstellung (Fig. 7) ersichtlich ist. Einzig das 21-Uhr-Maximum und das davorgelegene Minimum vom Mönchsgipfel liegt 5 Stunden früher. Dies kann gedeutet werden, wenn man diesem Maximum ein höher gelegenes Strahlungszentrum zuordnet.

Zusammenfassung.

1. Die Höhenstrahlung schwankt im täglichen Verlauf um maximal ± 15 %, wie die subjektiven Beobachtungen mit 5 Apparaten in 4100, 3500, 1600 und 40 m sowie die Registrierungen mit einem Apparat in 3500 m zeigen.

Digitized by Google

2. Die Extreme treten mit Sternzeit ein, weil in bezug auf diese eine Übereinstimmung in den zu ganz verschiedener Jahreszeit gewonnenen Intensitätskurven herrscht, die bei Darstellung nach Sonnenzeit verlorengeht.

3. Maxima der Strahlungsintensität liegen

am Mönch bei .... $\alpha = 1-4,\ 6-7,\ 13-17,\ 21$
im Jochtrichter bei . $\alpha = 0-1,\ 6-7,\ 16,\ 21.$

Danach ist zu sagen, daß größere Strahlungsintensität bei den Rektaszensionszeiten $\alpha = 1-2,\ 5-8,\ 13-17,\ 20-22$, geringere bei $\alpha = 3-4,\ 9-12,\ 18-20,\ 22-24$ auftritt.

Auf Grund eines Briefwechsels mit Hrn. Axel Corlin von der Sternwarte Lund hält Hr. Corlin es für möglich, daß für die Schwankungen der Strahlungsintensität die Mira-Sterne (Md-Sterne) in Betracht kommen. Unter gewissen Voraussetzungen für die von ihnen ausgesandte Strahlungsintensität ergibt nämlich ihre Verteilung am Himmel Intensitätskurven, die den unserigen zu mindest in ihrer allgemeinen Form entsprechen. Z. B. kulminieren zur Rektaszensionszeit $\alpha = 13-17^h$ (Gegend Bootes bis Herkules) besonders nahestehende Md-Sterne, die das beobachtete Maximum hervorrufen könnten.

4. Abblendungsversuche mit Eis und Fels ergeben einen je nach der Abblendungsrichtung verschiedenen Verlauf der Intensität. Dieses entspricht der Annahme, daß die Strahlungszentren die tägliche Drehung des Himmels mitmachen. Weiter ergeben sich Andeutungen, daß das 21-Uhr-Maximum größere Deklination aufweist. Dies spricht auch für die Wirksamkeit der Mira-Sterne, denn zu dieser Zeit kulminiert eine besonders hochstehende Gruppe.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, welche die Mittel für die Untersuchungen zur Verfügung stellte, sowie der Leitung der Jungfraubahn A.-G., welche die Polarausrüstung beschaffte und weitere Kosten der Expedition trug und, wie stets bisher, das größte Entgegenkommen bewies, ist der verbindlichste Dank auszusprechen, desgleichen den HH. Bothe, Gehrcke und Paschen für Förderung und Unterstützung, wie auch Hrn. Nernst, der ja von Anfang an an unseren Arbeiten lebhaftesten Anteil nahm.

Ausgegeben am 5. Mai.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Digitized by Google

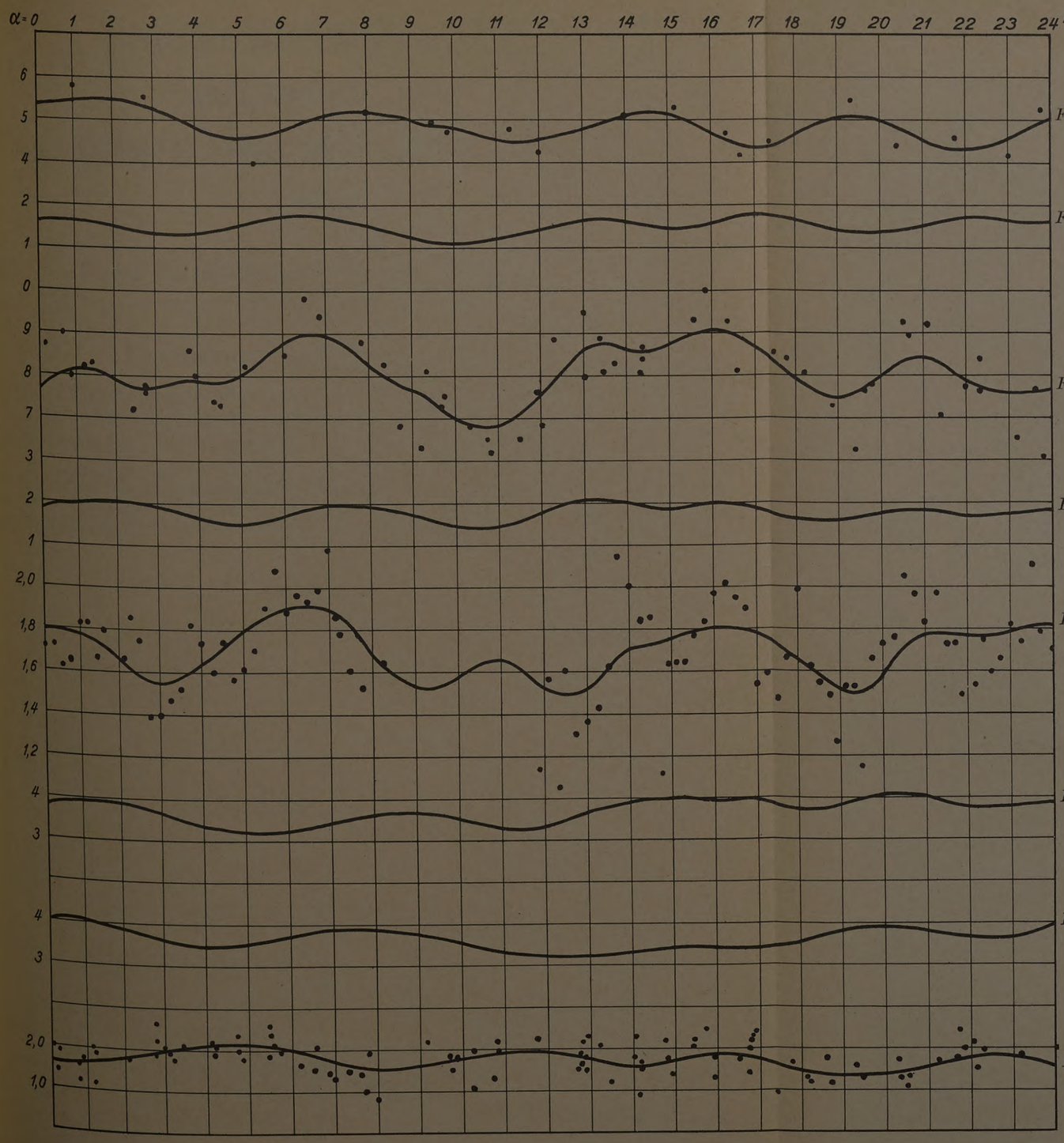


Fig. 1 Plateau. Apparat Nr. 10
Intensität der Höhenstrahlung 4.8 Ionen

Fig. 2 Eisgang (Mittelkurve)
Intensität der Höhenstrahlung 1.5 Ionen

Fig. 3 Mönchsgipfel (Mittelkurve)
Intensität 7.8 Ionen

Fig. 4 Jochtrichter (Mittelkurve)
Intensität 1.7 Ionen

Fig. 5 Jochtrichter (Registrier-Mittelkurve mit eingezeichneten Mittelwerten aus 3 bis 5 Registrierstreifen)

Fig. 8 Südseite (Mittelkurve)
Mittlere Intensität 3.6 Ionen

Fig. 9 Mönchsstollen (Mittelkurve)
Intensität 3.5 Ionen

Fig. 10 Eismeer (Mittelkurve mit eingezeichneten Einzelwerten)
Intensität 1.7 Ionen

W. Kolhörster und G. von Salis: Die tägliche Periode der Höhenstrahlung.

Digitized by Google

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE
DER PREUSSISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.
1927

XII. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 31. März.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

1. Hr. Fick sprach über die Untersuchung und Benennung der Kugelgelenkbewegungen im allgemeinen und die Schulterbewegung im besonderen. (Ersch. später.)

Die Bewegungen in den Kugelgelenken werden am besten mit Hilfe eines Meridianrahmengestells mit oberem und unterem Pol untersucht. Die Benennung der Schulterbewegungen wird am zweckmäßigsten nicht auf die Hauptebenen des Körpers, sondern auf die Schulterblattebene bezogen. Bei der neuen Untersuchung ergaben sich wiederum starke »Zwangskreiselungen«.

Ausgegeben am 23. Juni.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XIII. Gesamtsitzung. **7.** April.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Heymann.

*1. Hr. Sering sprach über die internationale Preisbewegung in Industrie und Landwirtschaft.

Er verglich die Vor- und Nachkriegszeit und kam zu dem Ergebnis, daß die Hauptursache für den Druck, der auf der Weltwirtschaft lastet, in den hohen unproduktiven Ausgaben für militärische Zwecke der Westmächte oder aus Anlaß des Krieges und für die politische Auslandsschuld liegt.

2. Hr. Schmidt legte eine Arbeit des Hrn. Dr. E. Hopf in Berlin-Friedenau über »Elementare Bemerkungen über Lösungen partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischen Typus« vor. (Ersch. später.)

Es wird ein einfacher Beweis für folgenden Satz gegeben: Es sei der Differentialausdruck $L(u)$ definiert durch die Gleichung

$$L(u) = \sum_{i,k}^{n} a_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} + \sum_{i}^{n} b_i \frac{\partial u}{\partial x_i},$$

wobei die a_{ik} und b_i Funktionen der Veränderlichen $x_1 x_2 \cdots x_n$ sind. Der Differentialausdruck sei ferner in einem gewissen Gebiete des n-dimensionalen Raumes der Variabeln $x_1 \cdots x_n$ von elliptischem Typus; d. h. es mögen für jeden Punkt dieses Gebietes die a_{ik} das Koeffizientensystem einer definiten quadratischen Form bilden. Dann kann eine in diesem Gebiete nicht konstante, zweimal stetig differentiierbare Lösung der Differentialgleichung

$$L(u) = 0$$

in einem inneren Punkte des Gebietes weder ein Maximum noch ein Minimum annehmen.

3. Die kartellierten reichsdeutschen Akademien in Berlin, Göttingen, Heidelberg, Leipzig und München haben der Royal Society in London anläßlich der Lister-Feier eine gemeinsame Adresse überreicht, welche in diesem Stück abgedruckt ist.

4. Die Akademie hat zu wissenschaftlichen Zwecken bewilligt:

durch ihre philosophisch-historische Klasse

2500 *RM* für die Bearbeitung des kurdisch-persischen Nachlasses von Prof. Oskar Mann durch Hrn. Dr. Hadank,

2800 *RM* als Beitrag der Akademie zu den Kosten des »Rheinischen Wörterbuches«,

500 *RM* für eine Forschungsreise des Hrn. Prof. Dr. Karl Mras in Wien im Interesse der Kirchenväter-Ausgabe,

300 *RM* zur Unterstützung der Veröffentlichung von Savigny-Briefen durch Hrn. Prof. Dr. Stoll in Kassel.

Digitized by Google

Der Royal Society in London zur Feier des hundertsten Geburtstages von Joseph Lister.

Es schien einst der Menschen unabwendbares Los zu sein, daß Wunden und Verletzungen nach überstandener unmittelbarer Lebensgefahr nur allzuhäufig nach langem Siechtum doch zum Ende führten. Wer noch vor kaum mehr als fünfzig Jahren einen Rundgang durch die Krankenhäuser machte, sah die zahllosen Verletzten mit häßlichen, schmerzlichen Wunden, im Fieber schauernd, rettungslos dem Tode verfallen. Selbst der geringste operative Eingriff konnte zur hoffnungslosen Erkrankung führen; ein Drittel, manchmal die Hälfte der Patienten vermochte keine Pflege, keine ärztliche Hilfe zu retten. Dem heimtückischen und launenhaften Würgengel der Wundinfektionskrankheiten stand man damals wie vor Jahrtausenden machtlos gegenüber; die Übel schienen aus dem Körper selbst geboren.

Nach Mitte des vorigen Jahrhunderts begann das Rätsel sich zu lösen. Die Vermutung, daß diese wie manche andere Krankheit aus der Umwelt stamme, gewann an Kraft. Diese Erkenntnis war die Morgenröte einer neuen Zeit.

Joseph Lister war der Mann, der zuerst diese Ideen nicht nur klar entwickelte, sondern vor allem siegreich durch die Tat verwirklichte. Seit dem Jahre 1867, da er seine Ergebnisse der Öffentlichkeit übergab, sind seine Lehren und Operationsmethoden in rascher Folge Gemeingut aller Völker geworden.

In dieser ihrer Auswirkung steht Listers Tat in nichts zurück hinter der Bedeutung von Jenners Entdeckung der Blatternschutzimpfung. Die heutige Generation kann kaum mehr die Gefühle der Erlösung fassen, die Listers Entdeckung einst in der ganzen Welt ausgelöst hat; der Chirurg stand jetzt auf festem Boden, und seine Hilfsbereitschaft weitete sich ins Ungemessene.

Für die Royal Society ist es eine besondere Ehre, daß sie J. Lister zu ihren Mitgliedern und Präsidenten zählen durfte. Alle Kulturnationen feiern mit ihr heute das Gedenken an den hundertsten Geburtstag Listers in dankbarer Erinnerung. Die deutschen Akademien der Wissenschaften huldigen dem Andenken dieses unsterblichen Mannes als eines der größten Wohltäter des Menschengeschlechts.

Den 5. April 1927.

Die Akademien der Wissenschaften
Berlin, Göttingen, Heidelberg, Leipzig, München.

Ausgegeben am 23. Juni.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XIV. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 28. April.

Vorsitzender Sekretar: i. V. Hr. Hellmann.

* Hr. v. Laue sprach über neuere Fortschritte der Schrödingerschen Wellenmechanik, insbesondere ihre Anwendung auf den Stoß von Elektronen gegen Atome und den Compton-Effekt.

Der Vortragende verglich u. a. die beiden Auffassungen über die Wellenfunktion ψ miteinander. Nach Schrödingers grundlegenden Arbeiten soll das Elektron im Atomverband nicht mehr als Punktladung vorhanden sein, sondern über einen gewissen Bereich »verschmiert« sein, und zwar soll $|\psi|^2$ die elektrische Dichte bestimmen. Dann ist $\int x|\psi|^2 d\tau$ das elektrische Moment des Atoms in der x-Richtung, und man versteht, warum Matrixelemente von der Form $\int x\psi_n\psi_m d\tau$ für die Ausstrahlung maßgebend sind. Nach Borns statistischer Auffassung hingegen bleibt das Elektron als Punktladung erhalten, und $|\psi|^2$ ist nur eine Wahrscheinlichkeitsdichte, in dem Sinn, daß zu einer bestimmten Zeit unter N gleichartigen Atomen $N|\psi(x,y,z)|^2 d\tau$ ihr Elektron in dem Raumelement haben, das den Punkt x, y, z umgibt. Dann aber sollte man, als für die Ausstrahlung maßgebend, das mittlere Quadrat des elektrischen Momentes betrachten das nach dieser Auffassung durch $\int x^2|\psi|^2 d\tau$ gegeben ist. Das aber führt zum Widerspruch mit der Erfahrung, insbesondere mit den spektroskopischen Auswahlregeln.

Ausgegeben am 23. Juni.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE
DER PREUSSISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.
1927

XV. Gesamtsitzung. 5. Mai.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Lüders.

*1. Hr. Lenz trug vor: Bismarck und Kurd von Schlözer.

Als Kurd von Schlözer 1894, 72jährig, starb, ging die allgemeine Meinung, wie die Nekrologe sie festhielten, dahin, daß die persönliche und politische Intimität, die ihn in der Zeit seiner Gesandtschaft an der Kurie mit Bismarck verknüpft, und die unbedingte Anhänglichkeit, die er gegen den Fürsten vor und nach dessen Entlassung bewiesen hatte, bis in die Jahre der Petersburger Gesandtschaft Bismarcks, wo Schlözer als Legationssekretär unter ihm diente, zurückgereicht hätten. Die Briefe Schlözers gewähren uns ein wesentlich anderes Bild. Es ergibt sich aus ihnen, daß zwischen beiden Staatsmännern lange Jahre hindurch ein tiefgehender, in Herkunft und Entwickelung begründeter Gegensatz bestanden hat, daß also auch Schlözer zu den Bekehrten gehörte, ja, daß er sich verhältnismäßig spät, dann aber um so offener zu Bismarck bekannt hat. An der Hand der Briefe und unter Zuhilfenahme eines bisher nicht veröffentlichten Briefes Schlözers über Bismarck wurde dies näher dargelegt.

2. Hr. Engler überreichte das 90. Heft (IV. 228) des »Pflanzenreich«: Hermann Wolff, »*Umbelliferae-Apioideae-Ammineae-Carinae, Ammineae novemjugatae et genuinae*« (Leipzig 1927),

3. Hr. Wilcken das von ihm aus dem Nachlaß herausgegebene Werk von Josef Partsch († †), »Juristische Urkunden der Ptolemäerzeit« (Heidelberg 1927) (Abh. d. Heidelb. Akad. d. Wiss., phil.-hist. Kl. 7),

4. Hr. Sering sein Buch »Internationale Preisbewegung und Lage der Landwirtschaft in den außertropischen Ländern« (Berlin 1927).

5. Vorgelegt wurde die 4. Lieferung des XVI. Bandes des Deutschen Wörterbuches von Jacob Grimm und Wilhelm Grimm (Leipzig 1927).

6. Die Akademie hat aus ihren Fonds 4000 *RM* zur Fortführung des Werkes des Hrn. Burdach, »Vom Mittelalter zur Reformation«, bewilligt.

Die Akademie hat das auswärtige Mitglied ihrer philosophisch-historischen Klasse Hrn. Hugo Schuchardt in Graz am 21. April und das korrespondierende Mitglied ihrer physikalisch-mathematischen Klasse Hrn. Georg Ossian Sars in Oslo am 9. April durch den Tod verloren.

Die Akademie hat den ordentlichen Professor an der Universität Königsberg i. Pr. Hrn. Dr. Erich Klostermann zum korrespondierenden Mitglied ihrer philosophisch-historischen Klasse gewählt.

Ausgegeben am 23. Juni.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XVI. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 12. Mai.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Planck.

Hr. Bieberbach sprach über die Darstellung der Bewegungsgruppe der Lobatschefskischen Ebene durch Gruppen orthogonaler Transformationen. (Ersch. später.)

Im Hilbertschen Raum existiert eine singularitätenfreie Fläche konstanter negativer Krümmung, bei der jede Biegung, welche die Fläche in sich überführt, durch eine Bewegung geliefert wird. Es gibt keine Darstellung der Bewegungsgruppe der Lobatschefskischen Ebene durch Bewegungsgruppen eines Euklidischen Raumes.

Ausgegeben am 23. Juni.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XVII. Gesamtsitzung. 19. Mai.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Lüders.

1. Hr. Guthnick sprach über eine Vergleichung lichtelektrischer, photographischer und visueller photometrischer Beobachtungen der vier hellen Jupitersatelliten.

Die Vergleichung hat das Ergebnis, daß der Umfang des Lichtwechsels, die Form der Lichtkurven und die Phasenwirkung in erheblichem Maße von der Wellenlänge abhängen. Die Erscheinungen können in Parallele mit den in verschiedenen Spektralgebieten aufgenommenen Marsphotographien gebracht werden und machen wiederum das Vorhandensein merklicher Atmosphären wahrscheinlich. Der Hauptzug der lichtelektrischen Lichtkurven stimmt qualitativ mit dem der visuellen Lichtkurven überein.

2. Der Vorsitzende legte ein Werk des korrespondierenden Mitgliedes Hrn. Ehrismann vor: »Geschichte der deutschen Literatur bis zum Ausgang des Mittelalters«.

3. Das korrespondierende Mitglied Hr. Karl Grobben in Wien feierte am 11. Mai 1927 das fünfzigjährige Doktorjubiläum. Die Akademie hat dem Jubilar eine Adresse gewidmet, die in diesem Stück abgedruckt ist.

Digitized by Google

Vergleichung lichtelektrischer, photographischer und visueller photometrischer Beobachtungen der vier hellen Jupitersatelliten.

Von Paul Guthnick.

I.

In Nr. 385 des Lick Observatory Bulletin veröffentlicht Stebbins eine Reihe lichtelektrischer Messungen der vier hellen Jupitersatelliten, die von ihm und zwei anderen Beobachtern, Jacobsen und Storer, während der Monate August, September, Oktober und Dezember des Jahres 1926 auf der Licksternwarte ausgeführt worden sind.

Der Wert dieser Reihe beruht, abgesehen von der großen Genauigkeit der Methode, vor allem darin, daß sie in der Hauptsache sich auf den kurzen Zeitraum von Mitte August bis Anfang Oktober zusammendrängt und deshalb geeignet ist, ein Bild der instantanen Lichtkurven der Satelliten zu geben, ferner darin, daß sie ein anderes Spektralgebiet erfaßt als die bisherigen, visuellen Beobachtungsreihen.

Das Ergebnis dieser Messungen ist in Übereinstimmung mit dem Ergebnis meiner früheren, auf älteren und eigenen visuellen Beobachtungen begründeten Untersuchungen[1], soweit es die Hauptzüge der Lichtkurven der Satelliten betrifft; in den Einzelheiten dagegen bestehen zwischen den lichtelektrischen und visuellen Ergebnissen eigentümliche Unterschiede, die in der vorliegenden Mitteilung geprüft und erörtert werden sollen, da sie einige bemerkenswerten Rückschlüsse auf die physische Beschaffenheit der Satellitenoberflächen ermöglichen. Im Zusammenhang hiermit habe ich auch eine photographische Beobachtungsreihe neu bearbeitet und verwertet, die von Schütte[2] veröffentlicht worden ist.

Ich stelle zunächst das Übereinstimmende und das Abweichende der lichtelektrischen und visuellen Ergebnisse zusammen und weise zur Veranschau-

[1] Im wesentlichen veröffentlicht in: Mitteilung II der Bothkamper Sternwarte (Kiel 1905): Sitzungsberichte der Kgl. Preußischen Akademie der Wissenschaften, **1907**, S. 339 ff.; AN **198**. 233 ff. (1914).

[2] AN **218**. 273 (1923).

Digitized by Google

lichung der Gegenüberstellungen auf die Darstellung der lichtelektrischen und visuellen Lichtkurven (Tafeln 1—4) hin.

Das Übereinstimmende.

Lichtelektrisch: Die Satelliten zeigten einen periodischen Lichtwechsel, die Perioden waren gleich den Umlaufszeiten um den Planeten. Die Satelliten I, II und III waren hell auf der Ostseite des Planeten (Länge 90°±) und schwach auf der Westseite (Länge 270°±). In der Nähe der Konjunktionen (0° und 180°) konnten keine Messungen gemacht werden. Satellit IV war umgekehrt hell auf der Westseite des Planeten, schwach auf der Ostseite.

Visuell: Die Satelliten zeigten periodische Helligkeitsschwankungen, deren Perioden gleich den Umlaufszeiten waren. Die Satelliten I, II und III waren am hellsten auf der Ostseite des Planeten, am schwächsten auf der Westseite, wenn man von den durch die lichtelektrischen Messungen nicht bedeckten Konjunktionsminima absieht. Satellit IV dagegen war am schwächsten auf der Ostseite, am hellsten auf der Westseite des Planeten. Dieses Verhalten zeigten sämtliche bearbeiteten visuellen Beobachtungsreihen, die von AUWERS (1858—60), die von ENGELMANN (1870), die von PICKERING und seinen Mitarbeitern (1877—78) und meine eigenen Bothkamper Messungen (1904—06). Nur die Straßburger Reihe von WIRTZ (1905—07) hatte im Falle des Satelliten III 1906—07 ein abweichendes Ergebnis, über dessen Zuverlässigkeit ich indessen damals im Zweifel war[1]; ich lasse auch jetzt diese Frage bis auf weiteres dahingestellt.

Das Abweichende.

1. Lichtelektrisch: Der Umfang des Lichtwechsels betrug nach STEBBINS bei I $0^m.229$, bei II $0^m.294$, bei III $0^m.155$, bei IV $0^m.090$.

Visuell: Der von Opposition zu Opposition verschiedene Umfang des Lichtwechsels betrug nach meinen Messungen, die nach ihrer Anlage am genauesten reduziert werden konnten, 1904—05 bei I $0^m.70$, bei II $1^m.03$, bei III $0^m.60$, bei IV $0^m.27$; 1905—06 bei I $0^m.35$, bei II $0^m.52$, bei III $0^m.24$, bei IV $0^m.26$. Die visuellen Amplituden waren also in beiden Oppositionen erheblich größer als die lichtelektrischen 1926. Nach den übrigen visuellen Beobachtungsreihen waren die visuellen Amplituden zu anderen Zeiten von der gleichen Größenordnung wie 1904—06.

2. Lichtelektrisch: Die Lichtkurven waren glatt und in dem Beobachtungszeitraum nicht auffallend veränderlich.

Visuell: Die Lichtkurven waren stets mit mehr oder weniger ausgeprägten sekundären Wellen und scharfen Einsenkungen besetzt, die von Opposition zu Opposition starken Änderungen unterworfen waren. Innerhalb kürzerer Zeiträume waren diese Veränderungen der Lichtkurven im allgemeinen weniger merklich. Am stärksten veränderlich war die Lichtkurve von I und II, am geringsten die von IV.

3. Lichtelektrisch: Der Phaseneinfluß ergab sich sehr merklich; die Phasenhelligkeitskurve verlief nicht linear, sondern nach der Opposition (Phase

[1] AN **198**, 233.

Digitized by Google

Null) hin mit wachsender Steilheit. Der durchschnittliche Betrag der Phasenkoeffizienten (pro 1°) betrug bei I $+0^{m}.016$, bei II $+0^{m}.019$, bei III $+0^{m}.023$, bei IV $+0^{m}.046$.

Visuell: Aus der visuellen Bothkamper Reihe von 1905—06, die allein ein hinreichend großes Phasenintervall bedeckt und auch sonst zur Ableitung der Phasenkoeffizienten geeignet ist, ergaben sich unmerklich kleine Phasenkoeffizienten, schwankend von Satellit zu Satellit zwischen $-0^{m}.0068$ und $+0^{m}.0045$; das Mittel für alle vier Satelliten betrug $-0^{m}.0012$. Da die Phasenkoeffizienten ihrem Wesen nach positiv sein müssen, so bedeutet dies Ergebnis, daß sie praktisch gleich Null waren.

Von den sonstigen Ergebnissen der Messungen kommen hier noch die mittleren visuellen Helligkeiten der Satelliten in Betracht, die im System der PD betrugen:

	I	II	III	IV
1904—05 ...	$5^{m}.54$	$5^{m}.65$	$5^{m}.07$	$6^{m}.27$
1905—06	5.53	5.73	5.08	6.25
Mittel	5.54	5.69	5.08	6.26

Der etwas größere Unterschied der mittleren Helligkeit von II in den beiden Zeiträumen scheint wirklich vorhanden gewesen zu sein, da auch die Lichtkurve in der Zwischenzeit eine besonders starke Veränderung erlitt.

Die mittleren lichtelektrischen Helligkeiten sind von Stebbins nicht mitgeteilt, sie lassen sich jedoch bis auf $\pm 0^{m}.01$ aus seinen Lichtkurven abschätzen. Sie betragen in ihrem System beiläufig für I $5^{m}.96$, für II $5^{m}.97$, für III $5^{m}.31$, für IV $6^{m}.35$.

II.

Bevor ich die Vergleichung der lichtelektrischen und visuellen Beobachtungsergebnisse im einzelnen durchführe, muß ich einige allgemeine Bemerkungen vorausschicken.

Die lichtelektrischen Messungen mit einer Kaliumzelle beziehen sich auf ein Spektralgebiet, das man ungefähr mit dem photographischen gleichsetzen kann. Man darf daher von vornherein nicht erwarten, auf lichtelektrischem Wege Lichtkurven zu erhalten, die identisch mit den visuellen sind. Bekanntlich sind die von Wright und von Hubble mittels geeigneter Farbfilter und sensibilisierter Platten in verschiedenen Spektralgebieten erhaltenen photographischen Aufnahmen des Planeten Mars[1], der eine merkliche, aber bis zur eigentlichen Planetenoberfläche durchsichtige Atmosphäre hat, im Kontrast- und Detailreichtum sehr verschieden; die in den größten Wellenlängen aufgenommenen Bilder zeigen die stärksten Kontraste und das meiste Detail. Das muß sich auch in der Lichtkurve dieses mit seiner Rotation veränderlichen Planeten deutlich ausprägen, und zwar in einer ganz ähnlichen Weise, wie es die lichtelektrischen und visuellen Lichtkurven der Jupitersatelliten

[1] Publ. ASP **36**, 239 und 345 (1924); **38**, 333 (1926).

Digitized by Google

zeigen. Der Lichtwechsel des Planeten Mars mit der Rotation ist auf der Sternwarte Babelsberg in den Oppositionen 1914, 1916 und 1918 lichtelektrisch verfolgt worden[1]. Es ergab sich eine stark veränderliche Lichtkurve, die den visuellen Lichtkurven der inneren Jupitersatelliten ähnlich ist. Eine Bestimmung in größeren Wellenlängen liegt nicht vor. Da Mars eine verhältnismäßig dünne Atmosphäre hat, die inneren Jupitersatelliten wahrscheinlich aber merklich dichtere, so werden die visuellen Lichtkurven der Satelliten der lichtelektrischen Lichtkurve des Mars vielleicht eher entsprechen als der visuellen[2]. In Anbetracht der Veränderlichkeit der Lichtkurven der Satelliten darf natürlich nicht außer acht bleiben, daß die lichtelektrischen und visuellen Messungen nicht gleichzeitig stattgefunden haben; die Bothkamper visuellen Messungen, auf die ich mich im folgenden ausschließlich beziehen werde, liegen um mehr als 20 Jahre vor den lichtelektrischen. Indessen sind die Unterschiede zwischen den einzelnen visuellen Reihen, trotzdem sie zum Teil durch viel längere Zeiträume voneinander getrennt sind, verhältnismäßig viel geringer als die Unterschiede zwischen den visuellen und lichtelektrischen Reihen, so daß die letzteren Unterschiede doch wohl im wesentlichen ihren Grund in der Verschiedenheit des Spektralgebietes haben. Dies wird gestützt durch das Ergebnis der Neubearbeitung der photographischen Reihe von SCHÜTTE, die, soweit sich das beurteilen läßt, mit der lichtelektrischen übereinstimmt.

Das gleiche gilt für den Phaseneinfluß, der sich so sehr verschieden aus den lichtelektrischen und visuellen Messungen ergeben hat. Die Koeffizienten des mathematischen Ausdrucks für den Phaseneinfluß bei einem Planeten sind als Funktionen der Wellenlänge, der Zeit und des planetographischen Ortes des Phasenrandes zu betrachten. Eine Veränderlichkeit mit der Zeit oder eine Abhängigkeit vom Phasenrand zeigte sich deutlich in den Babelsberger lichtelektrischen Messungen des Mars, Jupiter und Saturn[3]. Für Jupiter wurden in zwei aufeinanderfolgenden Oppositionen merklich verschiedene Phasenkoeffizienten gefunden, und der Phaseneinfluß war bei allen drei Planeten nicht unerheblich verschieden für den Abendrand und für den Morgenrand. Auch für die letztere Erscheinung geben die photographischen Planetenaufnahmen und die visuellen Wahrnehmungen am Mars eine einleuchtende Erklärung. Von der Veränderung des Phaseneinflusses selbst mit der Zeit ist schwer zu trennen der Einfluß langsamer allgemeiner Schwankungen der Albedo des Planeten, und man wird wahrscheinlich meist im Zweifel bleiben, welcher der beiden Einflüsse der vorherrschende gewesen ist.

Noch eines dem Phaseneinfluß verwandten Phänomens muß Erwähnung getan werden, da sich Spuren desselben in den Phasenhelligkeitskurven bemerkbar machen. Besonders die Phasenhelligkeitskurve des Satelliten IV zeigt

---

[1] AN **208**, 105 ff. (1919).

[2] Obwohl Mars eine dünnere Atmosphäre als die Erde hat, ist die zerstreuende Wirkung der Marsatmosphäre für kurzwelliges Licht, dem Anblick der Filteraufnahmen nach zu urteilen, beträchtlicher als die der Erdatmosphäre.

[3] AN **208**, 105 (1919); AN **206**, 157 (1918); B. Z. **1920**, Nr. 22; AN **205**, 97 (1917); Veröffentlichungen der Sternwarte Berlin-Babelsberg, Bd. I, Heft 1; Bd. II, Heft 3.

Digitized by Google

gegen die Opposition hin eine zunehmende Steilheit. Hier liegt die Möglichkeit einer dem Seeligerschen Saturnringphänomen analogen Erscheinung vor, die bei einem eine Atmosphäre besitzenden Planeten erwartet werden kann; sie muß sich auf ein größeres Phasenintervall erstrecken, als dies beim Saturnring der Fall ist, außer wenn die effektive Höhe der Planetenatmosphäre sehr bedeutend ist. Jedoch liegen auch rein physikalische Ursachen für den nicht linearen Verlauf der Phasenhelligkeitskurve in der Nähe der Opposition durchaus im Bereich der Möglichkeit.

III.

Eine bei der Ableitung der Phasenhelligkeitskurve zu beachtende sehr wichtige Forderung ist die möglichst strenge Eliminierung der Extinktion, ganz besonders, wenn, wie im vorliegenden Falle, die Umstände zur Ausführung der Messungen in großen Zenitdistanzen zwingen. Da dieser Forderung, wie ich gleich zeigen werde, bei der Bearbeitung der lichtelektrischen Messungen nicht hinreichend genügt worden ist, so sah ich mich, bevor ich zu einer eingehenden Vergleichung der Messungsergebnisse schreiten konnte, veranlaßt, die lichtelektrischen Messungen vollständig neu zu bearbeiten, wenn es auch von vornherein nicht wahrscheinlich war, daß das Gesamtergebnis dadurch qualitativ eine wesentliche Änderung erfahren würde.

Stebbins reduziert seine gemessenen Helligkeiten auf außeratmosphärische mittels der Formel $0^m.20 f \sec z$ (dem ersten Glied der Extinktionsformel von Laplace), worin $0^m.20$ die visuelle Extinktion am Meeresspiegel im Zenit, f ein von ihm aus den Vergleichssternmessungen bestimmter empirischer Faktor ist, der im wesentlichen der in Babelsberg »Extinktionsfaktor« genannten Funktion entspricht. Er muß als abhängig betrachtet werden von der Art der Zelle (genauer von der Beschaffenheit des Systems Zelle + Fernrohrobjektiv), von der Intensitätsverteilung im Sternspektrum, von der Zenitdistanz, von der Meereshöhe des Beobachtungsortes und vom jeweiligen Zustande der Erdatmosphäre. Wenn nur bei reinem Himmel und in nicht allzu großen Zenitdistanzen (kleiner als etwa 60°) gemessen wird, kann wohl von der Abhängigkeit vom jeweiligen Zustande der Atmosphäre und von der Zenitdistanz abgesehen werden; auch die Meereshöhe des Beobachtungsortes wird, wenn sie nicht sehr bedeutend ist, keinen wesentlichen Einfluß auf die Extinktionsfaktoren haben. Ob die Extinktionsfaktoren mit zunehmender Meereshöhe ab- oder zunehmen, ist von vornherein nicht zu sagen. Diese Einflüsse, wie auch der Einfluß der Art der Zelle (*Na*, *K*, *Rb*) sind in den gemessenen Helligkeitsunterschieden klein, wenn die zu vergleichenden Gestirne nahe die gleiche spektrale Intensitätsverteilung haben. Das ist aber in der Praxis meistens nicht zu erreichen.

Stebbins sieht von dem Einfluß des jeweiligen Zustandes der Erdatmosphäre ab; dies ist auch die in Babelsberg befolgte Praxis, da es kaum möglich sein dürfte, ihn jedesmal einwandfrei zu bestimmen. Für die Abhängigkeit von der Art der Zelle und von der spektralen Intensitätsverteilung wird in

Digitized by Google

Babelsberg für jede Zelle eine durchschnittliche Beziehung verwendet, die aus den Sternmessungen selbst empirisch abgeleitet worden ist[1]. Als Argument kann man statt der in der Regel nicht vorliegenden Bestimmung der spektralen Intensitätsverteilung für das ganze in Betracht kommende Spektralgebiet den Spektraltypus oder den lichtelektrisch mittels geeigneter Farbfilter bestimmten Farbenindex benutzen. Beides geschieht in Babelsberg je nach den Umständen. Liegt der Verdacht einer für den betreffenden Spektraltypus abnormen spektralen Intensitätsverteilung vor, so ist die Benutzung des Farbenindex unbedingt ratsam. In Babelsberg sind zwei Systeme von Extinktionsfaktoren nebeneinander benutzt worden, ein älteres von PRAGER und mir bestimmtes, und ein zweites, das BOTTLINGER in Verbindung mit seinen Farbenindexbestimmungen abgeleitet hat. Ich stelle die beiden Systeme, die bisher noch nicht ausführlich veröffentlicht worden sind, wegen der Wichtigkeit des Gegenstandes für alle lichtelektrischen Messungen hier nebeneinander. Sie gelten beide für eine normale Kaliumzelle. Die BOTTLINGERschen Werte habe ich durch eine glatte Kurve ausgeglichen, deren Abweichung von der nicht ausgeglichenen Kurve praktisch bedeutungslos ist.

Spektrum	Lichtelektrischer Farbenindex nach B.	Extinktionsfaktoren nach G. u. P.	Extinktionsfaktoren nach B.
O e	$-0^m.70$	—	1.90
B o	−0.68	1.90	1.88
B 5	−0.65	1.80	1.86
A o	−0.60	1.75	1.83
A 5	−0.50	1.70	1.80
F o	−0.46	1.60	1.76
F 5	−0.41	1.55	1.71
G o	−0.25	1.50	1.65
G 5	−0.18	1.40	1.58
K o	−0.04	1.35	1.50
K 5	+0.22	1.32	1.40
cM o	+0.28	1.30	1.30
cM 2	+0.30	—	1.24

Den Faktor f in der von ihm benutzten Extinktionsformel bestimmte STEBBINS aus zweien der Vergleichssterne für die Satelliten mit den Spektren F o und K o und verwendete das Mittel 0.88 aus den beiden erhaltenen Werten (0.95 und 0.82), das etwa dem für die vier Satelliten einheitlich angenommenen Spektraltypus G o (gleich dem der Sonne) entsprechen sollte. Die vier von ihm verwendeten Vergleichssterne haben die Spektren F o, F p, G 5 und K o, denen also die Faktoren 0.95, 0.95, 0.85 und 0.82 entsprechen

[1] Veröffentlichungen der Sternwarte Berlin-Babelsberg, Bd. II, Heft 3, S. 36 (1918); ferner AN Bd. **210**, 345 (1920). Die dort angegebenen Extinktionsfaktoren gelten für die *Na*-Zelle. Ferner: Veröffentlichungen der Sternwarte Berlin-Babelsberg, Bd. III, Heft 4 (1923).

Digitized by Google

würden. An einem Abend, Dezember 11, sind nur zwei Vergleichssterne gemessen worden, für die die Faktoren 0.95 und 0.85 in Betracht kommen.

Nun lagen die Zenitdistanzen, in denen die Satelliten gemessen wurden, zwischen 52° und 60°, die der Vergleichssterne zwischen 51° und 64°. Das ist ein kaum hinreichendes Intervall für eine zuverlässige Bestimmung des Faktors f. Vergleicht man in dem Intervall 51° bis 64° den Verlauf von $0^m.20 f \sec z$ ($f = 0.88$) einerseits und den der empirischen Extinktionskurve (Reduktion auf das Zenit) nach der Bestimmung von Müller andererseits, indem man für die Meereshöhe der Licksternwarte (1283 m) das Mittel aus den Kurven für Potsdam (100 m) und für den Säntis (2500 m) nimmt, so erhält man:

z	$0^m.20 f \sec z$	Visuelle Extinktion nach Müller
51°	$0^m.280$	$0^m.105$
64	0.402	0.238
Differenz	0.122	0.133

Man sieht also, daß der von Stebbins gebrauchte Faktor f nicht einmal ganz dem Gang der Extinktion für das visuelle Spektralgebiet entspricht, demnach unmöglich für die lichtelektrischen Messungen zutreffend sein kann.

Die Anwendung eines und desselben Faktors für alle vier Satelliten ist ebenfalls unzureichend. Bereits der Anblick im Fernrohr zeigt, daß die Satelliten merklich verschieden gefärbt sind. Den Beobachtern ist stets der blaugraue Ton des Satelliten IV, der rötliche des Satelliten I aufgefallen. Die recht erhebliche Verschiedenheit der Färbung ist auch ohne weiteres aus der Vergleichung der mittleren lichtelektrischen und visuellen Helligkeit zu erkennen:

Satellit	lichtelektr. — visuell
I	$+0^m.42$
II	+0.28
III	+0.23
IV	+0.09

Dasselbe Verhalten zeigen die von Schütte bearbeiteten photographischen Helligkeitsbestimmungen, wie ich später zeigen werde. Die Farbe wird also fortschreitend vom innersten zum äußersten Satelliten blauer. Die Unterschiede sind zu groß, als daß man sie vernachlässigen dürfte. Indem ich für II, der von den vier Satelliten die größte visuelle und photographische Albedo besitzt, eine dem Sonnenspektrum nahe gleiche Intensitätsverteilung annahm, bestimmte ich durch wiederholte Näherung — die wegen der jedesmaligen Änderung der mittleren lichtelektrischen Helligkeiten und damit der Differenz lichtelektrisch — visuell nötig war — die folgenden Extinktionsfaktoren für die vier Satelliten. Für die Vergleichssterne wurden sie ihrem Spektraltypus entsprechend angenommen. Aus den lichtelektrischen Vergleichsternhelligkeiten, verglichen mit den visuellen, ergab sich zwischen den Spektralklassen F und

Digitized by Google

K ein Zuwachs der Differenz: lichtelektrische — visuelle Größe um $0^m.24$ pro Spektralklasse.

Satellit	lichtelektr. — visuell	Diff. gegen I	Diff. in Spektral-klassen	Ange-nommenes Spektrum	Extinktions-faktor nach G. u. P.
I	$+0^m.36$	$0^m.00$	0.0	G 5	1.4
II	+0.26	−0.10	−0.4	G 1	1.5
III	+0.21	−0.15	−0.6	F 9	1.5
IV	+0.03	−0.33	−1.4	F 1	1 6

Vergleichs-stern	Spektrum	Extinktions-faktor nach G. u. P.
1	K 0	1.35
2	Fp	1.6
3	G 5	1.4
4	F 0	1.6

Legt man das BOTTLINGERsche System der Extinktionsfaktoren zugrunde, so erhöhen sich die Faktoren für die Satelliten um 0.13 bis 0.18, im Durchschnitt um 0.155, für die Vergleichssterne um 0.15 bis 0.18, im Durchschnitt um 0.16. Der Einfluß auf die Helligkeitsdifferenzen der Satelliten gegen die Vergleichssterne ist sehr gering und kann vorläufig vernachlässigt werden. Ebenso bedeutungslos ist es für den vorliegenden Fall, ob man die Beziehung zwischen den Extinktionsfaktoren und den Farbenindizes oder den Spektralklassen zugrunde legt. Die Unterschiede überschreiten 0.1 Spektralklassen nicht. Die einzige nennenswerte Unsicherheit besteht in der ziemlich willkürlichen Festsetzung des Spektrums G 1 für den Satelliten II; ein merklicher Fehler in dieser Annahme bewirkt eine Verfälschung der Helligkeiten aller vier Satelliten um nahe die gleichen Beträge. Einer Änderung des Extinktionsfaktors um ± 0.05 entspricht eine Änderung der Helligkeit um $\mp 0^m.005$ in der Zenitdistanz 51° und $\mp 0^m.010$ in der Zenitdistanz 61°.

Die Neureduktion der Messungen leidet schließlich noch an einer geringen Unsicherheit, die die zufälligen Fehler etwas vergrößert. Sie ist hervorgerufen durch den Umstand, daß STEBBINS in seiner Arbeit nicht die Beobachtungszeiten für jedes einzelne Beobachtungsobjekt, sondern nur die mittleren Beobachtungszeiten für jede symmetrisch angeordnete Gruppe von Verbindungen der Satelliten und Vergleichssterne mitteilt.

IV.

In der Tabelle I sind die reduzierten Satellitenhelligkeiten nebst den mittleren Längen l in der Bahn, gerechnet von der oberen Konjunktion aus, und den Phasenwinkeln α zusammengestellt. Mit ihnen wurden die in den

Digitized by Google

Kurventafeln dargestellten und in der Tabelle II numerisch gegebenen Lichtkurven konstruiert, die nach mehreren Näherungen für die Phasenhelligkeitskurven und die Lichtkurven sich ergaben. Die in der Tabelle I gegebenen Satellitenhelligkeiten sind mittels der in der folgenden Tabelle III zusammengestellten Phasenhelligkeitskurven bereits auf den Phasenwinkel $\alpha = 0°$, und natürlich auf die mittlere Oppositionsentfernung des Planeten, bezogen.

Tabelle I.

Reduzierte lichtelektrische Helligkeiten der Satelliten.

Satellit I			Satellit II			Satellit III			Satellit IV		
l	α	Größe	l	α	Größe	l	α	Größe	l	α	Größe
51°7	4°36	5^{m}858	309°8	0°40	6^{m}117	244°1	0°24	(5^{m}274)	145°6	0°24	(6^{m}365)
60.8	4.37	5.823	316.3	0.41	6.074	245.3	0.24	(5.294)	146.1	0.24	(6.316)
243.6	4.55	5.942	53.6	0.60	5.835	295.8	0.40	5.364	167.9	0.40	6.323
250.1	4.55	5.962	250.3	1.00	6.040	299.1	0.41	5.311	169.3	0.41	6.308
259.1	4.56	5.994	253.7	1.01	6.062	85.2	1.00	5.240	232.1	1.00	6.227
87.6	4.74	5.805	103.8	1.46	(5.874)	86.9	1.01	5.216	232.8	1.01	6.240
94.5	4.75	5.815	294.6	1.86	6.123	136.2	1.22	5.266	254.1	1.22	6.277
107.1	4.76	5.792	297.8	1.87	6.137	137.4	1.22	5.285	254.6	1.22	6.273
290.6	4.93	6.026	304.4	1.88	6.093	286.1	1.86	5.339	277.7	1.46	(6.301)
296.9	4.94	6.026	47.4	2.10	5.861	287.7	1.87	5.347	318.5	1.86	6.322
307.3	4.95	6.021	148.2	2.31	5.892	290.9	1.88	5.306	319.2	1.87	6.304
132.2	5.12	5.800	236.6	2.49	6.018	337.6	2.08	5.294	320.6	1.88	6.266
232.8	5.89	5.906	239.4	2.50	6.036	338.8	2.08	5.279	340.7	2.08	6.281
244.6	5.90	5.937	243.6	2.51	6.048	342.2	2.10	5.300	341.2	2.08	6.302
69.0	6.06	5.814	86.7	2.93	5.851	32.2	2.31	5.233	342.6	2.10	6.280
79.0	6.07	5.820	90.7	2.94	5.843	76.2	2.49	5.222	23.0	2.49	6.297
257.0	7.42	5.972	282.9	3.34	6.100	77.6	2.50	5.221	23.7	2.50	6.299
266.1	7.43	5.999	285.9	3.34	6.105	79.6	2.51	5.230	24.5	2.51	6.292
304.8	7.73	6.027	290.9	3.35	6.132	127.3	2.71	5.273	45.0	2.71	6.299
313.4	7.74	(5.990)	124.7	3.75	5.843	128.6	2.71	5.275	45.6	2.71	6.302
82.6	8.60	5.826	130.4	3.76	5.854	130.8	2.72	5.280	46.5	2.72	6.294
93.8	8.60	5.807	225.1	3.95	5.996	278.1	3.34	5.352	67.9	2.93	6.304
270.0	9.57	6.010	228.0	3.95	5.998	279.6	2.34	5.343	68.8	2.94	6.296
140.7	10.49	5.819	232.3	3.96	5.992	282.1	3.35	5.355	109.8	3.34	6.317
292.9	9.96	(5.900)	328.5	4.15	6.045	328.5	3.55	5.300	110.5	3.34	6.325
			330.2	4.16	6.055	329.8	3.55	5.310	111.6	3.35	6.335
			69.2	4.35	5.828	331.9	3.56	5.322	131.5	3.55	6.335
			73.0	4.36	5.836	23.4	3.77	(5.278)	132.1	3.55	6.339
			77.5	4.37	5.803	68.3	3.95	5.206	133.0	3.56	6.327
			270.3	4.74	6.096	69.7	3.95	5.204	153.0	3.75	6.326
			273.8	4.75	6.099	71.9	3.96	5.202	154.2	3.76	6.333
			280.0	4.76	6.118	119.7	4.15	5.262	196.5	4.15	6.287
			113.4	5.13	5.833	121.7	4.16	5.266	197.4	4.16	6.282
			117.3	5.13	5.831	123.8	4.17	5.262	198.3	4.17	6.284
			121.6	5.14	5.838	219.1	4.55	5.354	218.0	4.35	6.260
			218.3	5.32	5.967	220.7	4.55	5.344	218.8	4.36	6.263
			222.9	5.33	5.972	223.0	4.56	5.338	219.8	4.37	6.254
			316.2	5.50	6.090	269.6	4.74	5.343	239.3	4.55	6.245

Digitized by Google

Tabelle I (Fortsetzung).

Satellit I			Satellit II			Satellit III			Satellit IV		
l	α	Größe	l	α	Größe	l	α	Größe	l	α	Größe
			319°5	5°51	$6^m.056$	271°4	4°75	$5^m.337$	240°0	4°55	$6^m.257$
			323.1	5.52	6.047	274.5	4.76	5.358	240.9	4.56	6.231
			161.0	5.89	(5.830)	319.9	4.93	5.299	261.0	4.74	6.250
			258.8	6.06	6.093	321.5	4.94	5.321	261.7	4.75	6.252
			263.7	6.07	6.067	324.1	4.95	5.315	263.1	4.76	6.258
			295.4	7.88	6.129	12.5	5.14	5.244	282.6	4.93	6.227
			302.3	7.89	6.114	14.6	5.14	5.233	283.3	4.94	6.236
			237.0	8.32	5.974	62.7	5.32	5.199	284.4	4.95	6.251
			242.6	8.33	6.026	64.9	5.33	5.194	304.4	5.13	6.265
			80.1	8.60	5.805	113.3	5.50	5.244	305.2	5.13	6.261
			85.7	8.60	5.813	112.9	5.51	5.244	306.1	5.14	6.269
			228.7	9.24	5.998	114.7	5.52	5.252	326.8	5.32	6.301
			102.7	10.49	5.855	213.0	5.89	5.355	327.8	5.33	6.281
			305.4	10.63	6.114	216.0	5.90	5.338	31.4	5.89	6.300
			247.8	10.82	6.026	261.6	6.06	(5.410)	32.7	5.90	6.274
			313.8	11.04	6.113	264.1	6.07	5.342	52.3	6.06	6.292
						258.0	7.28	5.345	53.4	6.07	6.309
						304.7	7.42	5.323	225.4	7.42	6.254
						307.0	7.43	5.320	226.4	7.43	6.241
						45.6	7.73	5.197	268.8	7.73	6.228
						47.7	7.74	(5.130)	269.7	7.74	(6.169)
						96.4	7.88	5.214	290.6	7.88	6.245
						99.7	7.89	5.211	292.0	7.89	6.246
						246.1	8.32	5.327	38.2	8.60	(6.248)
						248.9	8.33	5.355	39.4	8.60	6.296
						239.6	9.24	5.342	146.8	9.24	6.361
						290.7	9.36	5.358	168.8	9.36	6.305
						29.6	9.57	5.212	211.4	9.57	6.251
						272.4	10.63	5.365	66.4	10.49	(6.381)
						62.4	10.82	5.196	109.5	10.63	6.335
						215.2	10.99	5.329	239.6	10.99	(6.184)
						263.8	11.04	5.348	260.5	11.04	(6.200)
						86.9	9.23	5.213	142.7	9.96	6.341
									335.1	9.23	6.282

Digitized by Google

Tabelle II.

Lichtelektrische Lichtkurven 1926

l_I	I	l_{II}	II	l_{III}	III	l_{IV}	IV
50°	$5^m.848$	40°	$5^m.866$	10°	$5^m.252$	20°	$6^m.292$
60	5.837	50	5.852	20	5.235	30	6.293
70	5.826	60	5.838	30	5.218	40	6.294
80	5.816	70	5.824	40	5.205	50	6.298
90	5.807	78	5.818	45	5.199	60	6.301
100	5.799	80	5.818	50	5.195	70	6.306
110	5.794	85	5.828	55	5.193	80	6.311
115	5.793	90	5.843	60	5.194	90	6.317
120	5.793	95	5.852	65	5.198	100	6.323
125	5.796	100	5.855	70	5.206	110	6.329
130	5.801	102	5.855	75	5.216	120	6.334
140	5.815	105	5.851	80	5.228	130	6.339
142	5.819	110	5.840	83	5.232	140	6.342
		117	5.831	85	5.230	143	6.342
230	5.896	120	5.833	90	5.218	150	6.338
240	5.927	130	5.854	96	5.212	160	6.327
250	5.959	140	5.876	100	5.215	170	6.315
260	5.989	150	5.896	110	5.239		
270	6.010			120	5.260	190	6.289
280	6.021	218	5.960	130	5.274	200	6.276
290	6.025	220	5.965	140	5.281	210	6.264
295	6.026	230	5.993			220	6.252
300	6.026	240	6.021	210	5.341	230	6.240
305	6.025	250	6.048	220	5.343	235	6.236
310	6.022	260	6.069	230	5.345	240	6.244
320	(6.012)	270	6.089	240	5.346	245	6.256
Max.	$5^m.793$	280	6.109	250	5.348	250	6.272
Min.	6.026	290	6.127	260	5.349	254	6.275
Mittl. Hell.	5.90 ±	295	6.130	270	5.350	260	6.260
		300	6.124	280	5.350	265	6.239
		310	6.097	285	5.348	270	6.228
		320	6.068	290	5.345	274	6.226
		330	6.040	300	5.336	280	6.230
		Max.	$5^m.818$	310	5.325	290	6.244
		Min.	6.130	320	5.314	300	6.259
		Mittl. Hell.	5.955	330	5.304	310	6.275
				340	5.293	320	6.286
				343	5.290	330	6.289
				Max.	$5^m.193$	340	6.290
				Min.	5.350	342	6.290
				Mittl. Hell.	5.286	Max.	$6^m.226$
						Min.	6.342
						Mittl. Hell.	6.290

Digitized by Google

Tabelle III.

Lichtelektrische Phasenhelligkeitskurven
(Reduktion auf $\alpha = 0°$)

α	I	II	III	IV
0°0	$0^m.000$	$0^m.000$	$0^m.000$	$0^m.000$
0.5	−0.021	−0.021	−0.021	−0.046
1.0	−0.040	−0.040	−0.040	−0.086
1.5	−0.057	−0.058	−0.058	−0.121
2.0	−0.074	−0.075	−0.076	−0.154
2.5	−0.090	−0.089	−0.092	−0.185
3.0	−0.105	−0.103	−0.107	−0.216
3.5	−0.118	−0.116	−0.120	−0.245
4.0	−0.129	−0.127	−0.132	−0.272
4.5	−0.140	−0.136	−0.143	−0.298
5.0	−0.150	−0.143	−0.153	−0.322
5.5	−0.159	−0.150	−0.163	−0.344
6.0	−0.168	−0.157	−0.172	−0.363
6.5	−0.176	−0.163	−0.180	−0.380
7.0	−0.183	−0.168	−0.188	−0.397
7.5	−0.191	−0.172	−0.196	−0.414
8.0	−0.198	−0.175	−0.203	−0.430
8.5	−0.205	−0.179	−0.211	−0.445
9.0	−0.212	−0.182	−0.218	−0.459
9.5	−0.219	−0.186	−0.226	−0.474
10.0	−0.226	−0.189	−0.233	−0.488
10.5	−0.233	−0.193	−0.240	−0.502
11.0	−0.239	−0.196	−0.247	−0.515
Mittlere Hell. für $\alpha = 0°$	$5^m.90 \pm$	$5^m.955$	$5^m.286$	$6^m.290$

Bezüglich der Phasenhelligkeitskurve des Satelliten I ist zu bemerken, daß zur Erlangung einer mit den übrigen Satelliten vergleichbaren Helligkeit für die Phase Null der nichtlineare Teil der Phasenhelligkeitskurve gemäß dem der Phasenhelligkeitskurve von III ergänzt worden ist, mit der der beobachtete Teil der Phasenhelligkeitskurve von I sehr nahe übereinstimmt. Das hat natürlich keinen Einfluß auf die innere Übereinstimmung der Messungen von I, die ja wesentlich mit dem beobachteten Teil der Phasenhelligkeitskurve reduziert worden sind.

Wie zu erwarten war, werden die Ergebnisse, die STEBBINS aus seinen Messungen abgeleitet hat, qualitativ nicht wesentlich geändert. Der einzige bemerkenswerte Unterschied zwischen seinen Lichtkurven und den hier erhaltenen ist die sich als notwendig erweisende Berücksichtigung einer unzweifelhaft vorhandenen, jetzt noch deutlicher herausgekommenen steilen Einsenkung in den Maxima der Satelliten II, III und IV. Quantitativ sind die Änderungen dagegen zum Teil recht merklich; z. B. ändern sich die mittleren Helligkeiten von I, II, III und IV um $-0^m.06$, $-0^m.015$, $-0^m.02$ und $-0^m.06$, die Amplituden um +2%, +7%, $+1\frac{1}{2}$%, +31%. Die innere Übereinstimmung

Digitized by Google

stimmung der Messungen wird besser; die durchschnittliche Abweichung einer Helligkeitsbestimmung der Satelliten von der Lichtkurve ist:

	I	II	III	IV
bei Stebbins.....	$\pm 0^m.0064$	$\pm 0^m.0128$	$\pm 0^m.0113$	$\pm 0^m.0110$
jetzt	± 0.0052	± 0.0098	± 0.0077	± 0.0077
Verminderung in Prozenten der Stebbinsschen Werte	19%	23%	32%	30%

Die Berücksichtigung der Einsenkung in den Maxima von II, III und IV bewirkt nur einen kleinen Teil der Verminderung der durchschnittlichen Abweichungen. Anzeichen einer geringen Instabilität der Lichtkurven während der Beobachtungszeitraumes sind bei II und III vorhanden; besonders bei III ist die Streuung der Beobachtungen im Minimum und im Beginn des Anstieges der Helligkeit zum Maximum auffallend groß. Nach der Leichtigkeit der Beobachtung hätte man bei III die kleinste, bei I oder IV die größte durchschnittliche Abweichung erwarten sollen.

Unter die lichtelektrischen Lichtkurven sind in den Kurventafeln zum Vergleich die visuellen Lichtkurven gesetzt, die sich aus meinen visuellen Messungen von 1905—06 ergeben hatten. Ich habe mich darauf beschränkt, für die Darstellung eine der visuellen Beobachtungsreihen herauszugreifen, weil die Hinzunahme der anderen an dem qualitativen Ergebnis nichts ändert. Die Reihe 1905—06 habe ich gewählt, weil sie in der für die Nachprüfung bequemsten Form in diesen Sitzungsberichten 1907 mitgeteilt ist. Die Kurven sind der Originalabhandlung entnommen und nur auf einen für die Vergleichung passenderen Maßstab gebracht. Die Abszissen (Längen) haben bei allen Kurven den gleichen Maßstab, der Maßstab der Ordinaten beträgt entsprechend den größeren visuellen Amplituden bei den visuellen Kurven 0.4 des Maßstabes bei den lichtelektrischen Kurven; um die lichtelektrischen und visuellen Kurven auch in den Ordinaten auf den gleichen Maßstab zu bringen, muß man also die Ordinaten der visuellen Kurven mit 2.5 multiplizieren. Die visuellen Messungen bedecken die Bahnen der Satelliten bis nahe an die Konjunktionen heran, während die lichtelektrischen Messungen nicht näher als bis etwa 100″ vom Planetenmittelpunkt ausgeführt werden konnten. Dadurch fällt für die letzteren die Umgebung der Konjunktionen aus. Die von beiden Reihen gemeinsam bedeckten Kurventeile sind in den visuellen Kurven dick ausgezogen.

V.

Vergleichung der lichtelektrischen und visuellen Lichtkurven.

1. Mittlere Helligkeiten.

	I	II	III	IV
Lichtelektr. 1926	$5^m.90$	$5^m.955$	$5^m.286$	$6^m.290$
Visuell 1904—06	5.54	5.69	5.08	6.26
Differenz.....	+0.36	+0.26	+0.21	+0.03

Digitized by Google

2a. Amplituden in Größenklassen.

	I	II	III	IV
Lichtelektr. 1926	$0^m.233$	$0^m.312$	$0^m.157$	$0^m.116$
Visuell 1904—05	0.70	1.03	0.60	0.27
Visuell 1905—06	0.35	0.52	0.24	0.26

2b. Amplituden: Intensitätsverhältnis Max: Min.

	I	II	III	IV
Lichtelektr. 1926	1.239	1.333	1.156	1.113
Visuell 1904—05	1.91	2.58	1.74	1.28
Visuell 1905—06	1.38	1.61	1.25	1.27
Lichtelektr.: visuell 1904—05	1 : 1.54	1 : 1.94	1 : 1.50	1 : 1.15
Lichtelektr.: visuell 1905—06	1 : 1.11	1 : 1.21	1 : 1.08	1 : 1.14

Aus der Vergleichung der mittleren Helligkeiten ergibt sich, wie schon hervorgehoben, daß der Farbenindex von I den größten, der von II den kleinsten positiven Wert hat, in Übereinstimmung mit der scheinbaren Färbung für das Auge. Die Werte sind natürlich nicht als absolute Farbenindizes aufzufassen. Die visuellen Amplituden sind durchweg größer als die lichtelektrischen; dies gilt auch für die übrigen visuellen Reihen, so daß es sich vermutlich um einen Einfluß der Verschiedenheit der Spektralgebiete handelt, auf die sich die Messungen beziehen. Diese Vermutung wird durch das Ergebnis der Neubearbeitung der erwähnten photographischen Reihe gestützt, das ich jetzt besprechen werde.

Die nähere Untersuchung der von SCHÜTTE aus den Wiener und Breslauer Aufnahmen (1905—06, 1920—21) abgeleiteten photographischen Helligkeiten der Satelliten ergab leider, daß dieselben sehr unhomogen und durch starke systematische und zufällige, oder wie zufällige wirkende systematische Fehler entstellt sind und ohne weiteres nicht verwendet werden können. Um wenigstens die systematischen Fehler so gut wie möglich zu beseitigen, habe ich zunächst statt der auf die Vergleichssterne bezogenen Helligkeiten der Satelliten deren Helligkeitsunterschiede gegen den Satelliten IV benutzt. Wenn die vorhin ausgesprochene Vermutung zutrifft, so mußte die photographische Amplitude von IV so klein sein, daß man seine Helligkeit in erster Näherung als konstant betrachten durfte; aber selbst die visuelle Amplitude ist noch hinreichend klein, so daß der Satellit IV zunächst als Vergleichsstern für die anderen dienen konnte. Dann wurden die Differenzen I—IV usw. nach den Plattensorten getrennt; die von den Aufnahmen auf nicht sensibilisierten Platten herrührenden wurden als unter sich vergleichbar angenommen, die von den Aufnahmen auf Viridinplatten herrührenden für sich behandelt. Als nun die ersteren, die ein Phasenintervall von 11° bedecken, nach der Phase geordnet wurden, ergab sich ein deutlicher Phaseneffekt, hier natürlich herrührend von dem Unterschied der Phasenwirkung für IV gegen I, II oder III.

Digitized by Google

Die erhaltenen Beträge sind:

1	2	3	4	5	6	7
Satelliten	Unterschied des photogr. Phasenkoeff. gegen IV	Unterschied der photogr. mittl. Helligkeit gegen IV für $\alpha = 0°$	Unterschied des lichtelektrischen Phasenkoeff. gegen IV	Unterschied der lichtelektrischen mittl. Helligkeit gegen IV für $\alpha = 0°$	Unterschied der visuellen mittl. Helligkeit gegen IV für $\alpha = 0°$	Unterschied der photogr. und visuellen mittl. Helligkeitsdiff.
I—IV	$-0^m.026$	$-0^m.02$	$-0^m.026$	$-0^m.39$	$-0^m.72$	$+0^m.70$
II—IV	−0.04 ±	−0.16 ±	−0.030	−0.34	−0.57	+0.41±
III—IV	−0.027	−0.78	−0.026	−1.00	−1.18	+0.40

Aus den Zahlen der zweiten, vierten und siebenten Spalte geht hervor, daß die photographische Phasenwirkung anscheinend sehr nahe der lichtelektrischen gleich war, und daß die photographisch-visuellen Farbenindizes der Satelliten denselben Gang wie die lichtelektrisch-visuellen haben: Satellit I ist am rötesten, IV am blauesten, II und III haben eine mittlere, nahezu gleiche Färbung. Man wird nach dem Vorstehenden den photographischen Phasenkoeffizienten von IV gleich dem lichtelektrischen, also gleich $0^m.049$, setzen dürfen, jedoch wurden im folgenden nur die Differenzen der Phaseneinflüsse für je zwei der Satellitenpaare I, IV; II, IV; III, IV gebraucht; diese sind der Tabelle III entnommen worden.

Für die Viridinaufnahmen ist die Lage weniger günstig, da der durch die Aufnahme bedeckte Phasenbereich nur 4° beträgt und die Zahl der vorhandenen Helligkeitsbestimmungen für jeden Satelliten aus den Viridinplatten zu gering für eine einigermaßen zuverlässige Bestimmung des Phaseneinflusses ist, obwohl er auch hier deutlich zutage tritt. Ich habe mich deshalb darauf beschränkt, den mittleren Betrag der Differenz der Phasenwirkung für I—IV, II—IV, III—IV zusammen zu bestimmen und diesen für alle drei Verbindungen zu verwenden. Die hierdurch entstehende Ungenauigkeit kann nur sehr geringfügig sein. Es ergab sich im Mittel der Wert $+0^m.013$, also knapp die Hälfte des mittleren photographischen oder lichtelektrischen Wertes. Dieser ganz plausible Wert ist für die aus den Viridinplatten abgeleiteten Helligkeitsunterschiede I—IV, II—IV, III—IV angewendet worden. Der Verlauf des Phaseneinflusses konnte hier wegen seiner Kleinheit, und weil es sich nur um große Phasenwinkel (7°—11°) handelt, als linear angenommen werden. Endlich mußten noch die Viridinaufnahmen auf die übrigen reduziert werden. Es ergaben sich folgende Differenzen der mittleren Helligkeitsunterschiede:

Satelliten	Viridinplatten — gewöhnliche Platten
I—IV	$-0^m.18$
II—IV	−0.18
III—IV	−0.17
Mittel . . .	−0.18

Die aus den Viridinaufnahmen abgeleiteten Helligkeitsdifferenzen werden also durch Anbringung einer konstanten Korrektion von $+0^m.18$ auf die aus den nicht sensibilisierten Platten abgeleiteten reduziert. Natürlich werden dadurch

Digitized by Google

nicht auch die Amplituden der Helligkeitsschwankungen, wenn sie von der Farbenempfindlichkeitskurve der benutzten Plattensorte abhängen, von der einen Plattensorte auf die andere reduziert. Da aber die Amplituden sehr klein und die Helligkeitsbestimmungen verhältnismäßig wenig genau sind, so habe ich auf weitere systematische Verbesserungen verzichtet. Leider bleiben die scheinbar zufälligen Abweichungen auch in den Helligkeitsdifferenzen noch so groß, daß die Reihe zum Studium der Einzelheiten der Lichtkurven völlig unbrauchbar ist; dagegen war es möglich, aus ihr wertvolle Informationen bezüglich der photographischen Amplituden zu ziehen. Stellt man die systematisch korrigierten Helligkeitsunterschiede I—IV, II—IV, III—IV, in denen zunächst IV als unveränderlich betrachtet wurde, bildlich dar, so zeigen alle drei Darstellungen ein deutliches Überwiegen der Helligkeit in dem Längenbereich 0°—180° gegenüber der Helligkeit in dem Bereich 180°—360°. Das Bild ändert sich nicht merklich, wenn man jetzt die mutmaßliche photographische Schwankung von IV gemäß der lichtelektrischen Lichtkurve — ohne Berücksichtigung der kleinen, nicht dauerhaften, Einsenkung im Maximum — eliminiert. Es ergaben sich für die Satelliten I, II, III die folgenden mittleren Helligkeitsunterschiede zwischen der Ost- und Westseite des Planeten, zu denen zum Vergleich die den gleichen Längenbereichen entsprechenden mittleren lichtelektrischen Helligkeitsunterschiede gemäß den lichtelektrischen Lichtkurven gesetzt sind:

Satellit	Ost — West photogr.	Ost — West lichtelektrisch
I	$-0^{m}.13$	$-0^{m}.15$
II	−0.23	−0.19
III	−0.11	−0.10
Mittel	−0.16	−0.15

Man gewinnt also den Eindruck, daß die photographischen Amplituden, die vorwiegend für den Zeitraum 1920—21 gelten, mit den lichtelektrischen von der gleichen Größenordnung gewesen sind. Dies ist eine wesentliche Stütze für die Vermutung, daß die Amplituden mit abnehmenden Wellenlängen kleiner werden.

Noch eine Bemerkung über die auffallende Größe der zufälligen Fehler der photographischen Helligkeitsunterschiede. Es hat den Anschein, daß sie zu einem beträchtlichen Teil durch ungenaue Bestimmung des Skalenwertes der einzelnen Platten verursacht wird. Vielleicht würde es sich lohnen, das Plattenmaterial einer erneuten Bearbeitung zu unterziehen und dabei den Skalenwert jeder Platte, ausgehend von der verhältnismäßig wenig schwankenden Helligkeitsdifferenz III—IV, durch ein Verfahren fortschreitender Näherungen abzuleiten. Der Eliminierung der Extinktion ist ebenfalls eine größere Beachtung zu schenken; jedenfalls scheint mir der angewandte mittlere Faktor 2.5, mit dem die visuelle Extinktion multipliziert wurde, zu groß für die Satelliten.

Während der allgemeine Verlauf der lichtelektrischen und visuellen Lichtkurven den gleichen Charakter hat, besteht zwischen den veränderlichen sekundären Wellen, insbesondere den schroffen Einsenkungen, keine Übereinstim-

Digitized by Google

mung. Immerhin fehlten diese Einsenkungen auch den lichtelektrischen Lichtkurven nicht vollständig, und es ist bemerkenswert, daß sie in diesen gerade an den Stellen auftreten, wo sie durch die visuellen Messungen am ausgeprägtesten und häufigsten festgestellt worden sind, nämlich in den Maxima der allgemeinen Kurvenzüge, mit denen sie wohl in irgendeinem physischen Zusammenhang stehen. Übrigens fällt die sekundäre Einsenkung im Maximum der lichtelektrischen Lichtkurve von II ziemlich nahe mit einer Einsenkung in der visuellen Lichtkurve von 1905–06 zusammen. Auch bei III, für den die visuelle Lichtkurve von 1905–06 an der betreffenden Stelle unvollständig ist, mag in der visuellen Lichtkurve von 1905–06 an der gleichen Stelle wie in der lichtelektrischen eine Einsenkung bestanden haben; stark ausgeprägt war sie jedenfalls in der visuellen Lichtkurve von 1904–05, wo sie auf die Länge 95° fiel. Bei IV war 1905–06 keine Einsenkung in der visuellen Lichtkurve, dagegen bestand eine solche 1904–05, jedoch in 70° größerer Länge: die Mitte des Maximums selbst, in dem beide Male die Einsenkung liegt, fiel aber damals ebenfalls etwa 70° später als 1926. Die visuellen Lichtkurven von III und IV in der Umgebung des Maximums für 1904–05 sind in den Darstellungen punktiert eingezeichnet. Nach allem hat es den Anschein, daß die sekundären Wellen überhaupt im Gebiet der kurzen Wellenlängen weniger stark hervortreten als im visuellen Spektralgebiet. Dies würde also darauf hindeuten, daß die Satelliten merkliche, für das Intensitätsmaximum des visuellen Spektralgebietes bis zu den eigentlichen Satellitenoberflächen durchsichtige, das kurzwellige Licht dagegen stark zerstreuende Atmosphären besitzen. Daß sie merkliche Atmosphären besitzen müssen, wurde bereits früher aus der starken Veränderlichkeit der Lichtkurven und den hohen Albedowerten der inneren Satelliten geschlossen.

Ein bemerkenswertes Ergebnis der lichtelektrischen Messungen ist endlich die Aufdeckung sehr erheblicher Phasenwirkungen im kurzwelligen Spektralgebiet, die im visuellen Spektralgebiet 1905–06 unmerklich klein gewesen sind. Natürlich ist es ganz ausgeschlossen, wie Stebbins merkwürdigerweise annimmt, daß Phasenwirkungen zwischen $0^m.2$ und $0^m.5$, die beim Satelliten IV bis zum Doppelten des ganzen Umfanges des periodischen Lichtwechsels ansteigen, der visuellen Beobachtung hätten entgehen können. Es ist aber auch wenig wahrscheinlich, daß die Phasenwirkung etwa bei IV so stark veränderlich ist, daß sie in einer Opposition unmerklich bleibt, in einer anderen dagegen den Betrag einer halben Größenklasse erreicht. Offenbar liegt hier ebenfalls eine Abhängigkeit vom Spektralgebiet vor, wofür auch das Ergebnis der photographischen Reihe spricht. Geringere zeitliche Änderungen für das gleiche Spektralgebiet werden jedoch zu erwarten sein. Auch für diese Frage sind die Wrightschen Aufnahmen von Mars und Jupiter in verschiedenen Spektralgebieten (a. a. O.) sehr instruktiv. Diese Aufnahmen machen es unmittelbar wahrscheinlich, daß auch für die beiden Planeten der Phaseneinfluß mit abnehmender Wellenlänge wächst.

Es ist beabsichtigt, in der nächsten Opposition des Jupiter am Babelsberger Reflektor eine Reihe von photographischen Aufnahmen der Satelliten

Digitized by Google

im langwelligen Spektralgebiet zu machen zur endgültigen Klärung der hier erörterten Fragen.

Ich habe in meinen früheren Arbeiten bereits darauf hingewiesen, daß die schroffen Einsenkungen in den visuellen Lichtkurven der Satelliten der Erklärung durch Rotation zerstreut reflektierender, mit Flecken bedeckter Oberflächen Schwierigkeiten bereiten. Diese Schwierigkeiten konnten durch die Annahme beseitigt werden, daß die Oberflächen der Satelliten stellenweise spiegelnde Eigenschaft besitzen[1]. Es besteht daneben die Möglichkeit einer meteorologischen Erklärung, die allerdings eine auffallend starke Wirksamkeit der Sonnenstrahlung noch in der Entfernung des Jupiter voraussetzt. Die Vorstellungen sind so naheliegend (die schroffen Einsenkungen würden durch schnelle, vorübergehende Aufklarungen in den Satellitenatmosphären zu erklären sein), daß ich nicht weiter auf sie einzugehen brauche. Betrachtet man alle bisher bekannten Beobachtungstatsachen im Zusammenhang, so scheint mir gegenwärtig die Annahme meteorologischer Ursachen für die in Betracht kommenden Erscheinungen die ungezwungenste[2].

VI.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

1. Der allgemeine Verlauf der 1926 bestimmten lichtelektrischen Lichtkurven der vier hellen Jupitersatelliten stimmt überein mit dem allgemeinen Verlauf der aus den visuellen Beobachtungen von 1858 bis 1906 abgeleiteten Lichtkurven. In beiden treten bei den Satelliten I, II und III die größten Helligkeiten auf der Ostseite des Planeten, die kleinsten (abgesehen von den lichtelektrisch nicht beobachteten Konjunktionsminima) auf der Westseite ein, während bei IV umgekehrt die größte Helligkeit auf der Westseite, die kleinste auf der Ostseite des Planeten erreicht wird.

2. Die lichtelektrischen und photographischen Amplituden der Helligkeitsschwankungen sind erheblich geringer als die visuellen.

3. Die zahlreichen veränderlichen sekundären Wellen und Einsenkungen der visuellen Lichtkurven fehlen in den lichtelektrischen Lichtkurven fast vollständig; nur bei II, III und IV ist auch lichtelektrisch eine Einsenkung im Maximum festgestellt.

4. Die Vergleichung der mittleren visuellen und lichtelektrischen Helligkeiten ergab eine von IV nach I zunehmende Rötung der Farbe, die zwischen I und IV einem Spektralunterschied von fast $1\,^1/_2$ Klassen äquivalent ist.

5. Der Phaseneinfluß ist lichtelektrisch 1926 bei allen vier Satelliten sehr merklich gewesen, während er visuell 1905—06 gemäß einer sorgfältigen Untersuchung unmerklich war. Auch photographisch ist der Phaseneinfluß nachweisbar.

---

[1] Die gleiche Vorstellung vertritt L. BELL in: The Physical Interpretation of Albedo, ApJ **45**, 1 (1917).

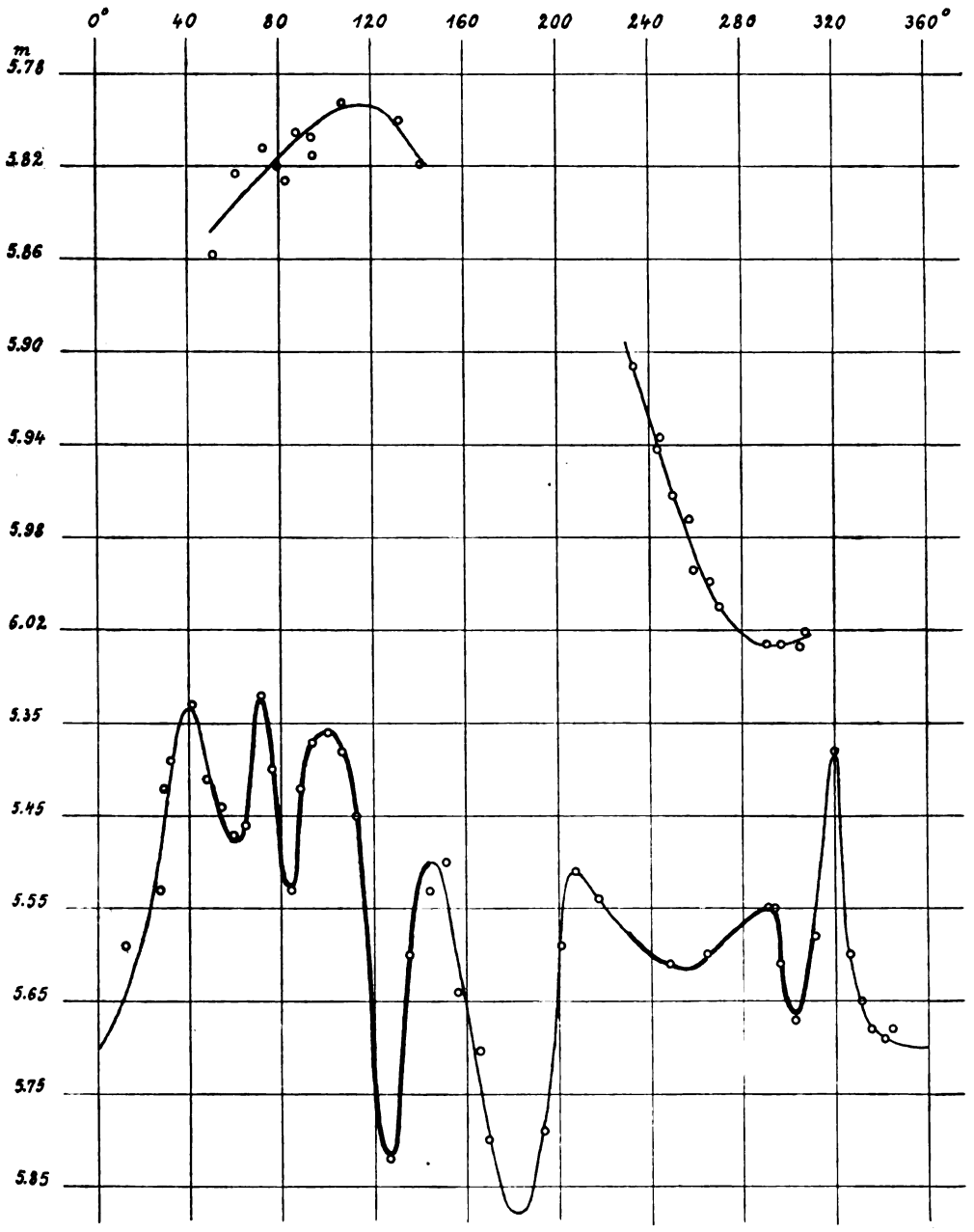
[2] Im Zusammenhang hiermit sind die Konjunktionsminima der Satelliten bemerkenswert, die auf einen tiefgreifenden Einfluß des Planeten auf die Satellitenatmosphären schließen lassen.

Digitized by Google

6. Die festgestellten Unterschiede in den Amplituden und in den sekundären Wellen und Einsenkungen der Lichtkurven sowie die Unterschiede in den Phasenwirkungen rühren im wesentlichen sehr wahrscheinlich von der Verschiedenheit der Spektralgebiete her, auf die sich die lichtelektrischen und photographischen Helligkeitsbestimmungen einerseits, die visuellen andererseits beziehen, und sind durch die Annahme merklicher, die kurzen Wellenlängen stark zerstreuender Atmosphären der Satelliten erklärbar, wie eine nähere Prüfung der photographischen Aufnahmen von Mars (für die Phasenwirkung auch von Jupiter) in verschiedenen Spektralgebieten zeigt.

Digitized by Google

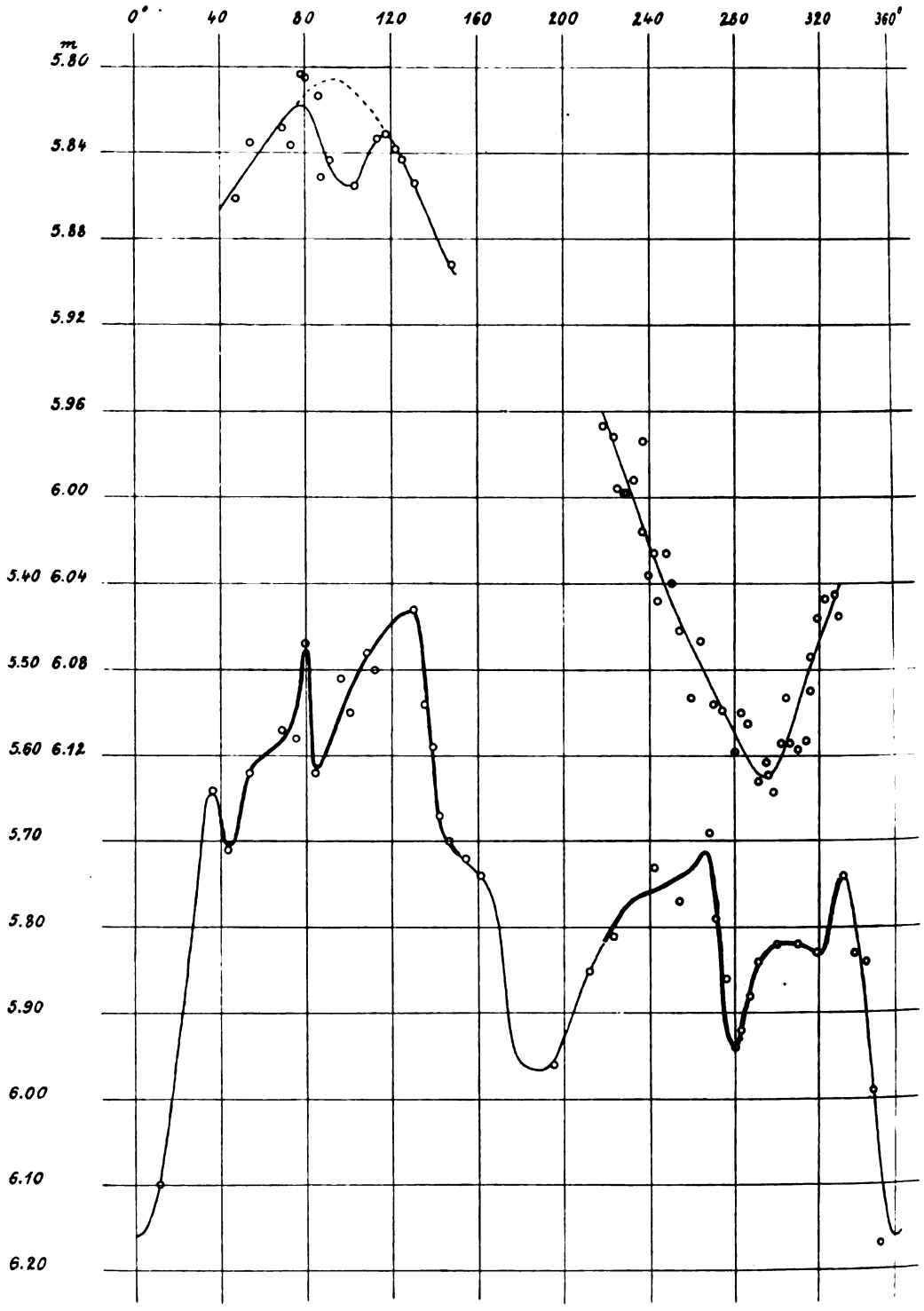
Tafel 1.



Satellit I. Oben lichtelektrisch, unten visuell.

Digitized by Google

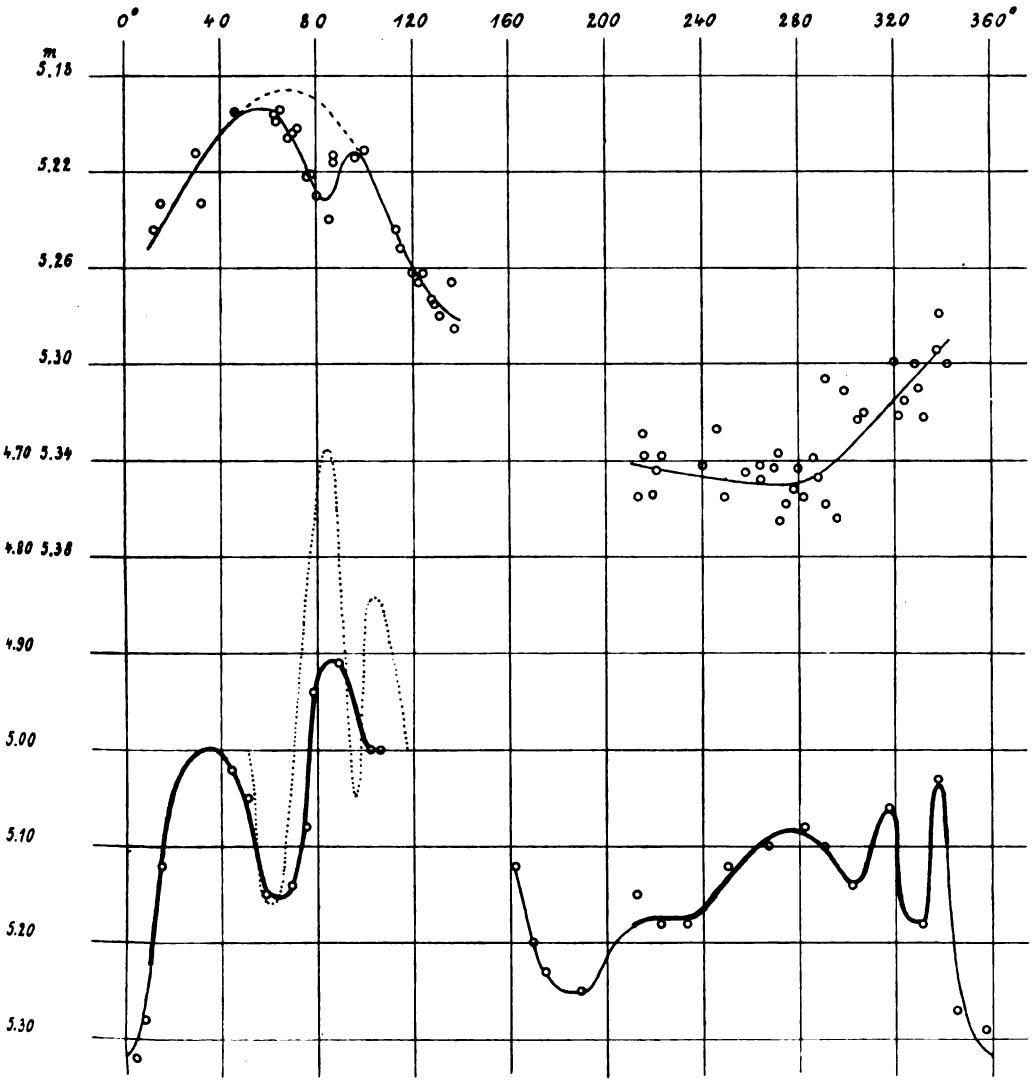
Tafel 2.



Satellit II. Oben lichtelektrisch, unten visuell.

Digitized by Google

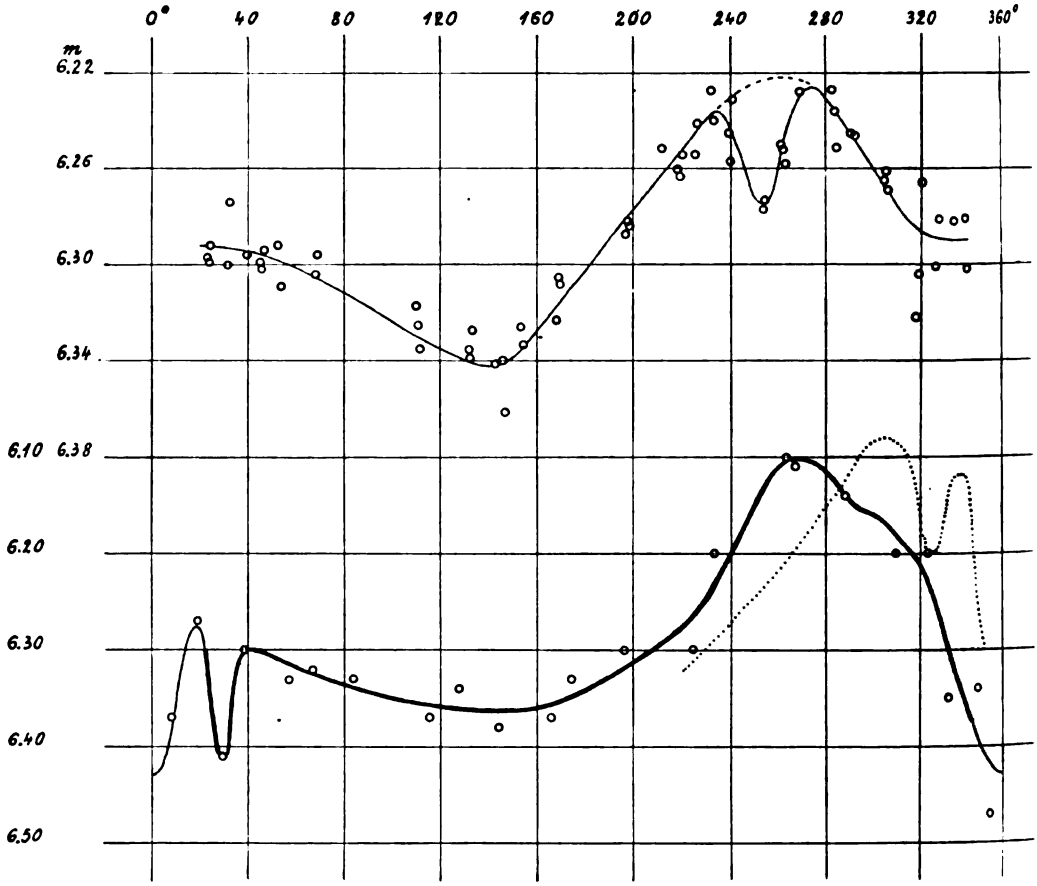
Tafel 3.



Satellit III. Oben lichtelektrisch, unten visuell.

Digitized by Google

Tafel 4.



Satellit IV. Oben lichtelektrisch, unten visuell.

Digitized by Google

Adresse an Hrn. Hofrat Prof. Dr. C. Grobben zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 11. Mai 1927.

Hochgeehrter Herr!

Zu Ihrem fünfzigjährigen Doktorjubiläum bringt Ihnen die Preußische Akademie der Wissenschaften die aufrichtigsten Glückwünsche dar. Der Beginn Ihrer wissenschaftlichen Tätigkeit fällt in die Blütezeit morphologischer Forschung, die unter der gewaltigen Anregung durch Darwins Werk einen so mächtigen Aufschwung genommen hatte. Die anatomischen und entwicklungsgeschichtlichen Untersuchungen stellten sich alle in den Dienst phylogenetischer Probleme; die Ermittlung der Stammesverwandtschaft der Tiere und die Begründung eines natürlichen Systems war eines der hauptsächlichsten Ziele. In dieser Arbeitsrichtung haben Sie mit Ihren durch Genauigkeit und Gründlichkeit ausgezeichneten Untersuchungen als einer der Führer mitgewirkt. Bei Ihrer vielseitigen Betätigung bevorzugten Sie die Tierkreise der Krustazeen und Mollusken und haben hier viele neue und wichtige Funde machen können. Ihre entwicklungsgeschichtlichen Studien an Moina und Ihre Untersuchungen über den Generationswechsel von Doliolum verstärkten noch den breiten Unterbau, den Sie geschaffen haben. Auch auf histologischem Gebiet haben Sie erfolgreich gearbeitet mit Ihrer Analyse der Bindesubstanzen bei Argulus und Ihrer Erklärung der Perlenschichtung auf zellphysiologischer Grundlage. Dabei haben Sie stets das Endziel der morphologischen Forschung im Auge behalten: die Erkenntnis der phylogenetischen Zusammenhänge. In zahlreichen Einzelaufsätzen haben Sie für Teilgebiete der Phylogenie abschließende Feststellungen geliefert; Ihnen verdanken wir die grundlegende Einteilung der Coelomaten in Protostomier und Deuterostomier auf Grund des Schicksals, das der Urmund im Laufe der Entwicklung erfährt. So vorbereitet, konnten Sie in Ihrer Neubearbeitung des Lehrbuchs der Zoologie von Carl Claus ein Werk schaffen, das unter Ihrer Hand in der Zusammenfassung der Hauptergebnisse der morphologischen Forschungsperiode weit mehr als nur ein zuverlässiges Lern- und Nachschlagebuch, vielmehr geradezu ein Markstein in der zoologischen Wissenschaft geworden ist. Und wie die Morphologie stets die Grundlage für jeden weiteren Ausbau der Zoologie bilden muß, so wird auch dieses Buch seine Bedeutung nicht verlieren und späteren Forschern ein Denkmal Ihrer segensreichen Tätigkeit bleiben.

Möge es Ihnen vergönnt sein, noch lange in körperlicher und geistiger Frische selbst am Bau der Wissenschaft mitzuarbeiten und in den weiteren Fortschritten die Früchte Ihrer eigenen Tätigkeit zu erkennen.

Die Preußische Akademie der Wissenschaften.

Digitized by Google

Die Verdünnungswärme von Salzen bei sehr kleinen Konzentrationen. II.

Von W. Nernst und Dr. W. Orthmann
in Berlin.

(Vorgetragen am 10. Februar 1927 [s. oben S. 17].)

In einer früheren Arbeit[1] wurden die Verdünnungswärmen von Salzen bei sehr kleinen Konzentrationen in einem Differentialkalorimeter gemessen und die Ergebnisse mit der neuen Theorie der elektrolytischen Dissoziation von Debye verglichen. Es zeigte sich, daß bezüglich der Verdünnungswärme jene Theorie häufig soweit versagte, daß auch in bereits stark verdünnten Lösungen (z. B. unter 0.1 normal) nicht einmal eine Übereinstimmung bezüglich des Vorzeichens der Verdünnungswärme vorhanden war. Mit anderen Worten, unsere Messungen widerlegten so vollständig die von Debye und besonders von Hückel aufgestellten Forderungen, daß zunächst die Theorie als in ihren wesentlichen Punkten erschüttert erscheinen mußte.

Es entstand nun die weitere Frage, ob vielleicht, wenn es gelänge, die Messungen auf noch viel kleinere Konzentrationen auszudehnen, wenigstens eine Annäherung zwischen Erfahrung und Theorie sich herausstellen würde. Dies ist in der vorliegenden Abhandlung von uns eingehend geprüft; unser Ergebnis läßt sich dahin zusammenfassen, daß in manchen Fällen auch bei außerordentlich großen Verdünnungen die Theorie versagt, und daß, wenn die erwähnte Theorie überhaupt eine Bedeutung haben soll, sie einer wesentlichen Umgestaltung bedarf. Mit anderen Worten, die Mehrzahl der von den HH. Debye und Hückel aufgestellten Sätze muß wesentlich modifiziert werden. An dieser Stelle sollen die Ergebnisse unserer neuen Messungen mitgeteilt werden; die Modifikationen der erwähnten Theorie oder richtiger, die Aufstellung einer neuen Theorie der Konstitution der Elektrolyte soll den Gegenstand weiterer Arbeiten bilden; insbesondere sei hier schon erwähnt, daß W. Orthmann in den »Ergebnissen der exakten Naturwissenschaften« das vorhandene Material kritisch bearbeiten wird.

Apparatur.

Auf Grund der zahlreichen Erfahrungen bei thermochemischen und Gefrierpunktsarbeiten (vgl. a. a. O. S. 51), die der eine von uns in den letzten Jahrzehnten gewonnen hatte, ließ sich ein Weg zur starken Verfeinerung der

[1] Diese Ber. 1926, S. 51, Nr. 4/5.

Digitized by Google

Meßmethode angeben; zur Erhöhung der Genauigkeit der Temperaturmessungen wurde die Zahl der Thermoelemente erhöht; zur Vermeidung äußerer Temperaturstörungen wurde auf Grund der ausgezeichneten Erfahrungen, die mit dem Kupferkalorimeter gewonnen waren, ein genügender Wärmeschutz durch einen dicken Kupfermantel erzielt; die Sicherheit der Temperatureinstellung erlaubte die Benutzung eines empfindlicheren Galvanometers; schließlich wurde selbstverständlich bei den verfeinerten Messungen für eine möglichst exakte Rührung gesorgt.

W. ORTHMANN übernahm es, auf Grund dieser Gesichtspunkte eine Konstruktion der Apparatur auszuführen; dieselbe bewährte sich so vollkommen, daß sie im wesentlichen allen unseren Wünschen entsprach und daß nachträgliche Änderungen nicht anzubringen waren.

Als Kalorimetergefäße wurden zwei halbzylinderförmige Glasgefäße benutzt, die bequem je 500 ccm Flüssigkeit aufnehmen konnten. Zur Messung der Temperaturdifferenz dienten 100 Eisenkonstantan-Thermoelemente aus ziemlich dicken Drähten, deren Gesamtwiderstand nur 15.5 Ohm betrug. Ihre Lötstellen befanden sich wie früher in kleinen mit Quecksilber gefüllten Glasröhrchen. Die 200 Glasröhrchen waren in einem Pertinaxbrettchen befestigt, je 4 Reihen zu 25 auf jeder Seite. In jeder Reihe waren die Gläschen von verschiedener Länge, so daß die Temperatur über die ganze Höhe des Kalorimeterinhalts gemittelt wurde. Die Lösung in der Menge von je 10 ccm befand sich wie früher in vier Reagenzgläsern, die unten abgesprengt, mit einem Stück Gummischlauch überzogen und durch ein rundes Glasplättchen verschlossen waren. Durch einen unten plattgedrückten Glasstab konnten die Plättchen sanft herausgedrückt und die Vermischung durch einige kräftige Stöße dieses Rührers genügend vollkommen bewirkt werden. Zur Rührung des Kalorimeters dienten zwei Glasplatten, die an Glasstäbe angeschmolzen waren. Sie waren so geformt, daß der zwischen Thermoelementen und eingetauchten Reagenzgläsern noch bleibende Raum möglichst zum Rühren ausgenutzt wurde. Als am günstigsten erwies es sich, 20mal pro Minute den Rührer auf und ab zu bewegen. Die Kalorimetergefäße, die eingetauchten Reagenzgläser und die Thermoelemente waren, miteinander fest verbunden, gut wärmeisoliert am Deckel des zylinderförmigen Kupfergefäßes von 1 cm Wandstärke befestigt. Dieser Deckel war, wiederum gut wärmeisoliert, an einem Holzgestell aufgehängt, das auch den Rührmotor trug. Das Kupfergefäß selbst konnte von unten über den Apparat geschoben und an seinem Deckel fest verschraubt werden, so daß eine gut wärmeleitende Umhüllung vorhanden war, in der sich nur Löcher für die Rührstangen und die Thermometer befanden. Über dieses Kupfergefäß konnte ein versilbertes Dewargefäß von 20 cm lichter Weite und 30 cm nutzbarer Höhe geschoben werden, so daß der Deckel des Kupfergefäßes sich etwa 10 cm unter seinem oberen Rand befand und mit einer entsprechenden Schicht von Watte bedeckt werden konnte. Das Dewargefäß war zum weiteren Wärmeschutz von 2 Filzhüllen mit Luftzwischenraum umgeben.

Als Galvanometer wurde ein Drehspulinstrument nach Prof. ZERNIKE von Kipp und Zonen in Delft mit dem System Zc. benutzt. Der Systemwider-

Digitized by Google

stand beträgt nur 14.5 Ohm, die Schwingungsdauer 8 Sekunden und die Ampèreempfindlichkeit etwa $4 \cdot 10^{-10}$. Zur aperiodischen Einstellung ist ein Gesamtwiderstand von etwa 250 Ohm nötig. Da es uns nicht auf schnelle Einstellung ankam, benutzten wir das Instrument mit nur 130 Ohm Gesamtwiderstand (100 Ohm Vorschaltwiderstand, 15.5 Ohm Widerstand der Thermoelemente, 14.5 Ohm Spulenwiderstand). Ein Nachteil des Instruments ist der, daß seine Empfindlichkeit stark von der Stellung der Spule abhängt. Bei 2.75 m Skalenabstand z. B. ändert eine Verschiebung des Nullpunktes um 75 cm die Empfindlichkeit um etwa 20 Prozent. Die Änderung erfolgt linear mit der Änderung der Spulenstellung, so daß man durch kommutierte Ausschläge die Empfindlichkeit bei einer bestimmten Stellung exakt bestimmen kann, was selbstverständlich vor und nach jeder Messung mit Normalelement und Normalohm geschah.

Die Apparatur wurde, wie früher schon beschrieben, durch Zufuhr elektrischer Energie mittels dünner langer mit Quecksilber gefüllter Glaskapillaren auf Kalorien geeicht. Einem Millimeter Ausschlag auf der 2.75 m entfernten Skala entsprach eine Energie von 0.00318 Kalorien, wenn der durch Anlegen eines Normalelementes über 100000 Ohm an 0.1 Ohm erzielte Ausschlag gleich 54.0 Skalenteilen war. Bei den früheren Messungen hatte sich für 0.121 Kalorien Energiezufuhr ein Ausschlag von einem Millimeter ergeben. Unter Berücksichtigung der geringeren Wärmekapazität des jetzigen Kalorimeters (etwa 670 für jede Seite statt früher etwa 1000) würde sich bei gleicher Ablesegenauigkeit wie früher eine Steigerung der Empfindlichkeit der Temperaturmessung auf etwa das Fünfundzwanzigfache ergeben. Da jedoch die Schwankungen und Gangänderungen zweimal so groß waren wie früher, kann man eine wirkliche Steigerung der Meßgenauigkeit auf etwa das Zwölffache annehmen.

Übrigens sei hier eingeschaltet, daß sich, in erster Linie durch Vergrößerung der Wassermenge, wobei die Anordnung der Thermoelemente zugleich günstiger für eine vollständige Rührung erfolgen könnte, die Meßgenauigkeit nötigenfalls noch erhöhen ließe. Zu einer Vergrößerung der Zahl der Thermoelemente liegt weniger Veranlassung vor, da sich die Galvanometerempfindlichkeit noch stark vergrößern läßt; Störungen in der äußeren Leitung lagen nicht vor, das Galvanometer stand völlig ruhig, wenn die Thermoelemente kurzgeschlossen waren.

Selbstverständlich wurde aber eine andere Fehlerquelle, auf die wir schon in unserer ersten Arbeit hinwiesen, sorgfältig berücksichtigt, nämlich der Ausfall sogenannter »Leerversuche«, bei denen sich innen und außen reines Wasser oder die gleiche Lösung befand. Offenbar muß erstrebt werden, daß hierbei ein möglichst kleiner und möglichst konstanter Effekt auftritt. Während derselbe früher verschwindend klein war, trat nun mit Schwankungen von nur wenigen Zehnteln, also befriedigend konstant, 1.6 mm Abkühlung auf. Dies überrascht, da bei der beschriebenen Vermischung immerhin gerade merkliche Reibungswärme hätte auftreten müssen. Die nächstliegende Erklärung besteht offenbar darin, daß infolge der Rührung das Kalorimeterwasser stets etwas wärmer ist als der stagnierende Inhalt der Reagenzgläschen, der

Digitized by Google

übrigens vor jeder Versuchsreihe gerührt wurde; vielleicht spielt auch eine mit der Vermischung verbundene geringe Verdampfung des Wassers mit. Wie dem auch sei, der soeben beschriebene Effekt ist so klein und dabei glücklicherweise so konstant, daß die erwähnte (übrigens sehr häufig kontrollierte) Korrektion von 1.6 mm wohl als völlig einwandfrei gelten kann. Zugleich ersieht man, daß es zweckmäßig ist, das Gefäß, das die zu verdünnende Lösung enthält, klein zu wählen, um das Auftreten merklicher Temperaturdifferenzen zwischen Kalorimeterwasser und Lösung zu verhindern, die natürlich jede genaue Messung illusorisch machen würden.

Versuchsergebnisse.

In den folgenden Tabellen sind die Ergebnisse zusammengestellt. Es befinden sich unter:

1 der untersuchte Elektrolyt;

2 die Anfangs- und Endkonzentrationen in Mol pro Liter;

3 die Wärmetönung in cal. für 10 ccm Lösung in Tabelle 1; für 500 ccm Lösung in Tabelle 2;

4 die Zahl der Einzelversuche;

5 die nach BJERRUM und DEBYE für die betreffenden Konzentrationsverhältnisse berechnete Wärmetönung. Dazu wurden die Formeln

$$U_c = 418\sqrt{c} \text{ für ein- einwertige}$$
$$U_c = 2170\sqrt{c} \text{ für ein- zweiwertige}$$
$$U_c = 3344\sqrt{c} \text{ für zwei- zweiwertige Salze benutzt.}$$

Vor jeder Messung befanden sich in jedem der beiden Kalorimetergefäße 500 ccm Leitfähigkeitswasser und in jedem der vier Reagenzgläser 10 ccm der zu verdünnenden Lösung. Der Vorgang beim Ausstoßen des zweiten Gläschens auf jeder Seite ist ein anderer als beim Ausstoßen des ersten, da sich außen nun nicht mehr Leitfähigkeitswasser, sondern schon verdünnte Lösung befindet. Kehrt die Verdünnungswärme ihr Vorzeichen nicht um, so kann man alle vier Versuche mitteln und mit einer Genauigkeit von etwa 3 Prozent dieses Mittel als den Effekt ansehen, der bei Verdünnung von 10 ccm der Ausgangslösung auf eine mittlere Endkonzentration auftreten würde. In der Nähe eines Umkehrpunktes führt dieses Verfahren zu falschen Werten. Darum sind in der Tabelle die vier Versuche jeder Serie in 2 und 2 getrennt unter Angabe der verschiedenen Endkonzentrationen, soweit die Meßgenauigkeit zu dieser Trennung ausreicht. Der Unterschied zwischen zwei solchen Messungen, z. B. KNO_3 0.1; 0.004 und 0.1; 0.002 gibt die Verdünnungswärme für den Fall, daß man die in 20 ccm 0.1 normaler Lösung enthaltene Zahl von Molen von 0.004 normal auf 0.002 normal verdünnt. Dieses Verfahren liefert den Wert der Verdünnungswärme einer 0.004 normalen Lösung unter Berücksichtigung der größeren Meßfehler einer solchen Differenzmessung doch noch etwa 8mal genauer, als die direkte Messung durch Ausstoßen eines

Digitized by Google

Tabelle 1 ($t = 18°$).

1	2		3	4	5
LiCl	0.1;	0.0027	+ 0.06*		+ 0.104
»	0.033;	0.0010	+ 0.014	8	+ 0.020
KCl	0.333;	0.0134	− 0.041	2	+ 0.601
»	0.333;	0.0067	+ 0.004	2	+ 0.690
»	0.1;	0.004	+ 0.023	2	+ 0.099
»	0.1;	0.002	+ 0.038	4	+ 0.114
KNO_3	0.1;	0.004	− 0.095	4	+ 0.099
»	0.1;	0.002	− 0.087	4	+ 0.114
»	0.033;	0.0010	− 0.008	12	+ 0.020
»	0.01;	0.0003	etwa − 0.003	16	+ 0.0034
$CaCl_2$	0.1;	0.0033	+ 0.129*		+ 0.527
»	0.033;	0.0017	+ 0.024*		+ 0.093
»	0.01;	0.0003	+ 0.012	4	+ 0.017
$Ca(NO_3)_2$	0.5;	0.02	− 2.18	2	+ 5.74
»	0.1;	0.004	− 0.010	2	+ 0.513
»	0.1;	0.002	+ 0.032	2	+ 0.590
»	0.033;	0.00133	+ 0.015	2	+ 0.099
»	0.033;	0.00067	+ 0.033	2	+ 0.114
»	0.01;	0.0003	+ 0.006	3	+ 0.017
$ZnSO_4$	0.1;	0.004	+ 0.331	4	+ 0.790
»	0.1;	0.002	+ 0.485	4	+ 0.908

Tabelle 2 ($t = 18°$).

1	2		3	4	5
KCl	0.0134;	0.0067	+ 0.045	2	+ 0.089
»	0.004;	0.002	+ 0.015	2	+ 0.015
KNO_3	0.004;	0.002	+ 0.008	4	+ 0.015
$Ca(NO_3)_2$	0.004;	0.002	+ 0.042	2	+ 0.077
»	0.0013;	0.00067	+ 0.018	2	+ 0.015
$ZnSO_4$	0.004;	0.002	+ 0.154	4	+ 0.118

Gläschens mit 10 ccm 0.004 normaler Lösung es tun würde. Ebenso sind die Verdünnungswärmen für 0.013 normal durch Differenzbildung gewonnen worden. Die in Tabelle 2 angegebenen, durch Differenzbildung aus Tabelle 1 gewonnenen Zahlen geben die Wärmetönung für 500 ccm der Anfangskonzentration an. Die Versuche wurden bei einer Temperatur von nahe 18 Grad durchgeführt. Die mit einem Stern versehenen Messungen der Tabelle 1 sind auf 10 ccm Lösung umgerechnet aus der früheren Mitteilung übernommen. Unsere neuen Zahlen stimmen mit den älteren innerhalb der früher angegebenen Meßgenauigkeit überein, nur ist zu beachten, daß, was uns früher unbekannt war, der Temperatureinfluß erheblich ist, und daß daher besonders beim Zinksulfat früher kleinere Wärmetönungen gemessen wurden. Die früher mitgeteilten vorläufigen Zahlen sind durch die jetzt gewonnenen genaueren zu ersetzen.

Digitized by Google

Das vorstehende Zahlenmaterial ist inzwischen durch Messungen von Herrn NAUDÉ sehr erweitert worden. Weitere Einzelheiten der hier vorliegenden Arbeit sowie das Zahlenmaterial von NAUDÉ werden demnächst in der Zeitschrift für phys. Chem. mitgeteilt werden.

Ergebnis.

Den beiden Tabellen ist zu entnehmen, daß auch bis zu beträchtlichen Verdünnungen herab negative Verdünnungswärmen vorkommen, die nach der Theorie von DEBYE unerklärlich sind, daß aber immerhin bei sehr großen Verdünnungen die Theorie in grober Annäherung erfüllt wird. In theoretischer Hinsicht ist dieses Ergebnis natürlich von Bedeutung; betreffs der praktischen Anwendung der Theorie aber ist nicht zu verkennen, daß hier der Nutzen gering ist, weil man bei großen Verdünnungen mit starken Elektrolyten einfach nach VAN'T HOFF-ARRHENIUS rechnen kann.

Ausgegeben am 23. Juni.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XVIII. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 2. Juni.

Vorsitzender Sekretar: Hr. PLANCK.

Hr. LUDENDORFF sprach über den 61 Cygni-Sternstrom. (Ersch. später.)

In den Jahren 1911—12 hat B. Boss eine Liste von Sternen großer Eigenbewegung aufgestellt, von denen er vermutet, daß sie sich in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit wie 61 Cygni bewegen. RUSSELL und PLUMMER gaben Ergänzungen zu dieser Liste. Mit diesem 61 Cygni-Sternstrom haben sich dann später CORLIN und RASMUSON beschäftigt. Auf Grund der jetzt zur Verfügung stehenden Radialgeschwindigkeiten und Parallaxen der einzelnen vermeintlichen Komponenten des genannten Sternstromes wird die Sachlage von neuem untersucht. Es ergibt sich, daß weitaus die meisten Sterne der Listen von Boss, RUSSELL und PLUMMER nicht zu dem Sternstrom gehören, oder daß die Zugehörigkeit mindestens sehr zweifelhaft ist. Es bleiben schließlich nur etwa zwölf Sterne übrig, die wahrscheinlich ungefähr dieselbe Bewegung (nach Richtung und Geschwindigkeit) wie 61 Cygni besitzen.

Ausgegeben am 23. Juni.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XIX. Gesamtsitzung. 16. Juni.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Lüders.

1. Hr. Wilcken kam zunächst auf die epidaurische Inschrift zurück, die er in den Sitzungsberichten 1922 (XVIII) behandelt hat. (Ersch. später.)

Die damals von ihm vorgeschlagene Datierung des Textes auf das Jahr 302 vor Chr. wird jetzt durch ein neues Fragment, dessen Zugehörigkeit Hr. Hiller von Gaertringen nach einem von ihm aus Epidauros heimgebrachten Abklatsch erkannt hat, definitiv bestätigt, da es neben dem Antigonos den Demetrios nennt. Auch sonst fördert das neue Fragment das Verständnis des Bundesvertrages.

Darauf wandte sich Hr. Wilcken gegen die Folgerungen, die C. Cichorius in seinen »Römischen Studien« S. 375ff. aus dem Berliner Germanicus-Papyrus gezogen hat.

Die Kornspeicher, die Germanicus geöffnet hat, enthielten nicht das für Rom, sondern das für Alexandrien bestimmte Getreide.

2. Hr. von Wilamowitz-Moellendorff legte vor Heilige Gesetze, eine Urkunde aus Kyrene.

Es wird die Inschrift abgedruckt und erklärt, die von S. Ferri im Notiziario archeologico del Ministero delle colonie IV eben veröffentlicht ist. Sie enthält eine Reihe von Gesetzen, welche der delphische Gott sanktioniert hat. Die Niederschrift stammt aus dem Ende des vierten Jahrhunderts; die Gesetze gehören mindestens zum Teil in sehr viel ältere Zeit. Sie voll zu verstehen und zu verwerten, wird noch viel Arbeit kosten.

3. Hr. von Wilamowitz-Moellendorff legte das mit Unterstützung der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft und des Bayerischen Kultusministeriums herausgegebene Werk von Adolf Schulten »Numantia. Die Ergebnisse der Ausgrabungen von 1905—1912« Bd. III »Die Lager des Scipio«, Text und Tafelband (München 1927) vor;

4. ferner sein Buch »Aristophanes' Lysistrate« (Berlin 1927).

5. Das auswärtige Mitglied Hr. Branca übersandte seine Schrift »Das bisherige Ergebnis der Rieshypothesen« (Sonderabdr. 1927),

6. das korrespondierende Mitglied Hr. Stern seine Schrift »Abriß einer Geschichte der demokratischen Ideen in den letzten vier Jahrhunderten« (Zürich und Leipzig 1927) und

7. das korrespondierende Mitglied Hr. Mewaldt seine Arbeit »Die geistige Einheit Epikurs« (Halle a. S. 1927).

Digitized by Google

8. Vorgelegt wurde die 6. Lieferung des Nomenclator animalium generum et subgenerum (Berlin 1927).

9. Die Akademie hat aus ihrem Fonds 4000 ℛℳ bewilligt für eine Forschungsreise des Hrn. Prof. Dr. Martin Schmidt aus Tübingen nach den Philippineninseln.

10. Der emer. wissenschaftliche Beamte und Prof. an der Akademie Hr. Dr. Hermann Dessau hat am 10. Juni sein 50jähriges Doktorjubiläum gefeiert. Die Akademie hat ihm eine Adresse gewidmet, welche in diesem Stück abgedruckt ist.

Die Preußische Regierung hat am 31. Mai die Wahl des ordentlichen Professors an der Universität Berlin Hrn. Dr. Hans Lietzmann zum ordentlichen Mitglied der philosophisch-historischen Klasse bestätigt.

Digitized by Google

Adresse an Hrn. HERMANN DESSAU zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 10. Juni 1927.

Hochgeehrter Herr Jubilar!

Die Preußische Akademie der Wissenschaften spricht Ihnen zu Ihrem goldenen Doktorjubiläum ihre herzlichsten Glückwünsche aus. Sie können heute mit Stolz auf ein Leben voll erfolgreichster Arbeit zurückblicken. Schon in jungen Jahren von THEODOR MOMMSEN für die Mitarbeit am Corpus inscriptionum latinarum gewonnen, haben Sie Sich unvergängliche Verdienste um die Fortführung dieses großen Unternehmens erworben, als deren Hauptstütze Sie heute im Inlande wie im Auslande unbestritten gelten. Daß Sie auch nach der Lösung der amtlichen Beziehungen zur Akademie, die vor einigen Jahren durch Ihre Emeritierung erfolgte, nach wie vor dem Corpus Ihre unschätzbaren Dienste leihen, dafür möchte Ihnen die Akademie am heutigen Tage ihren ganz besonderen Dank aussprechen. Sie gedenkt auch der großen Verdienste, die Sie Sich durch Ihre ausgezeichneten Inscriptiones latinae selectae um die Ausbreitung der lateinischen epigraphischen Studien erworben haben, wie sie auch dankbar Ihrer Beteiligung an der Prosopographie der römischen Kaiserzeit gedenkt, deren Zustandekommen nicht am wenigsten Ihrer Energie verdankt wurde.

Sie haben Sich aber nicht damit begnügt, der wissenschaftlichen Forschung durch solche sammelnden und ordnenden Werke neue zuverlässige Grundlagen zu geben, sondern haben Sich in zahlreichen Aufsätzen auch an dem Aufbau der Geschichte in hervorragender Weise beteiligt. Hier sei aus der Fülle Ihrer Arbeiten nur jene eine hervorgehoben, mit der Sie im Jahre 1889 einen wahren Sturm hervorriefen, als Sie in den Scriptores historiae Augustae überraschende Beziehungen zu der valentinianisch-theodosischen Periode nachwiesen. Das war eine Entdeckung ersten Ranges, mit der für die Erforschung der jüngeren Kaiserzeit eine neue Epoche begonnen hat.

Und nun sind Sie vor kurzem, nicht lange vor Ihrem 70. Geburtstage, mit frischem Jugendmut daran gegangen, die gewaltige Aufgabe einer Geschichte der römischen Kaiserzeit, die in vier Bänden von Augustus bis auf das Konzil von Nizäa führen soll, auf Sich zu nehmen. Schon ist dem ersten stattlichen Bande ein zweiter Halbband so schnell gefolgt, daß die Hoffnung besteht, daß Ihr Plan eine glückliche Vollendung finden werde.

Digitized by Google

Die Widmung dieses Ihre Lebensarbeit zusammenfassenden Werkes hat die Akademie um so mehr mit Dank und Freude entgegengenommen, als sie sich dadurch nach Ablauf der früheren amtlichen Beziehungen durch ein neues Band mit Ihnen verbunden fühlt, und aus diesem Gefühl heraus wünscht sie Ihnen, hochgeehrter Herr Jubilar, zum heutigen Tage, daß Ihnen noch viele Jahre glücklichen Schaffens beschieden sein mögen.

Die Preußische Akademie der Wissenschaften.

Digitized by Google

Elementare Bemerkungen über die Lösungen partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischen Typus.

Von Dr. E. Hopf
in Berlin-Friedenau.

(Vorgelegt von Hrn. Schmidt am 7. April 1927 [s. oben S. 106].)

É. Picard[1], S. Bernstein[2], L. Lichtenstein[3] haben gezeigt, daß die Lösungen gewisser allgemeiner Differentialgleichungen vom elliptischen Typus Eigenschaften besitzen, welche an einen bekannten Satz über die Extrema harmonischer Funktionen erinnern. Während die genannten Autoren dabei von tiefer liegenden besonderen Darstellungen der Lösungen ausgehen, geben wir in dieser Note eine gänzlich elementare Begründung und Weiterführung jener Resultate.

I. Es sei $L(u) = \sum_{\nu,\mu=1}^{n} a_{\nu\mu} u_{x_\nu x_\mu} + \sum_{\nu=1}^{n} b_\nu u_{x_\nu}$ ein linearer partieller Differentialausdruck zweiter Ordnung von elliptischem Typus. Die $a_{\nu\mu}$ und b_ν seien stetige Funktionen des Punktes $P = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ eines n-dimensionalen Gebietes T und die quadratische Form $\sum_{\nu,\mu=1}^{n} a_{\nu\mu}(P)\lambda_\nu\lambda_\mu$ sei in T überall positiv definit.

Wir beweisen dann den

Satz. Genügt die in T mit stetigen partiellen Ableitungen zweiter Ordnung versehene Funktion $u(P)$ dort überall der Ungleichung $L(u) \geqq 0$ und ist, wenn P_0 ein fester Punkt von T ist, $u(P) \leqq u(P_0)$ überall in T, so ist in T $u(P) \equiv u(P_0)$. Dasselbe folgt, wenn $L(u) \leqq 0$, $u(P) \geqq u(P_0)$ in T ist.

Beweis: Der Durchsichtigkeit halber beschränken wir uns auf den ebenen Fall, $x_1 = x$, $x_2 = y$,

$$L(u) = Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y; \quad AC - B^2 > 0, \quad A > 0 \text{ in } T.$$

Im allgemeinen Falle verläuft der Beweis genau ebenso. Es sei also etwa

$$L(u) \geqq 0 \text{ in } T, \tag{1}$$

[1] Vgl. É. Picard, Traité d'Analyse II, 2. Aufl. Paris 1905, p. 29—30.
[2] Vgl. S. Bernstein, Math. Annalen 59 (1904), p. 69.
[3] Vgl. L. Lichtenstein, Palermo Rend. 33 (1912), p. 211; Math. Zeitschr. 20 (1924), p. 205 bis 206.

Digitized by Google

$u(P_0) = M$, sonst $u \leqq M$ in T. Wäre nun nicht $u \equiv M$, so kämen wir, wie folgt, zum Widerspruch. Es gäbe dann, wie leicht zu sehen, einen nebst Rand in T gelegenen Kreis, auf dessen Rande irgendwo, etwa in P_1,

$$u(P_1) = M \tag{2}$$

wäre, während in seinem Innern stets $u < M$ ausfiele. Ist K ein abgeschlossener, diesen Kreis in P_1 von innen berührender kleinerer Kreis — sein Radius sei R —, so wäre überall in K, ausgenommen seinen Randpunkt P_1, $u < M$. Endlich sei K_1 ein ganz in T gelegener Kreis um P_1 als Mittelpunkt und mit einem Radius R_1,

$$R_1 < R. \tag{3}$$

Der Rand von K_1 besteht nun aus dem zu K gehörigen (abgeschlossenen) Bogen S_i und dem außerhalb K liegenden Bogen S_a. Auf S_i wäre dann $u < M$, somit auch $u \leqq M - \varepsilon$ bei passendem $\varepsilon > 0$. In Summa wäre

$$u \leqq M - \varepsilon \text{ auf } S_i, \quad u \leqq M \text{ auf } S_a. \tag{4}$$

Wir wählen jetzt den Mittelpunkt von K zum Koordinatenursprung und betrachten die Funktion

$$h(P) = e^{-\alpha r^2} - e^{-\alpha R^2}; \quad r^2 = x^2 + y^2, \quad \alpha > 0.$$

Die Rechnung ergibt

$$e^{\alpha r^2} \cdot L(h) = 4\alpha^2(Ax^2 + 2Bxy + Cy^2) - 2\alpha(A + C + Dx + Ey).$$

Im Innern und auf dem Rande von K_1 ist wegen (3) stets $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 > 0$, somit auch $\geqq$ const. > 0. Wird die Zahl α groß genug angesetzt, so ist offensichtlich

$$L(h) > 0 \text{ in } K_1. \tag{5}$$

Ferner ist

$$h < 0 \text{ auf } S_a, \quad h(P_1) = 0. \tag{6}$$

Wir setzen schließlich

$$v(P) = u(P) + \delta \cdot h(P), \quad \delta > 0$$

mit so klein gewähltem δ, daß — man beachte (4)! — $v < M$ auf S_i ausfällt. Wegen (4) und (6) ist auch auf S_a $v < M$. Folglich wäre auf dem ganzen Rande von K_1 $v < M$, in seinem Mittelpunkte nach (2) und (6) $v = M$. Demnach hätte v irgendwo im Innern von K_1 sein Maximum. Dies ist aber unmöglich, da in K_1 v nach (1) und (5) der Ungleichung $L(v) > 0$ genügt; an einer Stelle, wo v ein Maximum hätte, müßte nach den Regeln der Differentialrechnung $L(v) = Av_{xx} + 2Bv_{xy} + Cv_{yy} \leqq 0$ sein[1].

---

[1] An dieser Stelle wäre $v_{xx}\lambda^2 + 2v_{xy}\lambda\mu + v_{yy}\mu^2 \leqq 0$ für beliebige λ, μ. Hier wende man etwa den algebraischen Satz an: Sind $\sum_{1,1}^{n,n} a_{ik}\lambda_i\lambda_k$ und $\sum_{1,1}^{n,n} b_{ik}\lambda_i\lambda_k$ zwei niemals negative quadratische Formen, so ist $\sum_{1,1}^{n,n} a_{ik} \cdot b_{ik} \geqq 0$. Vgl. L. Fejér, Math. Zeitschr. 1 (1918), p. 70—79. Ursprünglich finden sich Überlegungen dieser Art bei A. Paraf, Ann. de la Fac. d. Sc. d. Toulouse 6 (1892), insbes. p. 49—50.

Digitized by Google

Ist speziell $L(u) = 0$ in T, so kann, wenn u nicht konstant ist, keine der Ungleichungen $u(P) \leqq u(P_0)$, $u(P) \geqq u(P_0)$ in T gelten[1].

II. $\phi(x, y, u, p, q, r, s, t)$ sei eine für alle Punkte (x, y) eines ebenen Gebietes T und für beliebige $u, p, \cdots, t$ stetige Funktion ihrer acht Argumente. Setzt man, wie üblich, in ϕ

$$u = u(x, y), \quad p = u_x(x, y), \cdots, \quad s = u_{xy}(x, y), \quad t = u_{yy}(x, y) \tag{7}$$

ein, so ist die Gleichung $\phi = 0$ eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung für $u(x, y)$. Wir setzen voraus, daß die Funktion ϕ in der Form

$$\phi = \phi_1 r + 2\phi_2 s + \phi_3 t + \phi_4 p + \phi_5 q + \phi_0 u \tag{8}$$

darstellbar ist, wo die ϕ_ν stetige Funktionen von $x, y, u, \cdots, t$ sind. Eine derartige Darstellung wird dann im allgemeinen auf verschiedene Weise möglich sein. Eine in T reguläre, d. h. dort mit stetigen partiellen Ableitungen zweiter Ordnung versehene Lösung $u(x, y)$ von $\phi = 0$ heiße eine in T elliptische Lösung von $\phi = 0$, wenn bei passender Darstellung (8) der Funktion ϕ und nach Einsetzen von (7) in die ϕ_ν

$$\phi_1 \phi_3 - \phi_2^2 > 0, \quad \phi_1 > 0 \tag{8a}$$

überall in T ausfällt.

Erhält man nach Einsetzen von (7) etwa $\phi_1 = A(x, y)$, $\phi_2 = B(x, y)$, $\cdots$, $\phi_6 = F(x, y)$, so ist die in T elliptische Lösung von $\phi = 0$ auch eine in T reguläre Lösung der linearen Differentialgleichung

$$L(u) + Fu = Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = 0; \qquad AC - B^2 > 0, \; A > 0 \tag{9}$$

vom elliptischen Typus mit in T stetigen Koeffizienten.

Wir beweisen dann unter den obigen Voraussetzungen die folgenden Sätze:

Satz 1. Ist für eine in T elliptische Lösung u von $\phi = 0$ nach Einsetzen von (7) $\phi_6 = 0$ überall in T, so erreicht sie, wenn sie keine Konstante ist, nirgends in T ihre obere oder untere Grenze.

Satz 2. Ist für eine in T elliptische Lösung u von $\phi = 0$ nach Einsetzen von (7) $\phi_6 \leqq 0$ in T, so hat u in keinem Punkte von T ein positives Maximum oder negatives Minimum, es sei denn, daß u in der Umgebung eines solchen Punktes konstant ist.

Satz 3. Eine in T elliptische Lösung von $\phi = 0$ kann an einer Stelle, wo sie verschwindet, kein Extremum haben, es sei denn, daß sie in der Umgebung dieser Stelle identisch verschwindet.

Nach dem oben Gesagten können wir uns beim Beweise auf Lösungen einer linearen Differentialgleichung (9) beschränken.

Satz 1. folgt unmittelbar aus dem Hilfssatze.

---

[1] Übrigens bleiben die obigen Überlegungen unverändert, wenn man nur Beschränktheit der $A, B, \cdots\cdots, E$ voraussetzt. Dann muß aber das Bestehen einer Ungleichung $A\lambda^2 + 2B\lambda\mu + C\mu^2 \geqq \text{const}\,(\lambda^2 + \mu^2) > 0$ für alle λ, μ und überall in T gefordert werden.

Digitized by Google

Beweis von Satz 2.: Hat u im Punkte P_0 von T etwa ein positives Maximum, so ist in einem passenden Kreise K_0 um P_0 als Mittelpunkt $0 < u \leqq u(P_0)$, somit nach (9) $L(u) = -Fu \geqq 0$. Unser Hilfssatz, angewandt auf den Kreis K_0, lehrt unmittelbar, daß dann $u \equiv u(P_0)$ in K_0 sein muß.

Beweis von Satz 3.: Es sei $u(P_0) = 0$ und etwa $u(P) \leqq 0$ in einem Kreise K_0 um P_0 als Mittelpunkt. Wir setzen dann $u(x, y) = e^{\alpha x} \cdot v(x, y)$. v ist dann eine in T reguläre Lösung einer Gleichung

$$L(u) + Fu = e^{\alpha x}(L^*(v) + F^*v) = 0; \quad L^*(v) = Av_{xx} + 2Bv_{xy} + Cv_{yy} + D^*v_x + E^*v_y$$

mit stetigen Koeffizienten. Dabei ist $F^* = e^{-\alpha x}(L(e^{\alpha x}) + Fe^{\alpha x}) = \alpha^2 A + \alpha D + F$. Wird die Zahl α genügend groß gewählt, so ist in K_0 offenbar $F^* > 0$. Nun ist $v(P_0) = 0$, $v \leqq 0$ in K_0, somit $L^*(v) = -F^*v \geqq 0$. Nach dem Hilfssatze ist dann $v \equiv 0$, also $u \equiv 0$ in K_0.

III. Wir gehen zum Schluß noch auf engere Voraussetzungen ein, unter denen die allgemeinen Voraussetzungen des vorigen Abschnitts stets erfüllt sind. Die obigen Benennungen beibehaltend, setzen wir voraus

a) die Null ist in T eine Lösung der Differentialgleichung $\phi = 0$;

b) ϕ besitzt partielle Ableitungen $\phi_u, \phi_p, \cdots, \phi_s, \phi_t$, die für alle in Betracht kommenden Werte von $x, \cdots, t$ stetige Funktionen sind;

c) es ist $4\phi_r\phi_t - \phi_s^2 > 0$, $\phi_r > 0$ an jeder Stelle $(x, y, u, 0, 0, r, s, t)$. (x, y) in T.

Wir schreiben dann

$$\begin{aligned}\phi = {} & \phi(x, y, u, p, q, r, s, t) - \phi(x, y, u, 0, q, r, s, t) \\ & + \phi(x, y, u, 0, 0, r, s, t) - \phi(x, y, u, 0, 0, 0, 0, 0) \\ & + \phi(x, y, u, 0, 0, 0, 0, 0) - \phi(x, y, 0, 0, 0, 0, 0, 0)\end{aligned}$$

und wenden auf jede dieser drei Differenzen eine bekannte Formel der Analysis an[1]. Wir erhalten dann ϕ in der Gestalt (8), wobei

$$\left.\begin{aligned}\phi_1 &= \int_0^1 \phi_r(x, y, u, 0, 0, \xi r, \xi s, \xi t)\, d\xi, \\ 2\phi_2 &= \int_0^1 \phi_s(x, y, u, 0, 0, \xi r, \xi s, \xi t)\, d\xi, \\ \phi_3 &= \int_0^1 \phi_t(x, y, u, 0, 0, \xi r, \xi s, \xi t)\, d\xi, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \phi_6 &= \int_0^1 \phi_u(x, y, \xi u, 0, 0, 0, 0, 0)\, d\xi\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

[1] Besitzt $f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ an allen in Betracht kommenden Stellen stetige partielle Ableitungen erster Ordnung, so ist

$$f(x_1, x_2, \cdots, x_n) - f(0, 0, \cdots, 0) = x_1 \cdot \int_0^1 f_{x_1}(\xi x_1, \xi x_2, \cdots, \xi x_n)\, d\xi + \cdots$$

$$\cdots + x_n \cdot \int_0^1 f_{x_n}(\xi x_1, \xi x_2, \cdots, \xi x_n)\, d\xi.$$

Digitized by Google

ist. Nach c) ist die quadratische Form $\phi_r\lambda^2 + \phi_s\lambda\mu + \phi_t\mu^2$ stets positiv definit, nach den ersten drei Formeln (10) also auch die Form $\phi_r\lambda^2 + 2\phi_2\lambda\mu + \phi_3\mu^2$. Somit ist die Bedingung (8a) stets erfüllt. Jede in T reguläre Lösung von $\phi = 0$ ist dann eine in T elliptische Lösung. Unter diesen Voraussetzungen gilt

Satz 1′. Ist jede Konstante in T Lösung der Differentialgleichung $\phi = 0$, so besitzt eine beliebige in T reguläre Lösung dieser Gleichung die in Satz 1. angegebene Eigenschaft.

Satz 2′. Ist überall in T für jeden Wert von u $\phi_u(x, y, u, 0, 0, 0, 0, 0) \leqq 0$[1], so gilt für jede in T reguläre Lösung der Gleichung $\phi = 0$ die Aussage des Satzes 2.

Zu Satz 1′: Ist jede Konstante Lösung, so ist nach (10) $\phi_6 \equiv 0$ in T.

Zu Satz 2′: Nach (10) ist dann stets $\phi_6 \leqq 0$.

Ersetzen wir die Voraussetzung c) durch die etwas weitere:

c) Es ist $4\phi_r\phi_t - \phi_s^2 > 0$, $\phi_r > 0$ an jeder Stelle $(x, y, 0, 0, 0, r, s, t)$, (x, y) in T, so setzen wir diesmal

$$\begin{aligned}\phi = {} & \phi(x, y, u, p, q, r, s, t) - \phi(x, y, u, 0, 0, r, s, t) \\ & + \phi(x, y, u, 0, 0, r, s, t) - \phi(x, y, 0, 0, 0, r, s, t) \\ & + \phi(x, y, 0, 0, 0, r, s, t) - \phi(x, y, 0, 0, 0, 0, 0, 0).\end{aligned}$$

Nach obigem Muster folgt, daß jede in T reguläre Lösung von $\phi = 0$ von elliptischem Charakter ist. Es gilt dann unter diesen Voraussetzungen

Satz 3′. Jede in T reguläre Lösung der Gleichung $\phi = 0$ besitzt die in Satz 3. angegebene Eigenschaft.

Insbesondere gelten diese Sätze, wenn die Differentialgleichung $\phi = 0$ schlechthin vom elliptischen Typus ist, d. h. wenn die Bedingung c) für alle Werte von $x, y, u, p, \cdots, t$, (x, y) in T, erfüllt ist. Läßt man die durchgängig gemachte Voraussetzung, daß die Null eine Lösung ist, fallen, so sind die obigen Sätze nicht mehr richtig, sie gelten dann jedoch für die Differenz irgend zweier regulärer Lösungen von $\phi = 0$; denn sind v und w irgend zwei derartige Lösungen in T, so setze man $u = v - w$, $u_x = p$, $u_y = q$, $\cdots$, $u_{yy} = t$,

$$\begin{aligned}\Psi(x, y, u, p, \cdots, t) = {} & \phi(x, y, u + w(x, y), \quad p + w_x(x, y), \cdots, \quad t + w_{yy}(x, y)) \\ & - \phi(x, y, w(x, y), \; w_x(x, y), \cdots, \; w_{yy}(x, y)).\end{aligned}$$

$u(x, y)$ ist dann eine in T reguläre Lösung der Gleichung $\Psi = 0$, wobei die Funktion Ψ wieder unter die obigen Betrachtungen fällt. Satz 2′. enthält dann

---

[1] Allgemeiner kann man wegen $u\phi_6 = \phi(x, y, u, 0, 0, 0, 0, 0)$ voraussetzen, daß

$$\frac{1}{u}\phi(x, y, u, 0, 0, 0, 0, 0) \leqq 0$$

ist.

Digitized by Google

speziell einen bekannten Unitätssatz[1]; Satz 3′. besagt, daß irgend zwei Lösungsflächen sich nirgends berühren[2] können, ohne in der Umgebung des Berührungspunktes zusammenzufallen.

Übrigens übertragen sich obige Überlegungen mit Leichtigkeit in völlig entsprechender Weise auf den Fall von mehr als zwei unabhängigen Variablen.

[1] Ist für alle Werte der acht Variablen $\phi_u \leqq 0$, so folgt aus der Gleichheit zweier in T regulärer Lösungen auf dem Rande von T ihre Identität in T. Dieser Satz spielt in den Untersuchungen von S. Bernstein über die erste Randwertaufgabe bei der Gleichung $\phi = 0$ eine wichtige Rolle. Vgl. den Bericht von L. Lichtenstein in d. Enzykl. d. Math. Wissensch. Bd. II 3, Heft 8. insbesondere p. 1328—1329.

[2] Es ist hier eine in der Umgebung des Berührungspunktes einseitige Berührung gemeint.

Ausgegeben am 3. August.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XX. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 23. Juni.

Vorsitzender Sekretar: Hr. PLANCK.

* Hr. JOHNSEN sprach über farbige Mineralien.

Er entwickelte eine Hypothese über den Nachweis von Molekeln und Radikalen innerhalb röntgenometrisch ermittelter Kristallstrukturen. Ferner wurden die Ergebnisse der Bestimmung von Brechungsindizes gefärbter Diamanten im sichtbaren Spektrum mitgeteilt.

Ausgegeben am 3. August.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXI. Gesamtsitzung. 7. Juli.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Lüders.

*1. Hr. Schlenk sprach über Stereochemische Ergebnisse aus dem Studium alkaliorganischer Verbindungen.

1. Bei der Addition von Alkalimetall an solche Systeme von C.C-Doppelbindungen, welche Möglichkeit zur Bildung von cis-trans-Isomeren bieten, erfolgt die Addition des Metalls in anderer Stellung als die Addition von H-Atomen. Hydrolysiert man die betreffenden Alkaliverbindungen, so erhält man nämlich Isomere derjenigen Kohlenwasserstoffe, welche durch Hydrierung nach den gebräuchlichen Methoden gewonnen werden.

2. Aus dem Umstand, daß 1, 3, 3-Triphenylinden auf dem Weg über die Natriumverbindung ein vom bekannten 1, 3, 3-Triphenyldihydroinden verschiedenes 1, 3, 3-Triphenyldihydroinden liefert, ist zu schließen, daß im System des Indens die beiden Ringe nicht in einer Ebene liegen. Der Beweis dafür wurde durch Isolierung von optisch aktivem 1, 2-Diphenylindon erbracht.

3. Daß auch im System des Anthrazens Ringneigung besteht, ergibt sich aus der Auffindung eines 9-Phenyl-9, 10-dihydroanthrazens, welche mit dem bisher bekannten 9-Phenyl-9, 10-dihydroanthrazen isomer ist. Auch beim Fluoren ist aus der Existenz gewisser Isomerer auf Ringneigung zu schließen.

4. Es konnte ein zum gelben (bekannten) 9, 10-Diphenylanthrazen isomeres farbloses 9, 10-Diphenylanthrazen dargestellt werden. Offenbar besteht Valenzisomerie in dem Sinne, daß die gelbe Form orthochinoid ist, während die farblose Form eine Mesobindung enthält.

2. Hr. Petersen überreichte »Deutsche Reden von Gustav Roethe« (Leipzig [1927]).

3. Hr. Kehr legte den Bericht über die Herausgabe der Monumenta Germaniae Historica 1926 vor.

4. Dem University College in London hat die Akademie anläßlich seiner Zentenarfeier am 20. Juni 1927 eine Adresse überreicht, welche in diesem Stück abgedruckt ist.

Die Akademie hat das korrespondierende Mitglied ihrer philosophisch-historischen Klasse Hrn. Vilhelm Thomsen in Kopenhagen am 12. Mai 1927 durch den Tod verloren.

Digitized by Google

Academia Scientiarum Borussica Collegis Londinensibus S.P.D.

Festum sollemnitatis centenariae diem acturi, collegae honestissimi, nos quoque, utpote communi vobiscum studiorum vinculo coniunctos, in partes vocavistis celebrandi. Cuius honoris gratias vobis persolvimus ex animi sententia. Quod utinam ne verbis quamvis sinceris praestare, sed quo maxime inclinabat voluntas nostra, praesentibus vobis potuissemus congratulari praesentes. Iam vero per hanc epistulam vota misimus, faustis vos die festo ominibus prosecuturi. Floreas, collegium nobilitate insigne, cape laeta augescendi incrementa, persta-id quod per viginti abhinc lustra gloriose praestitisti-esse humanitatis optimarumque artium in anglia mater ac nutrix.

Dabamus Berolini, die XX. mensis Iunii A. S. MCMXXVII.

Ausgegeben am 3. August.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Digitized by Google

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXII. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 14. Juli.

Vorsitzender Sekretar: Hr. PLANCK.

*1. Hr. KEIBEL berichtete über die Entwicklung des Vorderdarmes beim Bachneunauge (*Lampetra* [*Petromyzon*] *planeri*).

Der kaudale Teil des Vorderdarmes legt sich schon bei der Larve an, KEIBEL nennt ihn daher den larvalen Teil des Vorderdarmes; der apikale Teil entsteht erst während der Metamorphose, und KEIBEL nennt ihn den imaginalen Teil des Vorderdarmes. Die Anlage dieses Teiles ist entsprechend den Kiementaschen segmentiert und entsteht aus Epithel und Mesenchym der »dorsalen Leiste« der Autoren. Eine ausführliche Darstellung ist soeben in der Zeitschrift für mikroskopisch-anatomische Forschung Bd. 8 erschienen.

2. Hr. SCHUR legte eine Arbeit von Hrn. Prof. Dr. G. PÓLYA in Zürich vor: Elementarer Beweis einer Thetaformel.

Eine der Grundformeln für die Transformation der JACOBIschen Thetafunktionen läßt sich, wie der Verfasser zeigt, aus einer elementaren algebraischen Identität durch Grenzübergang ableiten.

3. Hr. ENGLER überreichte das Werk »Beiträge zur Flora von Papuasien. XIV«, hrsg. von C. LAUTERBACH (Leipzig 1927).

4. Vorgelegt wurde der 6. Band der I. Abteilung der »Geschichte des Fixsternhimmels« (Karlsruhe 1927).

Digitized by Google

Elementarer Beweis einer Thetaformel.

Von Prof. Dr. G. Pólya
in Zürich.

(Vorgelegt von Hrn. Schur.)

Es handelt sich um die Formel

$$(1) \qquad \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} e^{\nu x - t\nu^2} = \sqrt{\frac{\pi}{t}} \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} e^{\frac{(x+2\pi i\nu)^2}{4t}}.$$

Formel (1) kann auf viele Arten bewiesen werden, z. B. 1. mit Hilfe der Fourierschen Reihe, 2. mit Residuenrechnung, 3. aus der Theorie der elliptischen Funktionen und 4. aus der Funktionalgleichung der ζ-Funktion, indem der zweite Riemannsche Weg zur Herleitung dieser Funktionalgleichung rückwärts durchlaufen wird. Ich gebe im folgenden einen von allen genannten wesentlich verschiedenen elementar-rechnerischen Beweis, der, von einer algebraischen Identität ausgehend, mit Hilfe der Wallisschen Formel und der Exponentialreihe zum Ziel gelangt.

1. Der Beweis stützt sich auf die beiden Grenzwertsätze:

$$(2) \qquad \text{Aus } \lim_{n\to\infty} x_n = x \text{ folgt } \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x_n}{n}\right)^n = e^x.$$

$$(3) \qquad \text{Aus } \lim_{n\to\infty} \frac{r}{\sqrt{n}} = x \text{ folgt } \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^{2n}}\binom{2n}{n+r} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2},$$

(n und r sind ganzzahlig, $n>0$, $n+r\geq 0$).

(2) ist genügend bekannt. (3) ist Spezialfall einer Formel, die in der Wahrscheinlichkeitsrechnung bewiesen zu werden pflegt[1]. Ich will (3) hier genauer besprechen. Wenn $r=0$ ist, reduziert sich (3) auf die Wallissche Formel:

$$(4) \qquad \frac{\sqrt{n}}{2^{2n}}\binom{2n}{n} = \sqrt{n}\,\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n} \to \frac{1}{\sqrt{\pi}}.$$

Es ist $2^{n-1}\leq n!$ für $n=1, 2, 3, \cdots$, und folglich für $0\leq x<1$

$$e^{2x} = 1+\frac{2x}{1!}+\frac{4x^2}{2!}+\frac{8x^3}{3!}+\cdots \leq 1+2x+2x^2+2x^3+\cdots = \frac{1+x}{1-x}.$$

[1] Vgl. z. B. C. Jordan, Cours d'Analyse, Bd. 2 (3. Auflage, 1913) S. 218—220.

Digitized by Google

Ferner ist für $0 \leqq x \leqq \frac{1}{7}$

$$\frac{1+x}{1-x} = 1 + 2x + 2x^2 + \frac{2x^3}{1-x} \leqq 1 + 2x + 2x^2 + \frac{7x^3}{3} \leqq e^{2x+x^3},$$

also schließlich für $0 \leqq x \leqq \frac{1}{7}$

$$e^{-2x-x^3} \leqq \frac{1-x}{1+x} \leqq e^{-2x}. \tag{5}$$

Es genügt (3), wegen der Symmetrie der Binomialkoeffizienten, für $r \geqq 0$ zu beweisen. Dann ist

$$\frac{\sqrt{n}}{2^{2n}}\binom{2n}{n+r} = \frac{\sqrt{n}}{2^{2n}}\binom{2n}{n}\frac{n}{n+r}\cdot\frac{1-\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}}\cdot\frac{1-\frac{2}{n}}{1+\frac{2}{n}}\cdots\frac{1-\frac{r-1}{n}}{1+\frac{r-1}{n}} \tag{6}$$

$$\leqq \frac{\sqrt{n}}{2^{2n}}\binom{2n}{n} e^{-\frac{r(r-1)}{n}} \to \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2};$$

es ist die obere Abschätzung in (5) und nachher (4) verwendet worden. Die Benutzung der unteren Abschätzung in (5) liefert ein zu (6) analoges Resultat, das wegen $r^4 n^{-3} \to 0$ den Beweis von (3) vervollständigt.

2. Ich gehe von der Identität

$$\left(\sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt{z}}\right)^{2m} = \sum_{\nu=-m}^{m}\binom{2m}{m+\nu} z^\nu \tag{7}$$

aus. Es sei $\omega = e^{\frac{2\pi i}{l}}$ eine l-te Einheitswurzel. Aus (7) folgt

$$\sum_{-\frac{1}{2}l \leqq \nu < \frac{1}{2}l}\left(\sqrt{z\omega^\nu} + \frac{1}{\sqrt{z\omega^\nu}}\right)^{2m} = l \sum_{\nu=-\left[\frac{m}{l}\right]}^{\left[\frac{m}{l}\right]}\binom{2m}{m+l\nu} z^{l\nu}. \tag{8}$$

Es seien nun s und t fest gewählt, s beliebig komplex, t reell und positiv. Ich setze in (8)

$$l = [\sqrt{mt}], \quad z = e^{\frac{s}{l}}$$

und erhalte nach Division mit 2^{2m}

$$\sum_{-\frac{1}{2}l \leqq \nu < \frac{1}{2}l}\left\{\frac{1}{2}\left(e^{\frac{s+2\pi i\nu}{2l}} + e^{-\frac{s+2\pi i\nu}{2l}}\right)\right\}^{2m} \tag{9}$$

$$= \sum_{-\frac{1}{2}l \leqq \nu < \frac{1}{2}l}\left\{1 + \frac{(s+2\pi i\nu)^2}{8l^2} + \cdots\right\}^{8l^2 \cdot m/4l^2} = \sum_{\nu=-\left[\frac{m}{l}\right]}^{\left[\frac{m}{l}\right]} \frac{[\sqrt{tm}]}{2^{2m}}\binom{2m}{m+[\sqrt{tm}]\nu} e^{s\nu}.$$

Digitized by Google

Man wende in der zweiten Zeile der Formel (9) links (2) und rechts (3) an. Es ergibt sich für $m \to \infty$, wenn man den Grenzübergang gliedweise durchführt,

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{(s+2\pi i\nu)^2}{4t}} = \sum_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{t}{\pi}}\, e^{-t\nu^2+s\nu},$$

also die Formel (1) für positives t und beliebiges s.

3. Man darf bekanntlich den Grenzübergang $m \to \infty$ gliedweise durchführen, wenn man für die Reihe eine von m unabhängige konvergente Majorante angeben kann. Für die rechte Seite der zweiten Zeile von (9) liefert ersichtlicherweise (6) eine solche Majorante. Um die linke Seite zu behandeln, braucht man den folgenden

Hilfssatz. Zu zwei gegebenen Konstanten a, b, wobei $a > 0$, $0 < b < \pi$ ist, kann man zwei andere A, B finden, so beschaffen, daß $A > 0$, $B > 0$ und

$$\left|\frac{1}{2}(e^z + e^{-z})\right| \leqq e^{Ax^2 - By^2} \tag{10}$$

für $z = x + iy$ (x, y reell), $-a \leqq x \leqq a$, $-b \leqq y < b$ gilt.

Zum Beweis beachte man, daß

$$\left|\frac{1}{2}(e^z + e^{-z})\right|^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2ix) - \sin^2 y \tag{11}$$

ist. Nun ist einerseits für $-a \leqq x \leqq a$

$$\frac{1}{2}(1 + \cos 2ix) < 1 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n a^{2n-2} x^2}{2n!} = 1 + 2Ax^2. \tag{12}$$

Andererseits ist, wie bekannt, $y^{-1}\sin y$ abnehmend für $0 < y < \pi$, folglich für $-b \leqq y \leqq b$

$$\frac{\sin y}{y} \geqq \frac{\sin b}{b} = \sqrt{2B} > 0. \tag{13}$$

Es folgt aus (11), (12), (13)

$$\left|\frac{1}{2}(e^z + e^{-z})\right|^2 \leqq 1 + 2Ax^2 - 2By^2 \leqq e^{2Ax^2 - 2By^2},$$

also der Hilfssatz. (Für irgendeine analytische Funktion besteht in einer gewissen Umgebung einer Nullstelle der Ableitung eine zu (10) analoge Ungleichung.)

In der ersten Zeile von (9) ist

$$\left|\frac{\pi\nu}{l}\right| \leqq \frac{\pi}{2}.$$

Digitized by Google

Wenn s als reell vorausgesetzt ist, wird die Summe in der ersten Zeile von (9), gemäß dem Hilfssatz $\left(b = \frac{\pi}{2}\right)$, durch

$$\sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} e^{\frac{As^2m}{2l^2} - \frac{B\pi^2\nu^2 2m}{l^2}}$$

majoriert. Letztere Reihe ist leicht durch eine m-freie zu majorieren und der Fall, in dem s nicht reell ausfällt, ist ähnlich zu behandeln.

Ausgegeben am 31. Oktober.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXIII. Gesamtsitzung. 21. Juli.

Vorsitzender Sekretar: i. V. Hr. Planck.

1. Hr. Wiegand berichtete über die im Frühjahr d. J. mit Hilfe der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft wiederaufgenommenen Ausgrabungen in Pergamon. (Abh.)

Auf der Hochfläche der Burg wurden fünf große Arsenal- und Magazinbauten für militärische Zwecke freigelegt, deren Fundamente verschiedene Systeme der Entlüftung zeigen. Das Alter der Bauten wurde inschriftlich auf das Ende des dritten Jahrhunderts v. Chr. festgestellt. Außerhalb der Arsenale fanden sich etwa 900 Steinkugeln für Abwehrgeschütze; die Größe der Kugeln bewegt sich zwischen 40 und 14 cm Durchmesser. Das Höchstgewicht beträgt 76 kg (drei Talente), das Mindestgewicht 6 kg. Die Anlagen entsprechen den von dem hellenistischen Kriegsschriftsteller Philo von Byzanz gegebenen Vorschriften und zeigen, daß die von den Römern später vielfach gebauten granaria und horrea (Getreidespeicher) auf hellenistische Vorbilder zurückgehen. — Das zweite Ausgrabungsobjekt dieses Jahres ist eine etwa 50 m lange und 40 m breite palastähnliche Anlage der Königszeit mit großem Innenperistyl (18 : 18 m) und Kultraum an der Nordseite. Der Bau liegt nordöstlich unweit des großen Altars. Die Freilegung ist noch nicht beendet, der Inhaber des Heiligtums inschriftlich noch nicht bestimmt. Die Arbeiten werden im nächsten Jahre weitergeführt.

*2. Hr. Wagner zeigte im Anschluß an die frühere Mitteilung vom 16. Dezember 1926 über die Ausbreitung kurzer elektrischer Wellen rund um die Erde oszillographische Kurven von Empfangszeichen, die von der Transradio A. G. in Geltow kürzlich aufgenommen worden sind.

Beim Empfang der von dem Sender SPU in Rio de Janeiro ($\lambda = 15.66$ m) ausgesandten Zeichen sind 2 bis 3 Stunden vor Mitternacht Wiederholungen des ersten Zeichens nach 0.1375 sec und 0.275 sec beobachtet worden entsprechend einem und zwei vollen Umläufen der elektrischen Welle um die Erde. Ähnliche Mehrfachzeichen sind auch von anderen Kurzwellensendern empfangen worden, z. B. von WIK in Rocky Point bei New York ($\lambda = 21.45$ m).

Die verhältnismäßig geringe Schwächung der Zeichen bei vollständiger Umkreisung der Erde lehrt, daß die kurzen Wellen in der oberen Atmosphärenschicht sich als wohldefinierte Strahlen ausbreiten, die nur wenig absorbiert und zerstreut werden.

Die Höhe der Schicht läßt sich zur Zeit noch nicht berechnen, da die Gruppengeschwindigkeit der Zeichen von dem Brechungsindex abhängt, über den nichts Zuverlässiges bekannt ist.

3. Hr. Hellmann überreichte eine Abhandlung über Die Entwicklung der meteorologischen Beobachtungen bis zum Ende des XVIII. Jahrhunderts. (Abh.)

Am Ende des XVII. Jahrhunderts gab es instrumentelle meteorologische Beobachtungen aus fünf europäischen Ländern, nämlich aus Italien (erste Beob. Florenz 1654), Frankreich (Paris 1658), England (London 1666), Deutschland (Kiel 1679) und Holland (Leiden 1694). Am Ende des XVIII. Jahrhunderts konnten alle europäischen Länder, mit Ausnahme der Balkanstaaten, solche Beobachtungen aufweisen. Außerhalb Europas liegen frühe Beobachtungen vor aus Afrika (1682), Asien (1698), Amerika (1730). Aus Australien fehlen sie bis zum Jahre 1800 noch ganz.

Digitized by Google

4. Das korrespondierende Mitglied Hr. Paul Koebe in Leipzig übersandte eine Arbeit über »Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen«. (Erste Mitteilung.)

Inhalt: I. Zweidimensionale topologische Mannigfaltigkeiten. II. Riemannsche Mannigfaltigkeiten. III. Das Problem des absoluten Längenmaßes in Riemannschen Mannigfaltigkeiten: Nichteuklidische Raumformen.

5. Das auswärtige Mitglied Hr. Constantin Carathéodory in München übersandte sein Werk »Vorlesungen über reelle Funktionen«, 2. Aufl. (Leipzig und Berlin 1927).

6. Hr. Wagner überreichte das von ihm herausgegebene Buch »Die wissenschaftlichen Grundlagen des Rundfunkempfangs« (Berlin 1927).

Die Akademie hat den ordentlichen Professor an der Universität Oslo Hrn. Fridtjof Nansen und den ordentlichen Professor an der Universität Hamburg Hrn. Dr. Hans Winkler zu korrespondierenden Mitgliedern ihrer physikalisch-mathematischen Klasse gewählt.

Die Akademie hat das korrespondierende Mitglied ihrer philosophisch-historischen Klasse Hrn. Prof. Dr. Karl Robert Wenck in Marburg am 8. Juli durch den Tod verloren.

Digitized by Google

Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen

(Erste Mitteilung).

Von Paul Koebe
in Leipzig.

Inhaltsübersicht.

I. Zweidimensionale topologische Mannigfaltigkeiten.
II. Riemannsche Mannigfaltigkeiten.
III. Das Problem des absoluten Längenmaßes in Riemannschen Mannigfaltigkeiten. Nichteuklidische Raumformen.

Neben den einfach zusammenhängenden zweidimensionalen zweiseitigen Raumformen, nämlich der euklidischen Ebene (parabolischer Raum), der Lobatschewskyschen Ebene (hyperbolischer Raum), der Riemannschen Kugelfläche (sphärischer Raum) existieren unendlich viele mehrfach zusammenhängende Raumformen, die im Sinne der Topologie zweiseitig oder einseitig[1] sein können. So hat Klein zuerst auf die Existenz des »elliptischen« Raumes hingewiesen, der aus dem genannten sphärischen Raume durch diametrale Punktepaarung der Kugel entsteht und vermöge einer stereographischen Projektion unmittelbar in die projektive Ebene übergeführt werden kann. Weiter hat Clifford zuerst (1873) eine geschlossene zweiseitige Raumform vom Geschlecht 1 durch eine besondere Interpretation am einschaligen Hyperboloid aufgestellt und eine Abbildung derselben auf ein ränderbezogenes ebenes Parallelogramm (Rhombus) vorgenommen. Im Anschluß hieran hat dann Klein in seiner Abhandlung »Zur nichteuklidischen Geometrie« (Math. Ann. Bd. 37, Gesammelte Abhandlungen Bd. 1[2]) eine allgemeine Idee mehrfach zusammenhängender zweidimensionaler Raumformen im Zusammenhang mit den Fundamentalpolygonen der eigentlich diskontinuierlichen Gruppen des »parabolischen« oder »hyperbolischen« Raumes skizziert. Während für die einfach zusammenhängenden drei Raumformen ∞^3 starre (längentreue) Bewegungen des betreffenden Raumes als Ganzes in sich existieren, muß bei den mehrfach zusammenhängenden Raumformen an Stelle dieser Eigenschaft die lokale starre Beweglichkeit (erweitertes Riemann-Helmholtzsches Postulat) genügend klein gewählter Teilbereiche innerhalb des betreffenden Raumes treten.

[1] »Zweiseitig« ≡ »orientierbar«, »einseitig« ≡ »nichtorientierbar«.

[2] Man lese auch Kleins Gutachten zur ersten Verteilung des Lobatschewsky-Preises (1897, abgedruckt in Bd. 1 der Ges. Abh.).

Digitized by Google

Bezüglich der Art und Weise meiner vorzutragenden Begründung sei hervorgehoben die Voranstellung des Winkelbegriffs vor den Längenbegriff. Eine winkelbestimmte, zweidimensionale, zweiseitige oder einseitige, geschlossene oder offene, endlich-vielfach oder unendlich-vielfach zusammenhängende Mannigfaltigkeit wird hier als eine RIEMANNsche Mannigfaltigkeit bezeichnet.

Zu einer solchen Mannigfaltigkeit gehört, bei Ausschluß des eine gewisse Sonderstellung einnehmenden »parabolischen« und »sphärischen« Raumes, stets ein invariantes und immanent normierbares absolutes Linienelement $d\sigma$, das charakteristischen geometrischen Bedingungen genügt und dessen Existenz aus dem zentralen Uniformisierungstheorem (Grenzkreisuniformisierung) gefolgert wird. Die absolut gemessene RIEMANNsche Mannigfaltigkeit bezeichnen wir nunmehr als eine nichteuklidische Raumform.

Dem Ganzen wird eine Untersuchung der topologischen zweidimensionalen Mannigfaltigkeiten vorausgeschickt, wobei von vornherein die einseitigen Mannigfaltigkeiten und die Mannigfaltigkeiten unendlich hoher Zusammenhangsordnung zu voller Mitberücksichtigung gelangen. Die Topologie der endlich-vielfach zusammenhängenden Mannigfaltigkeiten ist lange bekannt. Wir werden insbesondere auf die bezüglichen Entwicklungen von W. v. DYCK hinzuweisen Veranlassung haben. Unsere Darstellung wird dabei so geführt, daß wir grundsätzlich an den allgemein geläufigen Satz anknüpfen: eine zweiseitige geschlossene Mannigfaltigkeit kann durch p Rückkehrschnitte schlichtartig gemacht werden und dann auf einen von $2p$ paarweise aufeinander bezogenen Randkurven begrenzten schlichten Bereich übertragen werden; diese Zahl p ist unabhängig von der Art der Aufschneidung. Dieser Auffassung entsprechend wird hier bei einseitigen Mannigfaltigkeiten M der Übergang zur zugehörenden zweiseitigen zweiblättrigen, von relativen Windungspunkten freien Überlagerungsmannigfaltigkeit $\widetilde{M}$ von besonderem Interesse. Bei den Mannigfaltigkeiten unendlich hoher Zusammenhangsordnung kommt es darauf an, deren Struktur durch Modellflächen darzustellen, die baumartig aus Elementarflächen zusammengesetzt sind. Diese mir seit langem bekannte unveröffentlicht gebliebene Auffassung habe ich zum ersten Male gelegentlich der Leipziger Naturforschertagung (1922) im Zusammenhange einer Diskussion öffentlich mitgeteilt; vgl. darüber eine Notiz in »Kerekjartos« Topologie (Springer, Berlin), ferner die unten genannte Abhandlung 3 sowie »Urmanuskript«.

Von eigenen Publikationen habe ich zu nennen:

1. Diskussion im Anschluß an den Vortrag von D. HILBERT »Begründung der elementaren Strahlungstheorie«, Phys. Zeitschr. 13. Jahrgang S. 1064 (1912).
2. »Das Uniformisierungstheorem und seine Bedeutung für Funktionentheorie und nichteuklidische Geometrie«, Annali di matematica Ser. 3, Bd. 21 (LAGRANGE-Band), S. 57—64 (1913).
3. »Allgemeine Theorie der RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten. (Konforme Abbildung und Uniformisierung)«, Preisschrift. Acta math. Bd. 50, S. 27—157, 1927. (Das Urmanuskript von 1917 liegt im Mathematischen Institut MITTAG-LEFFLER zu Djursholm.)

Digitized by Google

I. Zweidimensionale topologische Mannigfaltigkeiten.

1. Wir denken uns ein System Σ von endlich oder abzählbar unendlich vielen gewöhnlichen Dreiecksflächen in einer Ebene gegeben, deren Seiten durch stetige eineindeutige Transformationen paarweise aufeinander bezogen sind, und zwar so, daß immer nur endlich viele den Dreiecken angehörende Eckenzipfel zu einem Eckenzyklus verbunden werden und daß es möglich ist, die durch einen solchen Eckenzyklus zusammengehaltenen Dreiecke durch stetige eineindeutige Hilfstransformationen auf einen schlichten Dreiecksstern (Fig. 1) zu übertragen, der die schlichte Umgebung eines Punktes O vollständig und einfach bedeckt, wobei im gegebenen Eckenzyklus zugeordnete Randpunkte nunmehr als identische Punkte erscheinen. Durch die besonderen ausgesprochenen Bedingungen wird den Eckpunkten und Randpunkten der Dreiecksflächen des gegebenen Systems ihre Sonderstellung genommen, und wir erklären nunmehr, indem wir zugeordnete Seitenpunkte sowie im Zyklus vereinigte Eckpunkte als einen »Punkt« ansehen, eine solcherweise durch Σ gelieferte zusammenhängend angenommene »Punktmannigfaltigkeit« als eine zweidimensionale topologische Bezugsmannigfaltigkeit. Eine Mannigfaltigkeit von Dingen (»Punkten«), die in eineindeutige Beziehung zu den Punkten einer topologischen Bezugsmannigfaltigkeit gesetzt ist, heißt insofern eine zweidimensionale topologische Mannigfaltigkeit. Eine solche Mannigfaltigkeit besteht ebenso wie jede Bezugsmannigfaltigkeit definitionsgemäß nur aus inneren Punkten; sie ist geschlossen oder offen, je nachdem die Anzahl der Dreiecksflächen der Bezugsmannigfaltigkeit endlich oder unendlich groß ist. Man versteht sofort, was man unter einer Linie in einer solchen Mannigfaltigkeit zu verstehen haben wird, und bemerkt auch, daß der naturgemäße Linienbegriff in dieser Allgemeinheit durch den Begriff der Jordankurve in der Bezugsmannigfaltigkeit geliefert ist. Eine Mannigfaltigkeit heißt zweiseitig, wenn ein in ihr gewählter Umkreisungssinn eines Punktes (»Indikatrix«) bei stetiger (»kohärenter«) Fortpflanzung desselben längs jeder in der Bezugsmannigfaltigkeit verlaufenden geschlossenen Linie ungeändert bleibt; einseitig hingegen, wenn es eine geschlossene Linie gibt, bei deren einmaliger Durchlaufung die Indikatrix ihren Sinn ändert.

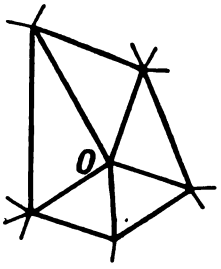


Fig. 1.

Zwei Mannigfaltigkeiten heißen topologisch äquivalent, wenn sie durch eine stetige eineindeutige Beziehung aufeinander abgebildet werden können, wobei der Begriff der Stetigkeit auf der Basis der Bezugsmannigfaltigkeit zu verstehen ist.

2. Damit zwei geschlossene zweiseitige Mannigfaltigkeiten topologisch äquivalent sind, ist notwendig und hinreichend, daß sie dasselbe Geschlecht p haben, wobei p diejenige jedenfalls endliche ganze Zahl bezeichnet, welche angibt, wieviel die Mannigfaltigkeit nicht zerfällende Rückkehrschnitte man nacheinander in ihr ziehen kann. Diese Zahl ist bekanntlich von der Art und Weise, wie die Schnitte sonst gewählt werden, unabhängig. Die längs p Rückkehrschnitten aufgeschnittene Mannigfaltigkeit M hat $2p$ geschlossene Randlinien und ist schlichtartig, d. h. man kann sie

Digitized by Google

eineindeutig stetig auf einen schlichten $2p$-fach zusammenhängenden Bereich der Ebene abbilden, wobei nunmehr die $2p$ Randkurven durch stetige eineindeutige Transformationen aufeinander bezogen sind. Denkt man sich das unendlich Weite der erwähnten Ebene, wie in der Ebene der komplexen Zahlen, punktförmig und den $2p$-fach zusammenhängenden Bereich so gewählt, daß er den unendlich fernen Punkt in seinem Innern enthält, so findet jene Randlinienzuordnung in der Weise statt, daß eine positive Durchlaufung der einen (entgegengesetzt dem Uhrzeigerdrehsinn) stets der negativen Durchlaufung der anderen entspricht. Man bemerkt leicht, daß zwei so erklärte schlichte $2p$-fach zusammenhängende Bereiche stets in der Weise stetig eineindeutig aufeinander bezogen werden können, daß zugeordneten Randpunkten des einen Bereichs zugeordnete des anderen Bereichs entsprechen. Denkt man sich den $2p$-fach zusammenhängenden Bereich ($p \geqq 2$) durch geschlossene Hilfslinien in zwei dreifach und $p-2$ vierfach zusammenhängende Bereiche zerlegt, wobei jeder dieser p Teilbereiche ein und nur ein Paar zugeordneter Randlinien des ganzen Bereichs als Begrenzungslinien enthält, so ergibt sich entsprechend eine Übertragung der Mannigfaltigkeit vom Geschlecht p auf eine räumliche Modellfläche der in Fig. 2a, 2b, 2c, 2d dargestellten Gestalt, wobei auch die Einteilung in die dreifach bzw. vierfach zusammenhängenden Elementarflächen kenntlich gemacht ist.

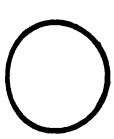


Fig. 2a. (Kugel.)

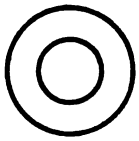


Fig. 2b. (Torus.)

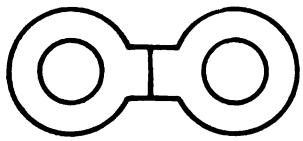


Fig. 2c. ($p = 2$.)

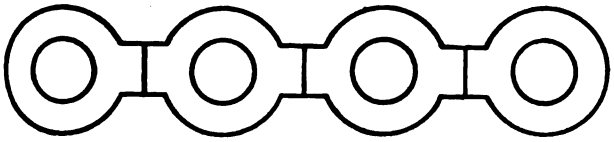


Fig. 2d. ($p = 4$.)

3. Wir betrachten nunmehr die einseitigen geschlossenen Mannigfaltigkeiten. Für eine solche gibt es nach Definition eine Rückkehrschnittlinie, bei deren Durchlaufung die Indikatrix sich umkehrt, was zur Folge hat, daß ein diese Rückkehrschnittlinie auf der Mannigfaltigkeit einbettender Streifen die charakteristischen topologischen Eigenschaften eines MOEBIUS-Bandes besitzt. Führt man den erwähnten Schnitt aus, so ist klar, daß die Mannigfaltigkeit ein Ganzes geblieben ist, das nunmehr nur einen geschlossenen Rand aufweist. Ist die neue Mannigfaltigkeit noch einseitig, so kann ein neuer indikatrixändernder Rückkehrschnitt in dieser Mannigfaltigkeit gezogen werden. Die Ausführung auch dieses Schnittes läßt die nunmehr entstehende, mit zwei Randlinien versehene Mannigfaltigkeit als zusammenhängendes Ganzes bestehen, das seinerseits wieder einseitig oder zweiseitig sein kann. Man gelangt auf diese Weise nach p' solchen Schnitten (p' endlich, s. S. 169) zum ersten Male zu einer zweiseitigen Mannigfaltigkeit, die nunmehr p' Randlinien aufweist. Diese kann dann ihrerseits durch p'' geschlossene Rückkehrschnitte schlichtartig gemacht werden. Letztere schlichtartige Mannigfaltigkeit aber kann auf einen schlichten p-fach zusammenhängenden Bereich eineindeutig abgebildet werden, wobei die Zahl $p' + 2p''$ mit

Digitized by Google

p bezeichnet ist. Von den p Randlinien sind p' durch sozusagen diametrale Punktzuordnung auf sich selbst bezogen, die anderen $2p''$ paarweise, wie früher; (s. Fig. 3a, in welcher $p' = 2$, $p'' = 1$ gewählt ist).

Es ist nun aber möglich, dieselbe Mannigfaltigkeit durch p nacheinander ausgeführte indikatrixändernde Rückkehrschnitte schlichtartig zu machen, also an Stelle der Fig. 3a die Fig. 3b treten zu lassen. Am übersichtlichsten

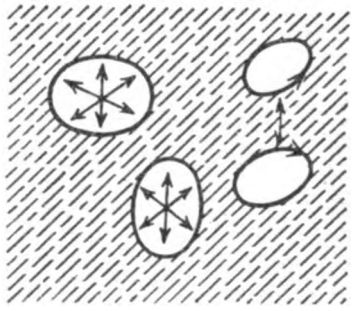


Fig. 3a. ($p' = 2$, $p'' = 1$.)

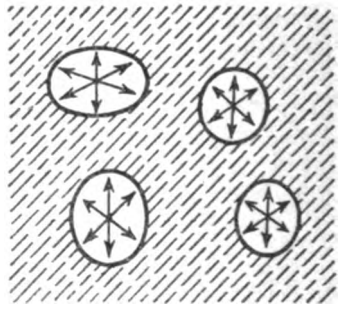


Fig. 3b. ($p' = 4$, $p'' = 0$.)

geschieht dies nach W. v. Dyck[1] folgendermaßen. Man nimmt ein Paar zugeordneter Ränder und eine selbstbezogene Randlinie zusammen und denkt sie zur Abtrennung von dem übrigen Teile des Bereiches durch eine Linie H isoliert (Fig. 3c). Die eingetragenen in der Idee geschlossenen punktierten Linien, deren Punktepaare (1, 1′), (2, 2′), (3, 3′) in der Figur zugeordnete Punkte zusammenfassen, zerlegen für sich allein genommen den durch H abgegrenzten Mannigfaltigkeitsteil ersichtlich nicht in getrennte Stücke. Außerdem sind beide indikatrixändernd, wovon man sich sofort überzeugt, wenn man beachtet, daß man bei Durchlaufung derselben von einem Ufer auf das andere gelangt. Diese Konstruktion zeigt uns, daß man, falls $p'' \geq 1$ ist, in der Lage ist die Zahl p' um eine Einheit zu vermehren, daß man infolgedessen die Fläche letzten Endes auch durch eine Folge von lauter indikatrixändernden Schnitten im obigen Sinne zu einer schlichtartigen Mannigfaltigkeit aufschneiden kann.

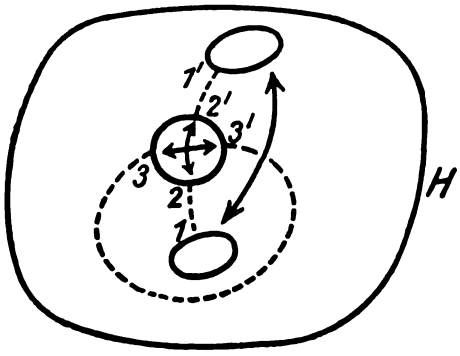


Fig. 3c.

Wie man nun auch die Aufschneidung der M nach einem Schema (p', p'') bewirken mag, die Zahl $p' + 2p'' = p$ hat immer denselben endlichen Wert; p heißt das Geschlecht der einseitigen geschlossenen M. Um dies einzusehen, betrachten wir diejenige zweiseitige Mannigfaltigkeit $\widetilde{M}$, die aus M entsteht, indem man ihre Elementardreiecke doppelt setzt, das eine Mal mit der einen,

[1] W. v. Dyck, »Beiträge zur Analysis situs. I. Aufsatz. Ein- und zweidimensionale Mannigfaltigkeiten.« Math. Ann. Bd. XXXII, S. 457 ff.

Digitized by Google

das andere Mal mit der anderen Indikatrix, und die so gewonnene doppelt so große Gesamtheit von Dreiecken nach dem Prinzip der Kohärenz der Indikatrizen zu einer einheitlichen Mannigfaltigkeit zusammensetzt, was wegen der Einseitigkeit der M möglich ist. Diese durch M allein unabhängig von ihrer Aufschneidung wohl definierte Mannigfaltigkeit ist jedenfalls zweiseitig; sie hat ein bestimmtes endliches Geschlecht und kann aus M auch folgendermaßen gewonnen werden. Man schneide M, wie oben erläutert, zu einer zweiseitigen M' auf mittels p' indikatrixändernder Rückkehrschnitte. Denkt man sich nun für die ganze M' eine Festlegung der Indikatrix nach dem Prinzip der Kohärenz, so stehen sich längs jedes der p' Rückkehrschnitte entgegengesetzte Indikatrizen unmittelbar gegenüber. Denkt man sich ein zweites koinzidierendes Exemplar M' mit entgegengesetzter Orientierung der Indikatrizen bereitgestellt, so entsteht durch Überkreuzverheftung der beiden verschieden orientierten Exemplare M' längs den p' Rückkehrschnitten offenbar eine zweiseitige orientierte Mannigfaltigkeit mit durchaus kohärent erklärter Indikatrix, in welcher jedes zweidimensionale Element von M zweimal, und zwar mit verschiedenen Indikatrizen eingegangen ist, d. h. aber, wir haben auf diese Weise die durch M allein wohl bestimmte $\widetilde{M}$ gewonnen. Von dieser $\widetilde{M}$ bemerken wir, daß sie durch $p' + 2p''$ geschlossene Rückkehrschnitte in zwei schlichtartige Stücke, nämlich die beiden Exemplare M' zerfällt, so daß sie ihrerseits das Geschlecht $p' + 2p'' - 1$ besitzt.

Die vorstehenden Betrachtungsweisen lassen auch leicht erkennen, daß die $\widetilde{M}$ allein durch folgende Eigenschaften bestimmt ist, eine zweiseitige, der M überall zweiblättrig und windungspunktfrei übergelagerte Mannigfaltigkeit zu sein. Eine Mannigfaltigkeit mit diesen Eigenschaften muß nämlich, wenn man sie orientiert denkt, in zwei koinzidierenden Punkten P' und P'' über einem Punkt P von M entgegengesetzte Indikatrizen zeigen, andernfalls würde man, indem man P eine indikatrixändernde geschlossene Linie von M verfolgen läßt, nach voller Durchlaufung die entgegengesetzte Indikatrix und folglich zwei weitere Blätter der betrachteten übergelagerten Mannigfaltigkeit erhalten.

Weiter bemerke man noch, daß die oben nicht näher begründete Endlichkeit der Zahl p' durch den Hinweis auf die Endlichkeit des Geschlechtes der zweiseitigen $\widetilde{M}$ erkannt wird. Würde man nämlich nicht zu einem endlichen p' gelangen, so wäre damit sofort auch eine unendliche Folge von nichtzerstückenden Rückkehrschnitten der $\widetilde{M}$ gegeben.

Wir kehren zurück zur Darstellung der M durch einen schlichten p-fach zusammenhängenden Bereich mit lauter selbstbezogenen Rändern. Wir bemerken schon jetzt, daß je zwei derartige schlichte Bereiche eineindeutig stetig aufeinander bezogen werden können mit der Nebenbedingung, daß zugeordneten Randpunkten des einen Bereichs zugeordnete des anderen entsprechen sollen. Die Zahl p ergibt sich demnach neben der Einseitigkeit der Mannigfaltigkeit als einzige topologische Invariante der Mannigfaltigkeit.

Um zu übersichtlichen Modellflächen zu gelangen, betrachten wir zunächst den Fall $p = 1$. Wir dürfen dann nach dem Vorhergehenden unsere

Digitized by Google

Betrachtung auf die in der z-Ebene gelegene Fläche des Einheitskreises beschränken, deren Randpunkte durch die Substitution $z' = -z$ aufeinander bezogen sind. Bilden wir jetzt $z^2 = Z$, so erhalten wir ein zweiblättriges Windungsflächenstück, dessen auf dem Einheitskreise unmittelbar koinzidierende Randpunkte zugeordnete Punkte sind. Wir werden daher längs des ganzen Randes eine entsprechende Verheftung durchführen, wodurch eine Fläche entsteht, die wir als Modell der einseitigen Mannigfaltigkeit $p = 1$ gebrauchen können (Fig. 4a). Sie erscheint in Gestalt einer Art Riemannscher Fläche, die längs des Einheitskreises eine Falte aufweist (einseitige Riemannsche Fläche). Man kann sie konstruieren, indem man die Fläche des Einheitskreises von 0 nach (— 1) aufschneidet, diese Fläche dann in zwei Exemplaren setzt und nunmehr längs jedes Einschnittes überkreuz verheftet,

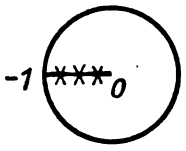


Fig. 4a.

Fig. 4b.

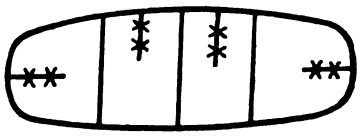


Fig. 4c.

längs des Einheitskreises jedoch gewöhnlich verheftet. Die Stelle (— 1) nimmt dabei gegenüber den anderen Punkten der Faltungslinie keine Sonderstellung ein[1]. Schneidet man die Fläche von 0 bis (— 1) gradlinig durch beide Blätter auf, so bedeutet das die Führung eines indikatrixändernden Rückkehrschnittes auf der Fläche. Das gleiche gilt, wenn man die Fläche längs des ganzen Einheitskreises aufschneidet. Andererseits bemerken wir sofort, daß wir für beliebiges p als Modellfläche eine mit einer Falte und p Windungspunkten versehene Riemannsche Fläche nehmen können, die in sofort verständlicher Weise in Fig. 4b dargestellt ist, wo $p = 3$ angenommen ist, oder eine Fläche der in Fig. 4c dargestellten Art, die in übersichtlicher Weise in Elementarzellen zerlegt ist, deren erste und letzte wesentlich Kreuzhauben sind. In der Tat werden diese Flächen durch Führung von p Schnitten ab Kontur nach den Windungspunkten schlichtartig.

4. Wir gehen nunmehr zur Betrachtung der offenen zweiseitigen oder einseitigen Mannigfaltigkeiten über. Eine solche denken wir uns durch innere wachsende Teilbereiche in der Form

$$M = \lim_{n \to \infty} M_n$$

ausgeschöpft, deren einzelner M_n stets ganz in endlich vielen Dreiecksflächen des definierenden unendlichen Systems enthalten ist. Bei der Wahl dieser Näherungsbereiche können wir der Bedingung genügen, daß jeder Näherungsbereich ein Hauptnäherungsbereich sein soll, worunter wir einen solchen verstehen, an dessen jede Begrenzungslinie nach außen ein völlig selbstän-

[1] Vgl. W. v. Dyck, l. c., Figurentafeln. Übrigens sind die Modellflächen bei W. v. Dyck immer räumliche Flächen, deren Verwandtschaft mit unsern einseitigen Riemannschen Flächen sofort zu bemerken ist.

Digitized by Google

diges Reststück der Mannigfaltigkeit M anstößt, das außerdem nicht mit endlich vielen Dreiecksflächen des definierenden Systems überdeckt werden kann. Hat nämlich ein Teilbereich M_n die erste Eigenschaft noch nicht, so können wir zwischen zweien seiner Begrenzungslinien ein außerhalb M_n und ganz innerhalb M verlaufendes Flächenband herstellen, das zu M_n hinzugenommen werden kann, wodurch dann die Anzahl der Begrenzungslinien um eins verringert wird. Das können wir so oft wiederholen, bis der ersten Bedingung genügt ist. Ebenso können wir leicht der zweiten Bedingung genügen, indem wir unerlaubte Restflächenstücke einfach zur M_n zuschlagen. Bei systematischer Anwendung dieser Abänderungsregeln gewinnt man ohne Schwierigkeit einen Aufbau der verlangten Art (Hauptdarstellung). Die M_{n+1} entsteht nunmehr aus M_n durch Anfügung je eines besonderen Zusatzflächenstückes an jede Randlinie von M_n, das für sich genommen einseitig oder zweiseitig sein kann und stets mindestens eine neue Randlinie besitzt. Es ist dann klar, daß die Anzahl der Begrenzungslinien von M_{n+1} mindestens gleich der Anzahl der Begrenzungslinien von M_n ist. Diese mit dem Index n monoton wachsende Zahl, die im allgemeinen unendlich groß werden wird, möge mit q bezeichnet werden, sie heiße die ideale Ränderzahl der Mannigfaltigkeit. Denken wir uns andererseits für M_1 und alle Zusatzflächenstücke das innere Geschlecht bestimmt, worunter wir für ein solches Stück im Falle seiner Zweiseitigkeit die Höchstzahl möglicher nicht zerfällender Rückkehrschnitte, im Falle der Einseitigkeit die höchstmögliche Zahl indikatrixändernder Rückkehrschnitte verstehen wollen, so ergibt sich als inneres Geschlecht der M_n die Summe aller dieser Anzahlen für die beteiligten Flächenstücke, sofern alle diese Flächenstücke zweiseitig sind, womit dann auch gesagt ist, daß kein indikatrixändernder Schnitt in M_n möglich ist; dagegen im Falle der Einseitigkeit auch nur einer beteiligten Parzelle diese Gesamtzahl bei doppelter Zählung der gewöhnlichen Rückkehrschnitte. Man bemerkt, daß das hier für die berandeten Mannigfaltigkeiten M_n definierte innere Geschlecht p_n dieselbe Zahl ist, die sich ergibt für das Geschlecht einer geschlossenen Mannigfaltigkeit, die sozusagen durch Anfügung je einer einfach zusammenhängenden Abschlußscheibe an jede einzelne Begrenzungslinie aus der berandeten Mannigfaltigkeit entsteht. Läßt man jetzt wieder n über alle Grenzen wachsen, so ergibt sich wegen $p_{n+1} \geqq p_n$ eine Grenzzahl p, im allgemeinen ∞, die wir als das innere Geschlecht der offenen M_n bezeichnen.

5. Sind p und q endlich, so heißt die Mannigfaltigkeit eine solche endlicher Zusammenhangsordnung oder auch endlich-vielfach zusammenhängend. Bei einer solchen werden von einem gewissen n ab alle Zusatzflächenstücke einer Hauptdarstellung die topologische Struktur der zweifach berandeten Zylinderfläche haben (Fig. 5a). Die miteinander in einer und derselben unendlichen Folge verbunden auftretenden derartigen Flächenstücke fügen sich

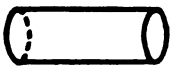


Fig. 5a.

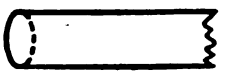


Fig. 5b.

Digitized by Google

zu einem Öffnungsstück der Mannigfaltigkeit zusammen, das wir in der Modellfläche einfach durch ein einziges Zylinderstück repräsentieren können, das nach einer Seite hin unberandet zu denken ist (Fig. 5b). Nach Weglassung der Öffnungsstücke von der M entsteht eine berandete Mannigfaltigkeit M' mit q Rändern und dem inneren Geschlecht p, die topologisch einer mit q Löchern versehenen geschlossenen Mannigfaltigkeit vom Geschlecht p und dem gleichen Orientierungstypus äquivalent ist.

Ist nun die M' zweiseitig, so können wir sie durch einen schlichten Bereich mit q unbezogenen und $2p$ paarweise bezogenen Randlinien der früher betrachteten Art darstellen; ist sie einseitig, so durch einen schlichten Bereich mit q unbezogenen und p selbstbezogenen Randlinien der früher betrachteten Art. Indem wir diese schlichten Bereiche einer Parzellierung mit geschlossenen Hilfslinien unterwerfen, kommen wir auf berandete Elementarbereiche, die durch elementare Modellflächen (Elementflächen) repräsentiert werden (Fig. 6a bis 6g),

Fig. 6a. ($A, 0, 1$.)

Fig. 6b. ($A, 0, 2$.)

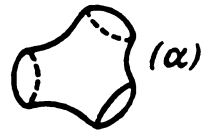


Fig. 6c. ($A, 0, 3$.)

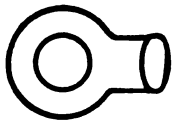


Fig. 6d. ($A, 1, 1$.)

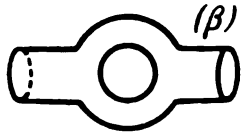


Fig. 6e. ($A, 1, 2$.)

Fig. 6f. ($B, 1, 1$.)

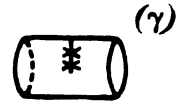


Fig. 6g. ($B, 1, 2$.)

wobei wir durch die Buchstaben A und B andeuten, daß die betreffende Fläche zweiseitig oder einseitig ist, während die weiteren Zahlen das innere Geschlecht und die Ränderzahl q anzeigen.

Haben wir einen Typus (A, $p \geq 2$, $q = 1$) mit gewöhnlicher Berandung darzustellen, so findet sich ein Aufbau, wie Fig. 7a zeigt.

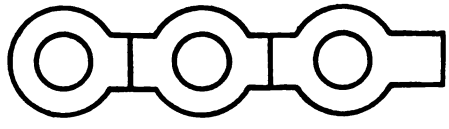


Fig. 7a. ($A, 3, 1$; berandet.)

Für einen Typus (A, $p \geq 2$, $q = 2$) mit gewöhnlicher Berandung ergibt sich die Darstellungsweise gemäß Fig. 7b,

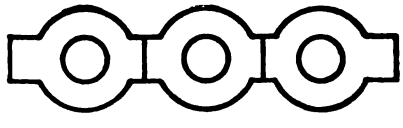


Fig. 7b. ($A, 3, 2$; berandet.)

Digitized by Google

für den Typus $(A,\ p \geqq 1,\ q = 3)$ finden sich Formen gemäß Fig. 7c, 7d, 7e.

Allgemein kann man für jeden Typus $(A,\ p,\ q \geqq 3)$ mit gewöhnlicher Berandung eine Darstellung aus p Elementflächen (β) (Fig. 6e) und $q-2$ Elementflächen (α) (Fig. 6c) geben. Es ist gleichgültig, wie diese Stücke aneinandergefügt

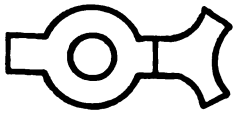


Fig. 7c. $(A, 1, 3;$ berandet.)

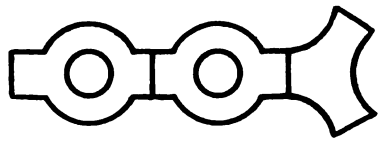


Fig. 7d. $(A, 2, 3;$ berandet.)

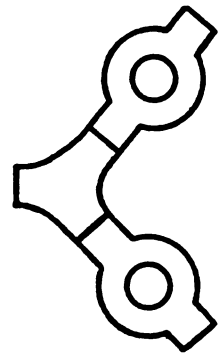


Fig. 7e. $(A, 2, 3;$ berandet.)

werden, wenn sie nur baumartig aneinandergefügt sind, d. h. so, daß jede Begrenzung einer teilnehmenden Elementfläche, sofern sie nicht frei ist, die Gesamtfläche in zwei getrennte Stücke zerlegt, mithin einen Hauptschnitt für die Modellfläche bildet.

In gleicher Weise findet man für die Mannigfaltigkeiten des Typus B mit gewöhnlicher Berandung Modellflächen wie Fig. 7f, 7g, falls $q = 1$ oder

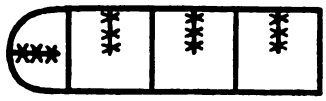


Fig. 7f. $(B, 4, 1;$ berandet.)

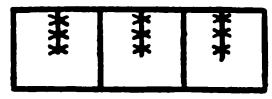


Fig. 7g. $(B, 3, 2;$ berandet.)

2 ist. Für alle anderen Flächen des Typus B, wo also $q \geqq 3$ ist, ergibt sich eine baumartige Zusammensetzung aus $p \geqq 1$ Elementflächen (γ) (Fig. 6g) und $q-2$ Elementflächen (α), deren Zusammenfügung im übrigen beliebig ist.

Wir haben damit auch für alle endlich-vielfach zusammenhängenden, offenen, unberandeten Mannigfaltigkeiten eine Darstellung durch Elementflächen gefunden, da deren Darstellung aus den vorher betrachteten durch Hinzufügung von je einem Öffnungsstück an jede freie Randlinie entsteht.

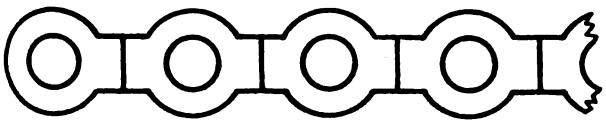


Fig. 8a. $(A, \infty, 1.)$

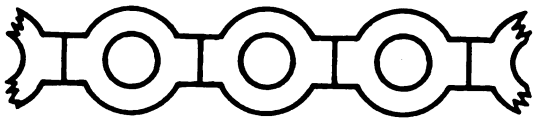


Fig. 8b. $(A, \infty, 2.)$

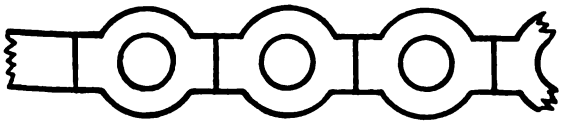


Fig. 8c. $(A, \infty, 2.)$

6. Bei unendlich hoher Ordnung des Zusammenhanges der Mannigfaltigkeit interessieren zunächst als einfache Fälle diejenigen, für welche die ideale Ränderzahl q endlich ist. Man findet leicht die Darstellung der Typen $(A, \infty, 1)$ und $(A, \infty, 2)$; s. Fig. 8a, 8b, 8c.

Allgemein ist über die Darstellung der Typen $(A, \infty, q \geqq 3)$ zu sagen, daß deren Modellflächen stets ein baumartiges Ge-

Digitized by Google

füge von Elementflächen bilden, nämlich von $q-2$ Elementflächen (α), ferner $\omega \leq q-1$ Öffnungsstücken und schließlich von unendlich vielen Elementflächen (β). Diese Elementflächen können sonst auf ganz beliebige Weise baumartig zusammengefügt werden. Es gibt nur q topologisch wesentlich verschiedene Typen, für die man übrigens als Normaldarstellungen auch die mit q Öffnungen versehene Kugelfläche nehmen kann, nachdem an jede Öffnung derselben nun notwendig ein Öffnungsstück oder eine unendliche Kette von Elementflächen des Typus (β) angesetzt ist. Jene berandete Kugelfläche kann ihrerseits in $q-2$ Elementflächen (α) zerlegt werden.

Ganz allgemein kann man jede zweiseitige unendlich-vielfach zusammenhängende Mannigfaltigkeit mit $q \geq 3$ durch eine Modellfläche repräsentieren, die baumartig aus lauter Elementflächen (α) und (β) zusammengesetzt ist unter eventueller Hinzunahme von beliebig vielen Öffnungsstücken. Das Nichtvorkommen von Stücken des Typus (β) ist notwendig und hinreichend dafür, daß die betreffende Mannigfaltigkeit durch jeden innern Rückkehrschnitt in zwei getrennte Stücke zerlegt wird und daher auf einen schlichten Bereich der Ebene übertragen werden kann. Solche Mannigfaltigkeiten nennen wir schlichtartig.

Wir wenden uns nun den einseitigen Mannigfaltigkeiten unendlich hohen Zusammenhanges zu. Ist für eine solche Mannigfaltigkeit q gleich 1, so gibt es zwei Möglichkeiten: entweder hat die Mannigfaltigkeit die Eigenschaft, daß nach Ausscheidung eines beliebig groß gewählten innern Teilbereichs der Rest immer noch einseitig ist, oder er wird einmal zweiseitig. Im ersteren Falle ergibt sich die Modellfläche Fig. 8d.

Fig. 8d. ($B, \infty, 1$.)

Im zweiten Falle treten in der Darstellung durch Elementflächen von einer gewissen Stelle ab nur Elementflächen (β) auf. Der vorhergehende Komplex ist eine Fläche des Typus ($B, p_0, 1$). Je nachdem nun p_0 ungerade oder gerade ist, findet sich ein Aufbau dieser Fläche aus Zellen (β) mit nur einer vorangehenden Kreuzhaube oder einer Kreuzhaube und einer anschließenden Elementfläche (γ). Das gibt die beiden Darstellungen der Figg. 8e und 8f.

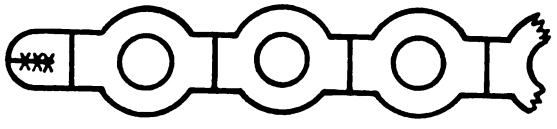


Fig. 8e. ($B, \infty, 1$.)

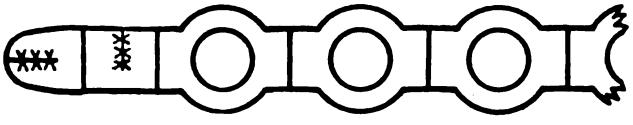


Fig. 8f. ($B, \infty, 1$.)

Diese beiden Modellflächen sind nicht miteinander äquivalent. Denkt man sich nämlich in der ersten Fläche irgendeine Folge von Hauptnäherungsbereichen, so gilt der Satz, daß diese Näherungsbereiche bei genügend hohem Index durch einen indikatrixändernden Schnitt zweiseitig werden, daß also ihr Geschlecht ungerade

Digitized by Google

ist, während für die zweite Fläche dieses Geschlecht notwendig gerade werden wird.

Für $q = 2$ lassen sich leicht analoge Überlegungen durchführen. Man findet für alle Flächen $(B, \infty, 2)$ Elementardarstellungen, bei denen nur Elementflächen (β) und (γ) vorkommen, eventuell noch ein Öffnungsstück. Auch die Anzahl der wesentlich verschiedenen derartigen Mannigfaltigkeiten bestimmt sich leicht.

Für $q \geqq 2$ findet sich, daß man jede derartige einseitige Mannigfaltigkeit unter alleiniger Anwendung von Elementflächen (α), (β), (γ) baumartig darstellen kann, wozu jedoch noch höchstens $q - 1$ Öffnungsstücke treten können, da hier ja $p = \infty$ angenommen wird.

Wir bemerken schließlich den Satz, daß überhaupt jede beliebig offene Mannigfaltigkeit endlicher oder unendlich hoher Zusammenhangsordnung für die $q \geqq 2$ ist, unter alleiniger Verwendung von Elementflächen (α), (β), (γ) und von Öffnungsstücken in baumartiger Anordnung derselben dargestellt werden kann. Die spezielle Mannigfaltigkeit $(A, 0, 2)$ insbesondere können wir direkt durch Aneinanderfügung zweier Öffnungsstücke zur Darstellung gebracht denken.

Zusammenfassend können wir sagen, daß es gelungen ist, alle zweidimensionalen topologischen Mannigfaltigkeiten in Gestalt von Modellflächen (Normalformen) explizit aufzustellen (topologische Synthese). Weiteres über unendlich-vielfach zusammenhängende Mannigfaltigkeiten weiter unten, ferner in Abhandlung 3 des Verfassers, insbesondere auch »Urmanuskript« (1917), endlich bei KEREKJARTO l. c.

II. RIEMANNsche Mannigfaltigkeiten.

7. Eine beliebige einseitige oder zweiseitige zweidimensionale topologische Mannigfaltigkeit M wird zu einer RIEMANNschen Mannigfaltigkeit, wenn zu jedem Punkt derselben eine kleine volle Umgebung in der Mannigfaltigkeit definiert ist, die eineindeutig auf ein schlichtes Gebiet der Ebene der komplexen Variablen z bezogen ist, so zwar, daß für irgendein kleines Teilgebiet der Mannigfaltigkeit, das nun offenbar unendlich vielen verschiedenen der erklärten Umgebungen angehören kann, die betreffenden Abbildungen auf die z-Ebene untereinander im gewöhnlichen Sinne direkt oder indirekt konform bezogen erscheinen. Vermöge einer solchen Beziehung auf die z-Ebene ist ohne weiteres der Begriff der analytischen Linie in der Mannigfaltigkeit, der Begriff des Winkels zwischen zwei solchen usw., erklärt. Es ist ferner klar, was es heißt, zwei RIEMANNsche Mannigfaltigkeiten teilweise oder als Ganzes aufeinander konform abbilden.

Besonders wichtig ist der Fall der Äquivalenz zweier RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten, was bedeuten soll, daß die beiden Mannigfaltigkeiten eineindeutig konform aufeinander abgebildet werden können, wobei sich diese Beziehung selbstverständlich nur auf die inneren Punkte der Mannigfaltigkeit erstreckt, da ja nach unserer Definition die Mannigfaltigkeit nur aus inneren Punkten besteht. Man bemerkt, daß jede reguläre räumliche Fläche bei Zugrundelegung des euklidischen Winkelbegriffes eine RIEMANNsche Mannigfaltigkeit ist, da nach GAUSS eine Umgebung jedes Punktes einer solchen

Digitized by Google

Fläche konform auf ein schlichtes Gebiet der z-Ebene abgebildet werden kann. Auch Kanten und Ecken können zugelassen werden. Gewöhnliche, über der z-Ebene ausgebreitete Riemannsche Flächen sind ebenfalls Riemannsche Mannigfaltigkeiten, wenn man für die Windungspunkte endlicher Ordnung, die dem Inneren der Riemannschen Flächen angehören sollen, in bekannter Weise eine Wurzeltransformation zur Beurteilung zugrunde gelegt denkt, für die unendlich fernen Punkte, die dem Innern angehören sollen, eine Reziprokeradientransformation, evtl. verbunden mit einer Wurzeltransformation bei unendlich fernen Windungspunkten.

Wir merken zum allgemeinen Begriff der Riemannschen Mannigfaltigkeit noch an, daß wir jede zweiseitige Riemannsche Mannigfaltigkeit noch mit einem Umlaufsinn, den wir als den positiven erklären, behaften können. Dieser zeigt also für jeden Punkt der Mannigfaltigkeit den positiven Umkreisungssinn desselben an. In diesem Falle sprechen wir von einer orientierten zweiseitigen Riemannschen Mannigfaltigkeit. Ist die Mannigfaltigkeit einseitig, so stehen sich für jeden Punkt beide Umlaufsinne gleichberechtigt gegenüber, da wir ja durch Bewegung des Punktes längs einer geschlossenen indikatrixändernden Linie den einen Umlaufsinn in den anderen überführen können.

8. Wir fragen jetzt, ob jede topologische Mannigfaltigkeit in eine Riemannsche Mannigfaltigkeit verwandelt werden kann. Das ist offenbar der Fall. Wir haben ja oben gesehen, daß es möglich ist, die topologische M auf eine Normalfläche stetig eineindeutig zu beziehen, welche z. B. nach Art einer Riemannschen Fläche mit Falten über der z-Ebene ausgebreitet und ganz in dieser Ebene enthalten gedacht werden kann. Denken wir uns die Faltungslinien alle aus geradlinigen Stücken gebildet, so bedeutet dies, daß wir eine topologische Abbildung der Mannigfaltigkeit auf eine ganz in einer Ebene ausgebreitete Polyederfläche haben. Diese aber können wir nach obigem stets als eine Riemannsche Mannigfaltigkeit auffassen, wobei die Kanten und Ecken offenbar keine Schwierigkeiten verursachen.

Wir können auch so vorgehen: Die einzelnen Elementflächen, aus denen die gegebene Mannigfaltigkeit zusammengesetzt ist, werden, wenn sie zweiseitig sind, stetig eineindeutig auf eine zweiblättrige, mit Schlitzen versehene, geschlossene Riemannsche Fläche übertragen. Solche Flächenstücke können wir dann aber zu einer vielblättrigen, im allgemeinen unendlich-vielblättrigen Riemannschen Fläche zusammenfügen, indem wir die Verbindung stets längs den verfügbaren Schlitzen vornehmen, wobei an den Endpunkten der Schlitze jedesmal ein Windungspunkt entsteht. Einseitige Elementflächen werden wir entsprechend durch mit Schlitzen versehene einseitige Riemannsche Flächen darstellen. So gewinnen wir auch für beliebige einseitige Mannigfaltigkeiten als Bild allgemeine mit Falten versehene einseitige Riemannsche Flächen.

9. Analog der Beziehung topologischer Mannigfaltigkeiten auf Modellflächen wird man auch für die Riemannschen Mannigfaltigkeiten die Frage nach solchen Riemannschen Mannigfaltigkeiten aufwerfen, die für die einzelnen, auf Grund des Äquivalenzbegriffes in eine Klasse gehörenden Riemannschen Mannigfaltigkeiten charakteristisch sind. In diesem Sinne werden z. B. die

Digitized by Google

geschlossenen zweiseitigen RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten vom Geschlecht 0 durch die schlichte Vollebene oder Vollkugel repräsentiert, die einfach zusammenhängenden offenen Mannigfaltigkeiten durch die gewöhnliche Kreisfläche (Kugelkalotte) bzw. durch die ganze Ebene ausschließlich des unendlich fernen Punktes (punktierte Kugel). In der Tat ist das der wesentliche Inhalt des allgemeinen, 1907 von POINCARÉ und dem Verfasser bewiesenen Fundamentalsatzes der konformen Abbildung. Für RIEMANNsche Mannigfaltigkeiten mit anderen Zusammenhangsverhältnissen wird im allgemeinen Falle folgende Idee durchgreifend maßgebend.

Zu jeder topologischen Mannigfaltigkeit M gehört eine einfach zusammenhängende Überlagerungsmannigfaltigkeit $M^{(\infty)}$, die der gegebenen ohne relative Windungspunkte übergelagert ist. Diese ist durch die gegebene Mannigfaltigkeit eindeutig bestimmt und kann auf Grund der Zerlegung der Mannigfaltigkeit in Elementflächen folgendermaßen gewonnen werden. Man verwandelt zunächst die einzelne berandete Elementfläche E durch getrennte Querschnitte von Rand zu Rand in eine einfach zusammenhängende, berandete Fläche E_0 vom topologischen Typus der gewöhnlichen berandeten Kreisfläche. Dieser Prozeß hat auch für einseitige Elementflächen seine Bedeutung.

Liegt nämlich irgend eine einseitige berandete Mannigfaltigkeit M mit den charakteristischen Zahlen p und q vor, so kann man sie zunächst durch getrennte Querschnitte von Rand zu Rand in eine andere Mannigfaltigkeit verwandeln, für die jedenfalls q auf 1 reduziert worden ist. Danach werden sukzessive weitere Querschnitte von Rand zu Rand gezogen, die die Mannigfaltigkeit nicht zerstücken. Nach endlich vielen Schritten ist dieser Prozeß nicht weiter fortführbar, d. h. die gewonnene Fläche M_0 zerfällt durch jeden weiteren Querschnitt in getrennte Stücke. Alsdann kann man sie sich topologisch auf eine schlichte Kreisscheibe abgebildet denken. Die Mannigfaltigkeit ist nunmehr insbesondere unter allen Umständen auch zweiseitig. Die Anzahl der im ganzen erforderlichen Querschnitte ist $2p+q-1$, wenn die Mannigfaltigkeit zweiseitig ist. Ist sie einseitig, so sei λ die entsprechende Zahl. Dann wird die zugehörende zweiseitige $\widetilde{M}$ offenbar durch 2λ Querschnitte in zwei Exemplare M_0 zerlegt. Für $\widetilde{M}$ spielen aber die Zahlen $p-1$ und $2q$ dieselbe Rolle, die für M die Zahlen p und q spielen. Demnach muß $2\lambda = 2(p-1)+(2q-1)+1$ sein, also ist bei jeder gedachten Aufschneidung $\lambda = p+q-1$. Die Konstruktion einer solchen Aufschneidung (punktiert angedeutet) lehrt Figur 9, die eine einseitige Fläche ($p=6$) mit einem Rand, nach dem Schema ($p'=2$, $p''=2$) aufgeschnitten, in schlichter Ausbreitung und parzelliert zeigt.

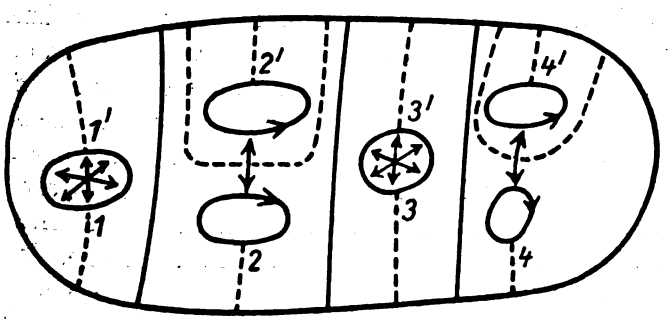


Fig. 9. ($B, 6, 1$; berandet.)

Digitized by Google

Demnach werden zur Verwandlung der in Figg. 6 dargestellten Elementflächen $b, c = \alpha, d, e = \beta, f, g = \gamma$ bzw. 1, 2, 2, 3, 1, 2 Querschnitte benötigt. Die Endpunkte sämtlicher gezogenen Querschnitte können und sollen immer auf den Rändern der ursprünglichen Fläche gewählt werden. Hat man insbesondere die Aufschneidung einer einseitigen berandeten Mannigfaltigkeit oder Elementfläche zu einer einfach zusammenhängenden zweiseitigen Fläche in der geschilderten Weise bewirkt, so kommt unter den Querschnitten stets mindestens einer vor, der zu seinen beiden Seiten verschiedene Indikatrizen aufweist, sofern man sich die gewonnene einfach zusammenhängende zweiseitige Fläche orientiert denkt.

Man kann nun zunächst jede am Aufbau einer beliebigen Modellfläche beteiligte Elementfläche E einem Überlagerungsprozeß unterwerfen, indem man lauter Exemplare der betreffenden E_0 längs den Querschnittseiten relationenfrei aneinanderfügt. Die so entstehende einfach zusammenhängende Überlagerungsfläche einer E besitzt dann offenbar im allgemeinen unendlich viele begrenzende Liniengewinde, deren einzelnes unendlich vielen Durchlaufungen vorwärts und rückwärts einer Randlinie von E entspricht. Bei der Elementfläche (a) ist E identisch mit $E^{(\infty)}$. Bei (b) und (f) ergeben sich im ganzen nur zwei Liniengewinde der erwähnten Art.

Um nun die einfach zusammenhängende Überlagerungsfläche der ganzen, aus Elementflächen (α), (β), (γ) aufgebaut zu denkenden Modellfläche zu gewinnen, hat man nur nötig, die Überlagerungsflächen der Elementflächen längs den Liniengewinden relationenfrei aneinander zu fügen, wobei an jede auftretende $E^{(\infty)}$ immer unendlich viele andere $E^{(\infty)}$ angeschlossen werden, die von den, der betreffenden E benachbarten Elementflächen herrühren.

Die zu einer M gehörende Mannigfaltigkeit $M^{(\infty)}$ ist nur im allgemeinen relativ zu M unendlich-vielblättrig. Für die einfach zusammenhängende zweiseitige Mannigfaltigkeit ist sie einblättrig, d. h. mit der M selbst identisch, ferner wird sie für die geschlossene einseitige Mannigfaltigkeit vom Typus $p = 1$ zweiblättrig, nämlich mit $\widetilde{M}$ identisch. In allen anderen Fällen wird sie, wie leicht zu sehen, tatsächlich unendlich-vielblättrig.

10. Durch Anwendung des oben erwähnten allgemeinen Fundamentalsatzes der konformen Abbildung auf die einfach zusammenhängende $M^{(\infty)}$ einer Riemannschen Mannigfaltigkeit M gewinnen wir eine bis auf lineare Transformationen völlig bestimmte konforme Abbildung derselben, die wir als die Fundamentalabbildung der Mannigfaltigkeit bezeichnen. Diese Abbildung ist im allgemeinen, nämlich abgesehen von den vorher genannten Ausnahmefällen, unendlich-vieldeutig. Die zu einem Mannigfaltigkeitspunkt gehörenden, im allgemeinen unendlich-vielen Bildpunkte heißen äquivalente Punkte. Sie gehen durch die Substitutionen einer Gruppe Γ, der Fundamentalgruppe der Mannigfaltigkeit, auseinander hervor. Diese Substitutionen sind sämtlich linear und leisten eineindeutige Transformationen des Fundamentalraumes (Kreisfläche, punktierte Ebene, Vollebene) in sich. Die Gruppe ist innerhalb des Fundamentalraumes eigentlich diskontinuierlich. Die Substitutionen sind, wenn die gegebene Riemannsche

Digitized by Google

Mannigfaltigkeit zweiseitig ist, direkte lineare Transformationen $\frac{\alpha\zeta+\beta}{\gamma\zeta+\delta}$; hingegen, wenn die Mannigfaltigkeit einseitig ist, teils direkte, teils indirekte Transformationen, deren letztere in der Form $\frac{\alpha\bar{\zeta}+\beta}{\gamma\bar{\zeta}+\delta}$ darstellbar sind. Dabei ist mit ζ die Variable des Fundamentalraums, mit $\bar{\zeta}$ ihr konjugiert komplexer Wert bezeichnet. Man bemerke noch, daß die Substitutionen der Gruppe Γ in beiden unterschiedenen Fällen keine Fixpunkte innerhalb des Fundamentalraumes besitzen können.

Im besonderen Falle der einfach zusammenhängenden zweiseitigen M wird die Fundamentalgruppe von der identischen Transformation des Fundamentalraumes in sich gebildet. Im Falle der geschlossenen einseitigen M ($p = 1$) ergibt sich bei geeigneter linearer Normierung der Fundamentalgruppe die von der identischen Transformation unter Zunahme der diametralen Zuordnung auf der Kugeloberfläche gebildete Gruppe. Die geschlossene zweiseitige Mannigfaltigkeit vom Typus $p = 1$ führt bekanntlich auf die Gruppe der doppeltperiodischen Funktionen.

11. Die geschlossene einseitige Mannigfaltigkeit vom Typus $p = 2$ hat als zugehörende $\widetilde{M}$ eine geschlossene zweiseitige Mannigfaltigkeit vom Typus $p = 1$ mit einer symmetrischen Umformung in sich, ohne Fixpunkte. Die $M^{(\infty)}$ ist identisch mit $\widetilde{M}^{(\infty)}$, woraus man erkennt, daß die zu M gehörende Fundamentalgruppe eine Gruppe der unmittelbar vorher betrachteten Art sein muß, der noch eine indirekte ganze lineare Transformation $\zeta' = \alpha\,\bar{\zeta} + \beta$ ohne Fixpunkte zu adjungieren ist.

Für eine Transformation $\alpha\zeta + \beta = \zeta'$ ohne Fixpunkte muß $|\alpha| = 1$ sein. Ferner muß bei einer solchen Transformation der Richtungskompaß der ζ-Ebene in den Richtungskompaß der ζ'-Ebene mit umgekehrtem Drehsinn übergehen, woraus folgt, daß es zwei einander entgegengesetzte festbleibende Richtungen gibt. Das einer solchen Richtung entsprechende Büschel paralleler Geraden wird daher als Ganzes in sich transformiert, und man erkennt bei Beachtung der mit der Transformation verbundenen Winkelumlegung, daß es in dem Büschel eine und nur eine Gerade gibt, die nur in sich verschoben wird. Die betreffende Transformation besteht dann aus dieser Parallelverschiebung (Gleitung längs der Geraden), verbunden mit einer Spiegelung an derselben Geraden und möge daher als eine Gleitspiegelung bezeichnet werden. Bei Anwendung dieser Gleitspiegelung auf das Gitter der Verschiebungsvektoren der zu M gehörenden Fundamentalgruppe muß dieses Vektorengitter in sich übergehen. Andererseits muß auch die zweimalige Ausübung der erwähnten Gleitspiegelung eine Transformation der zu M gehörenden Gruppe liefern. Das Vektorengitter weist daher eine primitive Periode in Richtung der Gleitgraden auf, und es kann der die Gleitung darstellende Vektor geradezu als die Hälfte des Primitivvektors des Gitters in der genannten Richtung angenommen werden. Sei ω' dieser Halbvektor und 2ω ein zugehörender mit $2\omega'$ ein Fundamentalparallelogramm des Gitters liefernder Vektor. Dieser Vektor

Digitized by Google

kann so gewählt werden, daß er mit dem Vektor $2\omega'$ den Anfangspunkt gemeinsam hat und daß sein Endpunkt in dem Parallelstreifen liegt, den die zum Vektor $2\omega'$ in dessen Endpunkten errichteten senkrechten Geraden bilden. Das Vorkommen der Gleitspiegelung bedingt nun, daß zugleich mit 2ω auch der bezüglich der Gleitgeraden symmetrische Vektor vorkommt. Daraus ergibt sich leicht, daß nur die zwei Möglichkeiten der Fig. 10a, 10b in Betracht kommen. Die zweite Möglichkeit scheidet jedoch aus, weil bei Anwendung einerseits der Gleitspiegelung, andererseits der Verschiebung um 2ω die punktierte Gerade in ein und dieselbe Gerade übergeführt wird, die nun mit entgegengesetztem Durchlaufungssinne auf sich selbst bezogen erscheint und folglich einen Fixpunkt tragen muß, was unzulässig ist. Wir gewinnen demnach endgültig einen Fundamentalbereich der in Fig. 11 dargestellten Gestalt[1].

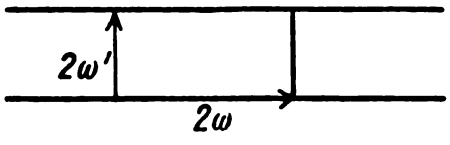


Fig. 10a.

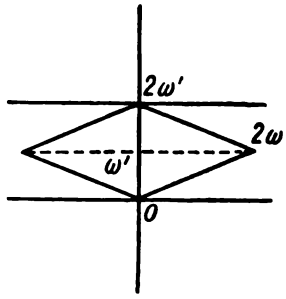


Fig. 10b.

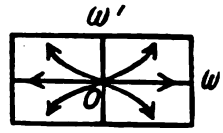


Fig. 11. (*B*, 2, 0.)

12. Haben wir eine mit einer Öffnung versehene offene einseitige Riemannsche Mannigfaltigkeit vom Typus (*B*, 1, 1), so müssen wir zwei Fälle unterscheiden, je nachdem die betreffende Öffnung eine parabolische oder hyperbolische ist, womit gemeint ist, daß das Öffnungsstück im Sinne der konformen Abbildung auf die Umgebung eines Punktes oder einer Kreislinie bezogen gedacht werden kann. Betrachten wir zunächst den parabolischen Fall. Die zugehörende $\widetilde{M}$ hat nun zwei parabolische Öffnungen und ist außerdem vom inneren Geschlecht 0. Ihre Fundamentalgruppe ist eine durch eine Translation erzeugte parabolische Fundamentalgruppe, so genannt, weil sie als eine eigentlich diskontinuierliche Gruppe des parabolischen Raumes, d. i. der ganzen unendlichen ζ-Ebene gedacht ist. Die zu M gehörende Fundamentalgruppe wird nun offenbar aus einer einzigen Gleitspiegelung erzeugt, wie Fig. 12a zeigt. Liegt der hyperbolische Fall vor, so kann die $\widetilde{M}$ eineindeutig konform auf einen gewöhnlichen Kreisring abgebildet werden (wie im vorhergehenden Falle auf eine zweifach ausgeartete Ringfläche, d. i. die ganze in 0 und ∞ punktierte Ebene). Zu ihrer Fundamentalabbildung ge-

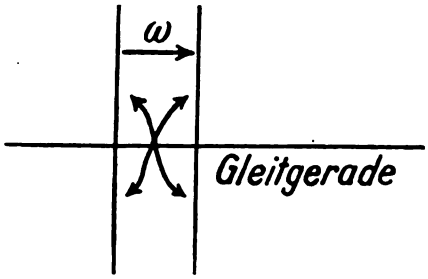


Fig. 12a. (*B*, 1, 1.)

[1] Vgl. eine Figur in Fricke-Klein »Automorphe Funktionen« Bd. I, S. 228.

Digitized by Google

langt man von da aus durch Anwendung elementarer Transformationen. Es ergibt sich eine von einer hyperbolischen Substitution erzeugte, innerhalb des ζ-Einheitskreises erklärt zu denkende Gruppe. Die Fundamentalgruppe der M selbst enthält nur solche indirekte Transformationen des Fundamentalkreises in sich, die keine Fixpunkte innerhalb des Fundamentalraumes haben. Eine solche hat dann jedenfalls auf dem Einheitskreis selbst zwei Fixpunkte. Der sie verbindende Orthogonalkreisbogen geht also bei der Transformation in sich über. Die Transformation wird daher eine mit einer Spiegelung an diesem orthogonalen Kreisbogen verbundene hyperbolische Substitution mit jenen Fixpunkten (nichteuklidische Gleitspiegelung). Die Figur 12b zeigt einen Fundamentalbereich der zu M gehörenden Gruppe zweiter Art, so genannt, weil sie auch indirekte Transformationen enthält. α und β sind die Fixpunkte. Die Figur zeigt außer dem α und β verbindenden Orthogonalkreisbogen zwei weitere Orthogonalkreisbögen, die ersteren senkrecht schneiden.

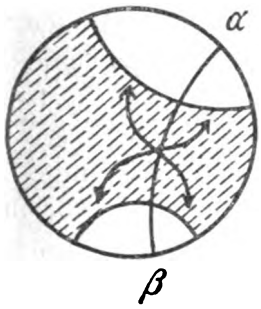


Fig. 12b. (*B*, 1, 1.)

13. Zu jeder RIEMANNschen Mannigfaltigkeit gehört, wie wir sahen, eine Fundamentalgruppe, die, je nachdem ob die Mannigfaltigkeit zweiseitig oder einseitig ist, eine solche erster oder zweiter Art ist. Je nachdem nun der für die betreffende Fundamentalabbildung sich ergebende ζ-Raum die Vollebene, punktierte Ebene, Kreisfläche ist, sprechen wir von einer elliptischen, parabolischen, hyperbolischen Gruppe und entsprechend von einer elliptischen, parabolischen, hyperbolischen RIEMANNschen Mannigfaltigkeit. Denkt man sich umgekehrt irgendeine eigentlich diskontinuierliche Gruppe aus solchen linearen Substitutionen erster oder zweiter Art innerhalb des ζ-Raumes gegeben, die keine Fixpunkte innerhalb dieses Raumes besitzen, so können wir die bezüglich einer solchen Gruppe äquivalenten inneren Punkte des ζ-Raumes als einen »Punkt« erklären und diese »Punktmannigfaltigkeit« offenbar selbst als eine RIEMANNsche Mannigfaltigkeit ansehen, unter Festhaltung des im ζ-Raum zugrunde liegenden Konformitätsbegriffes. Wir stellen den eigentlich diskontinuierlichen Charakter einer solchen Mannigfaltigkeit zweckmäßig dadurch deutlich heraus, daß wir den ζ-Raum mittels einer abzählbaren Menge von Kreisbogendreiecken, die sich nur nach der Grenze des ζ-Raumes häufen, im Innern des ζ-Raumes singularitätenfrei so triangulieren, daß eine Teilgesamtheit aller dieser Dreiecke als ein System untereinander vermöge der Gruppe nichtäquivalenter Parzellen erscheint, die miteinander durch lineare Bezugssubstitutionen zwischen ihren Rändern zu einer Einheit verbunden erscheinen und die Eigenschaft haben, daß irgendeine der erwähnten Parzellen des ζ-Raumes mit einer Parzelle des reduzierten Systems vermöge einer Substitution der Fundamentalgruppe äquivalent ist. Wir bezeichnen die so erklärten »Punktmannigfaltigkeiten« als Fundamentalmannigfaltigkeiten. Das sind selbst RIEMANNsche Mannigfaltigkeiten. Wir haben also den Satz, daß jede beliebige RIEMANNsche Mannigfaltigkeit einer Fundamentalmannigfaltigkeit äquivalent ist, und zwar nur einer, wenn wir

Digitized by Google

zwei Fundamentalmannigfaltigkeiten, die durch eine lineare direkte oder indirekte Transformation der zugehörenden definierenden Fundamentalgruppen auseinander hervorgehen, als wesentlich identisch ansehen (vgl. hierzu die in der Einleitung zitierte Abhandlung 3, insbesondere § 32).

Zu jeder einseitigen Fundamentalmannigfaltigkeit M gehört eine zweiseitige Fundamentalmannigfaltigkeit $\widetilde{M}$. Wir haben sie ohne weiteres in Gestalt derjenigen Untergruppe der M definierenden Fundamentalgruppe, welche von der Gesamtheit aller in jener Gruppe enthaltenen Substitutionen erster Art gebildet wird. Bildet man mit Bezug auf diese Untergruppe vom Index 2 den Quotienten zweier konvergenter Poincaréscher Reihen gleicher Dimension, so ergibt sich eine eineindeutige Abbildung der $\widetilde{M}$ auf eine gewöhnliche Riemannsche Fläche. Die M selbst wird dabei mit übertragen, wobei jedoch jedem Punkte von M nunmehr zwei Punkte der Riemannschen Fläche entsprechen, die durch eine symmetrische Umformung der Riemannschen Fläche auf sich selbst einander zugeordnet sind, und zwar eine solche, die keinen Fixpunkt auf der Fläche hat. Die Fläche ist mithin eine sogenannte diasymmetrische Riemannsche Fläche ohne Übergangslinien.

14. Wir hatten die Riemannschen Flächen bisher nach zwei Gesichtspunkten eingeteilt. Erstens nach ihrem Orientierungstypus unterschieden wir zwischen den einseitigen und zweiseitigen Riemannschen Mannigfaltigkeiten. Nach dem bei der Fundamentalabbildung sich ergebenden ζ-Raum unterschieden wir zwischen den elliptischen, parabolischen und hyperbolischen Mannigfaltigkeiten. Elliptische Mannigfaltigkeiten sind nur die geschlossene zweiseitige Mannigfaltigkeit $p = 0$ und die geschlossene einseitige Mannigfaltigkeit $p = 1$. Parabolische Mannigfaltigkeiten sind die Mannigfaltigkeiten $(A, 1, 0)$, $(B, 2, 0)$, $(A, 0, 2)$ mit zwei parabolischen Öffnungen, $(B, 1, 1)$ mit parabolischer Öffnung.

Indem wir als dritten Einteilungsgrund den Unterschied zwischen »geschlossen« und »offen« einführen, gelangen wir insbesondere bei den hyperbolischen Mannigfaltigkeiten zu drei Haupttypen. Hyperbolische Mannigfaltigkeiten des ersten Typus nennen wir die geschlossenen hyperbolischen Mannigfaltigkeiten, mit anderen Worten alle geschlossenen zweiseitigen Riemannschen Mannigfaltigkeiten, für die $p \geqq 2$ ist, und alle geschlossenen einseitigen Mannigfaltigkeiten, für die $p \geqq 3$ ist. Die betreffenden Fundamentalgruppen, die wir uns innerhalb des ζ-Einheitskreises als Fundamentalraum erklärt denken wollen, haben dann die Eigenschaft: es gibt eine Kreisfläche $|\zeta| \leqq q < 1$, so daß jeder Punkt ζ, für den $|\zeta| < 1$ ist, innerhalb des erwähnten kleineren Kreises einen äquivalenten Punkt besitzt. In der Triangulation des ζ-Raumes äußert sich dies in der Weise, daß es ein aus endlich vielen Parzellen gebildetes vollständiges System nichtäquivalenter Parzellen gibt.

Die offenen hyperbolischen Mannigfaltigkeiten teilen wir ein in uneigentlich offene (zweiter hyperbolischer Typus) und eigentlich offene (dritter hyperbolischer Typus), je nachdem die Fundamentalgruppe auf der Peripherie des Einheitskreises nicht mehr eigentlich diskon-

Digitized by Google

tinuierlich ist oder doch noch eigentlich diskontinuierlich ist. Letztere nennen wir auch (eigentlich) berandete hyperbolische RIEMANNsche Mannigfaltigkeiten. Die eigentliche Diskontinuität der Gruppe erstreckt sich bei diesen immer auf die ganze Peripherie des Einheitskreises, mit Ausnahme nur diskreter Punkte (d. h. niemals eines ganzen Intervalles). Die Anzahl dieser diskreten Punkte ist immer unendlich groß, außer in niederen Fällen, wo sie gleich 1 bzw. 2 ist. Durch einfache Betrachtungen ergibt sich, daß der erste Ausnahmefall nur eintritt für die Mannigfaltigkeiten $(A, 0, 2)$ mit einer hyperbolischen und einer parabolischen Öffnung (Fig. 13a), eine Mannigfaltigkeit, die mit der im Mittelpunkt punktierten Fläche des Einheitskreises äquivalent ist. Der zweite Ausnahmefall tritt nur ein für die Mannigfaltigkeiten vom Typus $(A, 0, 2)$ mit zwei hyperbolischen Öffnungen (Fig. 13b), sowie für die Mannigfaltigkeiten $(B, 1, 1)$ mit einer hyperbolischen Öffnung (Fig. 12b); in den Figuren 13a und 13b hat die Fundamentalgruppe je nur eine parabolische bzw. hyperbolische Erzeugende.

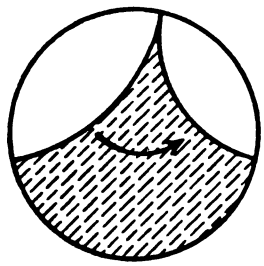


Fig. 13a. $(A, 0, 2.)$

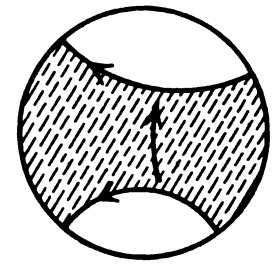


Fig. 13b. $(A, 0, 2.)$

Durch Bildung des Quotienten zweier konvergenten POINCARÉschen Reihen gleicher Dimensionen kann man bei eigentlich offenen einseitigen oder zweiseitigen RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten von der ζ-Ebene aus den Übergang zu einer evtl. diasymmetrischen gewöhnlichen RIEMANNschen Fläche machen, die genau soviel freie reguläre Berandung wie möglich hat. Hingegen kann man eine uneigentlich offene RIEMANNsche Mannigfaltigkeit auf keine Weise auf eine gewöhnliche RIEMANNsche Fläche mit einem freien regulären Randteile konform abbilden. (Vgl. hierzu §§ 38 und 39 der eingangs zitierten Abhandlung 3.)

III. Das Problem des absoluten Längenmaßes in RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten. Nichteuklidische Raumformen.

15. Sei M wiederum eine beliebig gegebene einseitige oder zweiseitige, geschlossene oder offene, endlich-vielfach oder unendlich-vielfach zusammenhängende RIEMANNsche Mannigfaltigkeit. Wir haben dann zu jeder Stelle P derselben eine zugehörende lokale komplexe Hilfsvariable τ (Ortsuniformisierende), deren schlichter Variabilitätsbereich eineindeutig konform auf eine Umgebung von P bezogen erscheint. Wir verlangen nunmehr die Bestimmung eines durchaus positiven (1), allenthalben stetig (2) und ein-

Digitized by Google

deutig veränderlichen (3), d. i. unverzweigten, ferner im Ganzen der Mannigfaltigkeit eindeutigen (4), an jeder Stelle von der Richtung unabhängigen (5) Linienelements $d\sigma$, bei dessen Zugrundelegung die M lokale freie Beweglichkeit (6) erhält und weiter, wenn sie offen ist, die Eigenschaft der Unendlichkeit (7) besitzt, die ihren Ausdruck darin findet, daß jede grenzstrebige Linie innerhalb der M unendliche Länge hat. Das gestellte Problem bezeichnen wir als Problem des absoluten Längenmaßes in einer beliebig gegebenen Riemannschen Mannigfaltigkeit. Jede mit einer so beschaffenen absoluten Längenmessung ausgestattete Riemannsche Mannigfaltigkeit nennen wir eine (zweidimensionale) nichteuklidische Raumform, wobei wir sogleich erwähnen, daß sich diese Längenmessung durch die Riemannsche Mannigfaltigkeit selbst wesentlich bestimmt erweisen wird.

Der Begriff der stetigen Veränderlichkeit usw. dieses Linienelements $d\sigma$ ist dabei so zu verstehen, daß $\frac{d\sigma}{ds}$, unter ds das Linienelement im Bereich der jeweiligen lokalen Hilfsveränderlichen τ verstanden ($ds = |d\tau|$), eine stetige Funktion des Ortes sein soll, die wir mit $Q(\tau)$ bezeichnen. Diese stetige Funktion soll außerdem überall positiv sein. Sie kann bei der hier bestehenden Auffassung selbstverständlich nicht als eine einheitlich fortzuführende stetige Funktion für die ganze Riemannsche Mannigfaltigkeit M vorgestellt werden. Vielmehr geschieht ihre Fortsetzung über die Mannigfaltigkeit hin sozusagen diskontinuierlich insofern, als zur vollständigen Durchlaufung der ganzen Mannigfaltigkeit M die Einführung — allgemein zu reden — unendlich vieler verschiedener lokaler Hilfsveränderlichen notwendig ist und der Übergang von der einen Variablen τ zu einer anderen, sozusagen benachbarten Variablen τ' sich nicht einfach in der Form einer direkten Werteüberpflanzung der Funktion $Q(\tau)$ darstellt, sondern vielmehr in Form einer solchen Überpflanzung unter gleichzeitiger Multiplikation mit der Größe $\frac{ds}{ds'} = \frac{|d\tau|}{|d\tau'|}$, d. i. einer ihrerseits durchaus positiven, stetig veränderlichen Größe.

Die Forderung der Unabhängigkeit des Quotienten $\frac{d\sigma}{ds}$ von der Richtung ist notwendig und hinreichend dafür, daß die absolut gemessene Riemannsche Mannigfaltigkeit im unendlich Kleinen euklidisch, oder wie wir auch sagen können, eben wird. In der Tat würde nämlich andernfalls ein infinitesimales gleichschenkliges Dreieck nicht mehr gleiche Basiswinkel besitzen.

Die Forderungen (1) bis (5) lassen sich offenbar auf unendlich mannigfaltige Weise durch ein $d\sigma$ erfüllen. Um die Aufgabe zu einer wesentlich bestimmten zu machen, dienen die Forderungen (6) und (7).

Die Forderung (6) der stetigen wohlbestimmten freien lokalen Beweglichkeit der Mannigfaltigkeit M fassen wir genauer folgendermaßen: Es soll möglich sein, um jeden Punkt P_0 derselben herum eine kleine Umgebung U_0 anzugeben, welche bei Zugrundelegung der gedachten Maßbestimmung eine stetige freie Beweglichkeit in beschränktem Umfange besitzt: und zwar soll es möglich sein, dieser Umgebung in der Mannigfaltigkeit M

Digitized by Google

bzw. in der τ-Ebene stetig im Sinne winkeltreuer und längentreuer Abbildung unendlich viele verschiedene Positionen zu geben, deren einzelne stets vorhanden und völlig bestimmt sein soll, wenn der Punkt P_0 und eine in demselben gegebene Anfangsrichtung einem beliebigen anderen genügend nahen Punkte P_1 und einer in demselben beliebig gegebenen Anfangsrichtung zugeordnet wird. Diese Möglichkeit soll für alle Punkte P_1 einer gewissen Umgebung des Punktes P_0 bestehen, welche man ohne Beschränkung des Grades der Allgemeinheit mit U_0 identisch annehmen kann. Die hiermit gesetzte Positionsveränderung soll dabei für das ganze bewegte Gebiet U_0 stetig erfolgen bei stetiger Veränderung des Punktes P_1 und der in ihm gegebenen Anfangsrichtung.

Was nun weiter die für offene Mannigfaltigkeiten gestellte Forderung (7) der Unendlichkeit der Mannigfaltigkeit M (Unendlichkeitspostulat) anbetrifft, so wird darunter folgendes verstanden: Zieht man von irgendeinem Punkte der Mannigfaltigkeit M aus eine Linie nach der Grenze der Mannigfaltigkeit hin, d. h. eine Linie, bei deren Durchlaufung man sich allmählich aus jedem noch so weit gegriffenen Teilbereich der Mannigfaltigkeit M definitiv entfernt, so soll deren Länge stets unendlich groß sein[1].

Daß die Forderungen (1) bis (6) bei offenen Mannigfaltigkeiten noch einen weiten Spielraum für das Linienelement lassen, bemerkt man sofort, wenn man beachtet, daß z. B. für die schlichte Kreisfläche $|\zeta| < 1$ als gegebener RIEMANNscher Mannigfaltigkeit alle drei Linienelemente $|d\zeta|$, $\frac{|d\zeta|}{1-|\zeta|^2}$, $\frac{|d\zeta|}{1+|\zeta|^2}$ diesen 6 Forderungen genügen. Dieselbe Bemerkung gilt überhaupt für jeden schlichten, beliebig-vielfach zusammenhängenden Bereich innerhalb des ζ-Einheitskreises der Ebene als gegebener RIEMANNscher Mannigfaltigkeit.

Weiter möge hier noch angemerkt werden, daß z. B. für geschlossene Mannigfaltigkeiten die Forderung der Eindeutigkeit des absoluten Linienelements für das Ganze der Mannigfaltigkeit durch die schwächere Forderung der Endlichvieldeutigkeit ersetzt werden kann, wenn nur die lokale Eindeutigkeit beibehalten wird. Dies folgt ohne weiteres aus der später einzuschlagenden Methode, wenn man nämlich beachtet, daß das absolute Linienelement, auch bei Voraussetzung seiner Endlichvieldeutigkeit im genannten Sinne, auf der einfach-zusammenhängenden Überlagerungsmannigfaltigkeit eindeutig wird und in dieser offenen Mannigfaltigkeit auch dem Unendlichkeitspostulat genügt. Letzteres insbesondere wird unten so bewiesen werden, daß an Stelle der Eindeutigkeitsbedingung sofort die Endlichvieldeutigkeitsbedingung treten kann.

Unter den gestellten Voraussetzungen (1) bis (7) behaupten wir nun, daß es bei allen Mannigfaltigkeiten, abgesehen von einer einfachen Modifikation bei der geschlossenen zweiseitigen Mannigfaltigkeit vom Geschlecht null,

[1] Die Bedingungen 1—7 drücken die Eigenart der nichteuklidischen Raumformen auf die zweckentsprechendste Weise aus. Die Frage der möglichen Reduktion dieser Bedingungen wird an dieser Stelle nicht erörtert.

Digitized by Google

wesentlich nur eine einzige den gestellten sieben Forderungen genügende Bestimmungsweise des Linienelements $d\sigma$ gibt.

16. Indem wir zur Analyse unserer Problemstellung übergehen, betrachten wir zunächst den Fall der geschlossenen zweiseitigen M vom Geschlechte null.

Wir machen hier zunächst einen Schluß von der lokalen beschränkten freien Beweglichkeit auf die freie Beweglichkeit der Mannigfaltigkeit M als Ganzes. Zu dem Zwecke wollen wir zunächst eine gewisse Ausdehnung der Beweglichkeitseigenschaften folgern.

Wir denken uns irgend zwei Punkte P_1 und P_2 der Mannigfaltigkeit M durch eine Linie L in der Mannigfaltigkeit miteinander verbunden. Diese Linie hat dann selbstverständlich eine endliche absolute Länge. Wir können sie als eine Linie mit stetiger Richtungsänderung ihrer Tangente (beurteilt auf Grund der Hilfsvariabeln τ) annehmen. Wir behaupten jetzt, daß es möglich ist, eine gewisse Umgebung U_1 von P_1 anzugeben, welche stetig in in der Mannigfaltigkeit M längs der Linie L fortbewegt werden kann, indem der Punkt P_1 nacheinander alle Positionen durchläuft, wobei gleichzeitig auch die Anfangsrichtung der Linie L die verschiedenen durch die Linie L vorgeschriebenen Änderungen erfährt. Es ist dies in der Tat eine leicht erkennbare Folge unserer oben vorausgesetzten lokalen freien Beweglichkeit. Auf Grund dieser Forderung sind wir zweifellos imstande, die Bewegung der Scheibe U_1 ein Stück längs der Linie L im bezeichneten Sinne auszuführen. Die Annahme nun, daß es auch bei genügender Verkleinerung der Scheibe nicht möglich wäre, über einen gewissen äußersten Punkt P_* auf der Linie L hinauszukommen, führt sofort auf einen Widerspruch mit der Forderung der freien lokalen Beweglichkeit, wenn wir die Umgebung U_* dieses gedachten äußersten Punktes P_* selbst jetzt in die Betrachtung einführen, eine Umgebung, welche ja ein gewisses Stück der Linie L vor P_* umschließt und damit die Möglichkeit einer Weiterführung der Bewegung bei hinreichender Verkleinerung des bewegten Mannigfaltigkeitsstückes gewährleistet.

Hiernach gibt es, wenn P_1 und P_2 irgend zwei Punkte der Mannigfaltigkeit M sind, stets eine längen- und winkeltreue Abbildung einer gewissen Umgebung von P_1 auf eine gewisse Umgebung von P_2. Diese Abbildung ist völlig bestimmt, wenn einem Richtungselement in P_1 ein Richtungselement in P_2 zugeordnet wird. Andernfalls würde man ja eine von der Identität verschiedene Bewegungsmöglichkeit einer Umgebung von P_2 haben, bei welcher der Punkt P_2 und alle Richtungen in ihm festbleiben.

Wir können jetzt in dem erhaltenen Resultat von der Vorstellung abstrahieren, daß die den Punkt P_1 in P_2 überführende Bewegung durch eine kontinuierliche Verschiebung erhalten werden kann. Wir sprechen nunmehr auch in diesem weiteren Sinne von einer den Punkt P_1 in P_2 überführenden Bewegung und behaupten weiter, daß jede derartige Bewegung sich notwendig als eineindeutige Bewegung für das Ganze der Mannigfaltigkeit M erklären läßt.

Um dies zu erkennen, genügt es, weil M einfach zusammenhängend ist, zu zeigen, daß eine Bewegungstransformation, die etwa P_1 in P_2 überführt,

Digitized by Google

sich notwendig in eindeutig bestimmter Weise mit dem Charakter einer Bewegungstransformation längs jeder Linie in M fortsetzt. Sei l_1 eine den Punkt P_1 mit einem Punkt P_1' verbindende Linie. Wird angenommen, daß auf derselben ein Grenzpunkt P_1^* auftritt, über welchen hinaus die Bewegungstransformation nicht fortgesetzt werden könnte, so wird dem Stück l_1^* der Linie l_1 von P_1 bis P_1^* ein Linienstück l_2^* von P_2 bis P_2^* entsprechen. In der Tat muß ja die Linie l_2^* als längentreues Bild der Linie l_1^* eine Linie endlicher Länge sein. Die Linie muß daher wegen der Positivität des Linienelements $d\sigma$ auf der ganzen geschlossenen Mannigfaltigkeit M notwendig in einem bestimmten Punkte, nämlich dem oben mit P_2^* bezeichneten Punkte endigen. Wir betrachten nunmehr eine nach früheren Entwicklungen sicher vorhandene Umgebung U_1^* des Punktes P_1^*, welche durch eine Bewegungstransformation in eine Umgebung U_2^* des Punktes P_2^* übertragbar ist, wobei die Punkte P_1^* und P_2^* einander entsprechen sollen. Wir sind in der Lage, die beiden Umgebungen U_1^* und U_2^* jede von ihrer Stelle zu bewegen, so daß der Punkt P_1^* in einen Punkt $\dot{P}_1$ der Linie l_1^* unmittelbar vor P_1^*, der Punkt P_2^* in einen Punkt $\dot{P}_2$ der Linie l_2^* unmittelbar vor P_2^* übergeht, und daß gleichzeitig in $\dot{P}_1$ und $\dot{P}_2$ dieselben Richtungen einander entsprechen, die sich an dieser Stelle bei der zu untersuchenden Bewegungstransformation entsprechen. Sind diese Verschiebungen der Umgebungen U_1^* in $\dot{U}_1$ und U_2^* in $\dot{U}_2$ vorgenommen, so wird nunmehr diejenige Bewegungstransformation, welche $\dot{U}_1$ in $\dot{U}_2$ überführt, wegen der Übereinstimmung der erwähnten Anfangsbedingungen in den Punkten $\dot{P}_1$ und $\dot{P}_2$, überhaupt identisch sein müssen mit der zu untersuchenden Bewegungstransformation. Damit aber ist die Fortsetzung dieser letzteren Bewegungstransformation über die Punkte P_1^* und P_2^* hinaus geleistet.

17. Wir machen nunmehr zur Lösung unseres Problems der Bestimmung des absoluten Linienelements $d\sigma$ im betrachteten Falle Gebrauch von dem Fundamentalsatze der konformen Abbildung. Nach diesem Satze ist es möglich, die RIEMANNsche Mannigfaltigkeit M mit ihrem zu bestimmenden Linienelement $d\sigma$ eineindeutig konform auf die schlichte volle Ebene (ζ-Ebene) zu übertragen. Nach dieser Übertragung haben wir für die vollständige schlichte ζ-Ebene als nunmehr zugrunde liegend zu denkender RIEMANNscher Mannigfaltigkeit die Größe $d\sigma$ zu bestimmen, den alten Bedingungen entsprechend. In der ζ-Ebene tritt nun die wesentliche Vereinfachung auf, daß sämtliche Bewegungstransformationen, als eineindeutige konforme Abbildungen der vollen ζ-Ebene auf sich selbst, durch lineare Transformationen dargestellt werden.

Wir behaupten weiter, daß jede Bewegung durch eine elliptische Substitution dargestellt wird. Dazu müssen wir die parabolischen, hyperbolischen und loxodromischen Substitutionen ausschließen. Eine parabolische Substitution hat einen Fixpunkt und in diesem gehen alle Richtungen einzeln in sich über. Diese Eigenschaft kann aber eine Bewegung ihrer Einführung gemäß nur dann haben, wenn sie mit der identischen Transformation zusammen-

Digitized by Google

fällt. Betrachten wir andrerseits eine hyperbolische oder loxodromische Substitution, so haben dieselben je zwei Fixpunkte, und in denselben ist das Vergrößerungsverhältnis bei der Abbildung sicher von 1 verschieden. Bei einer Bewegung müßte es jedoch, wegen der Erhaltung der Längen, den Wert 1 haben. Es kommen also nur die elliptischen Substitutionen als Bewegungstransformationen in Frage.

Die zu einem vorgestellten, allen Bedingungen genügenden Linienelement $d\sigma$ der ζ-Vollebene gehörende Gesamtheit von Bewegungen wird nun jedenfalls eine Gruppe G bilden müssen. Wir haben also alle zulässigen Gruppen elliptischer Substitutionen zu bestimmen.

Dazu machen wir zunächst die Bemerkung, daß diejenigen Bewegungen der ζ-Ebene, welche man erhält, indem man irgendeinen Punkt der Ebene festläßt, den zu diesem Punkte gehörenden Richtungsstern jedoch um einen bestimmten Winkel drehen, alle einen und denselben zweiten, von ersterem verschiedenen Punkt der ζ-Ebene festlassen müssen; daß sich also die betreffenden Substitutionen einfach als eine Gesamtheit linearer elliptischer Substitutionen mit einem und demselben Paar von Fixpunkten darstellen. Dies ergibt sich daraus, daß die gedachte Gesamtheit von Bewegungen für sich eine Untergruppe bildet und daß nun je zwei Bewegungen, deren zugehörende Drehwinkel in einem rationalen Verhältnis stehen, beide durch wiederholte Ausführung einer und derselben Drehbewegung mit einem kleineren Winkel gefunden werden können und folglich dasselbe Fixpunktpaar wie jene letztere Drehung haben müssen; daß andrerseits zwei Drehungen mit irrationalem Verhältnis der Drehwinkel durch Drehungen mit rationalem Verhältnis der Drehwinkel beliebig approximiert werden können.

Nunmehr betrachten wir speziell diejenigen Bewegungen der ζ-Ebene, welche den unendlich fernen Punkt festlassen. Diese lassen nach dem Vorhergehenden noch einen endlichen Punkt ζ_0 fest und werden daher dargestellt in der Form:

$$\zeta' - \zeta_0 = \alpha\,(\zeta - \zeta_0). \qquad (|\alpha| = 1)$$

Diese nichteuklidischen Bewegungen der ζ-Ebene sind mithin nichts anderes als die euklidischen Drehungen der ζ-Ebene mit dem Punkt ζ_0 als Fixpunkt. Da nun die einzelnen Punkte der ζ-Ebene hierbei auf konzentrischen Kreisen mit dem Punkte ζ_0 als Mittelpunkt (Kreissystem Σ_0) bewegt werden, deren je zwei benachbarte Kreise bei ihrer Durchlaufung keine relative Abstandsänderung aufweisen, so ergibt sich jetzt, daß das Linienelement $d\sigma$ oder, besser gesagt, die Größe $\frac{d\sigma}{|d\zeta|}$ eine nur von ρ, d. i. dem Abstand des Punktes ζ vom Punkte ζ_0 abhängende stetige Funktion $Q(\zeta)$ sein muß.

Zur näheren Bestimmung der Funktion $Q(\zeta)$ und der vollständigen Gruppe G fixieren wir jetzt einen von ζ_0 verschiedenen endlichen Punkt ζ_1 und suchen die ζ_1 festlassenden Bewegungen zu ermitteln. Es sei ζ_1' der zu ζ_1 hinzutretende zweite elliptische Fixpunkt. Es ist klar, daß derselbe von ζ_0 und ∞ verschieden sein muß. Wir behaupten, daß er auf der Verlängerung der Verbindungsstrecke $\overline{\zeta_1 \zeta_0}$ liegen muß. Zu den Punkten ζ_1 und ζ_1' gehört nämlich eine bestimmte hyper-

Digitized by Google

bolische Kreisschar Σ_1, nämlich das System der Bahnkurven für die elliptischen Substitutionen mit ζ_1 und ζ_1' als Fixpunkten. Die längs zwei einander unendlich benachbarten Kreisen dieser Kreisschar stattfindende relative Breitenänderung des durch jene beiden Kreise bestimmten infinitesimalen Kreisringes gibt wiederum die relative Änderung der Größe von $d\sigma$ an, d. h. es verhalten sich an zwei verschiedenen Stellen ζ' und ζ'' jener Kreise die Werte $Q(\zeta')$ und $Q(\zeta'')$ umgekehrt wie die Ringbreiten $\delta\beta'$ und $\delta\beta''$ an den genannten Stellen. Nun bemerkt man, daß das Verhältnis $\frac{\delta\beta'}{\delta\beta''}$ dann und nur dann den Wert 1 annimmt, wenn ζ' und ζ'' spiegelbildlich symmetrisch zur Verbindungslinie $\overline{\zeta_1\zeta_1'}$ liegen. Diese Tatsache läßt sich mit der Konstanz der Funktion $Q(\zeta)$ längs den Kreisen des Systems Σ_0 nur so in Einklang bringen, daß man annimmt, die Gerade $\overline{\zeta_1\zeta_1'}$ gehe durch den Punkt ζ_0 hindurch.

Es muß nun aber weiter der Punkt ζ_0 notwendig zwischen ζ_1 und ζ_1' liegen. Andernfalls würde nämlich ein Kreis K des Systems Σ_0 existieren, welcher zugleich dem System Σ_1 angehört. Das würde aber insofern einen Widerspruch mit sich bringen, als dann nach der einen Auffassung längs K die Funktion $Q(\zeta)$ konstant wäre, nach der andern jedoch einer tatsächlichen Veränderung unterworfen.

Die im vorhergehenden gefundene relative Veränderung der Funktion $Q(\zeta)$ längs den Kreisen des Systems Σ_1 ist nun ausreichend, um die Funktion $Q(\zeta)$, von der wir bereits wissen, daß sie nur von der Abstandsgröße ρ abhängt, vollständig zu ermitteln, abgesehen von einer beliebig verfügbar bleibenden multiplikativen, positiven, reellen Konstanten.

Die Fixpunktpaare (ζ_0, ∞) und (ζ_1, ζ_1') liegen, wie wir sahen, auf einer Geraden, und zwar verschränkt. Diese Erkenntnis bedeutet, nach dem Sinne unserer Methode, daß ganz allgemein zwei Fixpunktpaare (ζ_1, ζ_1') und (ζ_2, ζ_2') auf einem Kreise bzw. einer Geraden liegen, und zwar verschränkt. Das ergibt die Relation

$$|\zeta_1-\zeta_0|\cdot|\zeta_1'-\zeta_0| = |\zeta_2-\zeta_0|\cdot|\zeta_2'-\zeta_0| = p^2 = \text{const.}$$

Wählen wir insbesondere $|\zeta_1-\zeta_0| = p$, so findet sich $|\zeta_1'-\zeta_0| = p$. Die zu dem Spezialpaare (ζ_1, ζ_1') gehörende elliptische Drehgruppe vermittelt auf der durch ζ_0 senkrecht zur Verbindungsstrecke $\overline{\zeta_0\zeta_1}$ gelegten Geraden eine sofort zu übersehende Veränderung des Linienelements in der Weise, daß entsprechende Linienelemente auf der erwähnten Senkrechten, von ζ_1 aus gesehen, stets unter gleichem Winkel erscheinen. Da nun, wie wir sahen, $\frac{d\sigma}{|d\zeta|}$ nur von ρ abhängt, ergibt sich jetzt

$$d\sigma = C\frac{|d\zeta|}{1+\frac{\rho^2}{p^2}},$$

unter C eine positive reelle Konstante verstanden, die nur eine unwesentliche immanente Maßstabsänderung bedeutet.

Digitized by Google

Im ganzen gibt es also ∞^3 wesentlich verschiedene Linienelemente der verlangten Art, weil der Punkt ζ_0 in der ζ-Ebene und die Größe p frei wählbar bleiben. Läßt man an Stelle der ζ-Ebene die mit ihr äquivalente Vollkugelfläche treten, so ergibt sich, daß die sämtlichen Linienelemente $d\sigma$ gebildet werden von dem euklidischen Linienelement auf der Kugel und seinen durch lineare (konforme) Transformationen der Kugel in sich entstehenden Verpflanzungen. Diese können auch geometrisch gedeutet werden als die, von einem beliebigen festen Punkte innerhalb der Kugelfläche aus bestimmten scheinbaren Winkel der euklidischen Linienelemente der Kugel, sofern diese Linienelemente nicht durch gerade Linien vom genannten festen Punkte aus, sondern durch Orthogonalkreisbögen projiziert werden. Bei dieser Deutung der Linienelemente ist die Konstante C so normiert worden, daß der absolute Gesamtflächeninhalt der Mannigfaltigkeit gleich 4π wird. Die Maßzahl des absoluten Flächeninhalts eines Teiles der Mannigfaltigkeit wird dabei definiert gedacht durch die Integration der Maßzahlen der absoluten Inhalte der Flächenelemente dieses Teiles. Die absolute Maßzahl $d\omega$ eines Flächenelements andererseits ist so zu bestimmen, daß sie für ein infinitesimales Rechteck, gemäß dem Postulat der Ebenheit im unendlich Kleinen, durch das Produkt der absoluten Maßzahlen der Seitenlängen dargestellt wird. Das ist bei der Form

$$d\sigma = Q \cdot |d\tau|$$

des absoluten Linienelements nur in der Gestalt

$$d\omega = Q^2 d\mathrm{o}$$

möglich, wenn mit $d\mathrm{o}$ die Maßzahl des gewöhnlich gemessenen Flächenelements in der τ-Ebene bezeichnet wird.

Die erwähnte Normierung der verfügbaren Konstanten kann auch durch die Bestimmung charakterisiert werden, daß die absolute Länge einer geodätischen Linie, die ja nun immer geschlossen ausfällt, gleich 2π wird, oder durch die Bestimmung, daß der absolute Flächeninhalt eines geodätischen Dreiecks durch seinen sphärischen Exzeß genau dargestellt wird.

18. Betrachten wir nunmehr eine einseitige Riemannsche Mannigfaltigkeit M vom Geschlecht $p = 1$. Alsdann wird das zu bestimmende Linienelement $d\sigma$ in der unmittelbar gegebenen Übertragung auf die zugehörende zweiseitige $\widetilde{M}$ vom Geschlecht 0 für diese offenbar alle Grundeigenschaften eines zu $\widetilde{M}$ selbst gehörenden absoluten Linienelements haben. Aber nicht jedes absolute Linienelement von $\widetilde{M}$ ist auch ein solches für M; vielmehr muß die Forderung hinzutreten, daß es für je zwei zusammengehörende Linienelemente der jetzt diametralsymmetrisch aufzufassenden $\widetilde{M}$ gleich ausfallen muß. Denken wir uns nun die $\widetilde{M}$ durch eine Kugelfläche dargestellt und in dieser Darstellung die M selbst durch diese Kugel bei diametraler Zuordnung im gewöhnlichen Sinne, was keine Einschränkung ist, so erkennen wir sofort, daß nur der vom Mittelpunkt der Kugel aus bestimmte scheinbare Winkel als Linienelement jetzt brauchbar ist. Es gehört demnach zu M nunmehr nur ein einziges absolut normiertes Linienelement. Dabei wird die

Digitized by Google

Länge einer geschlossenen geodätischen Linie gleich π, der Gesamtflächeninhalt gleich 2π.

19. Für die Behandlung der weiteren Mannigfaltigkeiten ist, da dieselben bei der Fundamentalabbildung stets auf einen offenen ζ-Raum führen (Kreisfläche, evtl. im Unendlichen punktierte Ebene), erforderlich, daß wir zunächst die gestellte Aufgabe für die offenen einfach zusammenhängenden Mannigfaltigkeiten selbst lösen.

Da bemerken wir zuvörderst, daß die Entwicklungen der Nummer (16) ohne weiteres übertragbar sind; es gibt also stets eine Bewegungstransformation, die eine genügend klein gewählte Umgebung U_1 eines beliebigen Punktes P_1 der M in eine Umgebung U_2 eines beliebig gewählten Punktes P_2 der Mannigfaltigkeit transformiert, und zwar so, daß ein in P_1 gegebenes Richtungselement in ein beliebig vorgegebenes Richtungselement in P_2 übergeht. Nach dieser Normierung ist die Transformation eindeutig bestimmt. Ferner ergibt sich bei Beachtung des Unendlichkeitspostulates, daß jede derartige Transformation längs einer beliebigen, von P_1 nach einem beliebigen anderen Punkt P_1' der Mannigfaltigkeit führenden Linie l_1 eindeutig und singularitätenfrei mit dem Charakter einer winkel- und längentreuen Abbildung fortgesetzt werden kann. Daraus folgt, daß jede Bewegungstransformation eine eineindeutige konforme Abbildung der Mannigfaltigkeit in sich vermittelt, mithin im ζ-Raum durch eine lineare Transformation dargestellt wird.

Haben wir es nun mit einer einfach zusammenhängenden hyperbolischen Mannigfaltigkeit zu tun, so wird $|\zeta| < 1$ der zu betrachtende ζ-Raum. Eine lineare Transformation der Einheitskreisfläche in sich, die den Punkt $\zeta = 0$ in einen Punkt ζ_0 innerhalb des Einheitskreises überführt, liefert das Vergrößerungsverhältnis $1 - |\zeta_0|^2$ für $\zeta = 0$. Daraus folgt sofort, daß das Linienelement die Form

$$d\sigma = C \frac{2\, d|\zeta|}{1 - |\zeta|^2} = C \cdot d\tilde{\sigma}$$

haben muß, wobei C eine frei wählbare positive Konstante ist, deren Abänderung nur eine immanente Maßstabsänderung der absoluten Messung bedeutet.

Wir normieren $C = 1$, setzen also

$$d\sigma = d\tilde{\sigma}$$

und erreichen dadurch, daß die Maßzahl des Inhalts jedes geodätischen Dreiecks gerade durch seinen pseudosphärischen Defekt $(\pi - \alpha - \beta - \gamma)$ gegeben wird, was man am bequemsten ausrechnet, indem man an Stelle der ζ-Einheitsfläche eine obere ζ'-Halbebene ($\zeta' = \xi' + i\eta'$) treten läßt, wo dann, wie die Doppelverhältnisbedeutung des Linienelements $d\tilde{\sigma}$ sofort erkennen läßt, dieses die Gestalt erhält

$$d\tilde{\sigma} = \frac{|d\zeta'|}{\eta'}$$

Digitized by Google

und die Flächeninhaltsgröße $\iint \frac{d\xi' d\eta'}{\eta'^2}$ bequem nach Elementarstreifen parallel der Achse des Imaginären integriert werden kann. Die Größe $\frac{d\xi'}{\eta'}$ des dabei gewonnenen Randintegrals läßt sich als scheinbare Größe des betreffenden Bogenelementes, vom Mittelpunkte des betreffenden Orthogonalkreises aus gesehen, geometrisch deuten.

Handelt es sich andererseits um die parabolische einfach zusammenhängende Mannigfaltigkeit, wo dann als ζ-Raum die ganze Ebene auftritt, so kommen nur ganze lineare Transformationen $\alpha\zeta + \beta$ in Betracht, und zwar muß für dieselben $|\alpha| = 1$ sein, weil andernfalls ein endlicher Fixpunkt auftreten würde, in welchem das Vergrößerungsverhältnis der Transformation von 1 verschieden wäre, so daß ein Widerspruch gegen die Unabhängigkeit des absoluten Linienelements von der Richtung vorläge.

Nachdem erkannt ist, daß die Bewegungstransformationen sich als die gewöhnlichen euklidischen Bewegungen der ζ-Ebene darstellen, finden wir nunmehr, daß das Linienelement $d\sigma$ in der Übertragung auf die ζ-Ebene die Gestalt gewinnt

$$d\sigma = C \cdot |d\zeta|.$$

Eine immanent ausgezeichnete Normierung des Linienelements ist jetzt offenbar nicht möglich. Man kann natürlich eine willkürliche Normierung treffen, z. B. dadurch, daß man dem geodätischen Abstande zweier gewählter Punkte der Mannigfaltigkeit die Maßzahl 1 beilegt, d. h. diese Abstandsgröße selbst als Maßeinheit wählt.

20. Wir behandeln weiter die geschlossenen zweiseitigen Mannigfaltigkeiten vom Geschlechte 1. Man sieht sofort, daß die Entwicklung der Nummer 16 über die Erweiterung der vorausgesetzten lokalen Beweglichkeit zur Beweglichkeit kleinerer Teile über die ganze Mannigfaltigkeit M hin keine Übertragungsschwierigkeiten auf den gegenwärtigen Fall darbietet. Nicht zulässig ist hingegen der Schluß, daß eine einzelne derartige Bewegung sich als eine eineindeutige Bewegung der Mannigfaltigkeit als Ganzes auffassen läßt.

Wir machen nun die Fundamentalabbildung der Mannigfaltigkeit M auf die im unendlich fernen Punkte punktierte ζ-Ebene. Das Linienelement $d\sigma$ denken wir uns in die ζ-Ebene überpflanzt, wobei es sich in zweifach periodischer Wiederholung darbietet. Für dieses Linienelement, als Linienelement der punktierten ζ-Ebene, sind nun alle unsere allgemeinen Forderungen erfüllt, insbesondere auch das für offene Mannigfaltigkeiten zu fordernde Unendlichkeitspostulat, wie sich aus der Periodizität des übertragenen Linienelements ergibt. In der Tat hat ja $\frac{d\sigma}{|d\zeta|}$, wegen der periodischen Wiederholung, offenbar ein von null verschiedenes Minimum m, daher die Länge einer jeden, nach dem Unendlichen der ζ-Ebene zustrebenden Linie nicht nur im gewöhnlichen Sinne, sondern auch im gedachten absoluten Sinne unendlich wird.

Digitized by Google

Damit ist die Betrachtung auf den Fall der offenen parabolischen, einfach zusammenhängenden Mannigfaltigkeit zurückgeführt. Für diese fand sich als allgemeine Form des Linienelements

$$d\sigma = C \cdot |d\zeta|,$$

unter C eine beliebig wählbare positive reelle Konstante verstanden. Die Konstante C bedeutet hierbei nur eine zulässige immanente Maßstabsänderung. Sie kann durch die Bestimmung normiert werden, daß der absolute Gesamtflächeninhalt der Mannigfaltigkeit gleich 2 werden soll.

Es sei nun M eine geschlossene einseitige Mannigfaltigkeit vom Geschlecht $p = 2$. Dann ist die zugehörende $\widetilde{M}$ vom Geschlecht $p = 1$. Das absolute Linienelement der M überpflanzt sich ohne weiteres in das absolute Linienelement der $\widetilde{M}$. Beim Übergang zur ζ-Ebene gewinnen wir wieder

$$d\sigma = C \cdot |d\zeta|$$

als allgemeine Lösung. Eine immanente invariante Normierung gelingt nun durch die Forderung, daß der absolute Gesamtflächeninhalt der M die Maßzahl 1 erhalten soll, was für die $\widetilde{M}$ wieder die Normierung des Gesamtflächeninhalts auf 2 bedeutet.

21. Ist die Mannigfaltigkeit M eine geschlossene zweiseitige Mannigfaltigkeit vom Geschlecht $p \geq 2$, so findet die Fundamentalabbildung und Übertragung des Linienelements $d\sigma$ auf die Fläche innerhalb des ζ-Einheitskreises statt, wobei sich Automorphismus desselben gegenüber der gewonnenen Fundamentalgruppe ergibt, d. h. zu je zwei gewöhnlichen, vermöge der Fundamentalgruppe äquivalenten Linienelementen $|d\zeta|$ gehört das gleiche absolute Linienelement. Das übertragene absolute Linienelement ist nun aber nichts anderes als das zum Innern des Einheitskreises als gegeben zu denkender RIEMANNscher Mannigfaltigkeit gehörende oben bestimmte absolute Linienelement. Um dies zu erkennen, haben wir nur nachzusehen, ob das übertragene Linienelement dem Unendlichkeitspostulat genügt. Dazu beachten wir, daß für das ganze Innere des Einheitskreises der Quotient $\frac{d\sigma}{d\tilde{\sigma}}$ ein Minimum m hat, wenn mit $d\tilde{\sigma}$ das Linienelement

$$d\tilde{\sigma} = 2\,\frac{|d\zeta|}{1-\rho^2}, \quad (|\zeta| = \rho)$$

bezeichnet wird. In der Tat ist ja das Linienelement $d\tilde{\sigma}$ gegenüber jeder linearen Transformation, die das Innere des ζ-Einheitskreises in sich überführt, invariant, mithin auch gegenüber der betrachteten Fundamentalgruppe. Folglich ist $\frac{d\sigma}{d\tilde{\sigma}}$ eine reelle positive automorphe Funktion, die darum in dem zu betrachtenden Fundamentalbereich ein Minimum hat, das für die ganze Kreisfläche $|\zeta| < 1$ gilt. Denken wir nun eine beliebige grenzstrebige Linie

Digitized by Google

innerhalb des ζ-Einheitskreises, etwa vom Nullpunkt aus gezogen, so ist klar, daß deren Länge L größer ist als $m \cdot 2 \int_0^1 \frac{d\varrho}{1-\varrho^2}$, also unendlich.

Durch die vorstehende Betrachtung hat sich ergeben, daß das in die ζ-Ebene übertragene Linienelement $d\sigma$ alle Eigenschaften des zu der Fläche $|\zeta| < 1$ als Riemannscher Mannigfaltigkeit gehörenden absoluten Linienelements besitzt. Wie wir aber sahen, kann dieses Linienelement nur die Form haben

$$d\sigma = C \cdot d\tilde{\sigma} = C \cdot \frac{2|d\zeta|}{1-|\zeta|^2}.$$

Indem wir den Faktor C gleich 1 wählen, ist dann das absolute Linienelement der betrachteten Mannigfaltigkeit immanent normiert, und zwar so, daß der absolute Flächeninhalt eines geodätischen Dreiecks durch den Defekt $(\pi - \alpha - \beta - \gamma)$ dargestellt wird und entsprechend der Gesamtflächeninhalt der geschlossenen Mannigfaltigkeit die Größe $4(p-1)\cdot\pi$ hat.

22. Haben wir es mit einer einseitigen geschlossenen Mannigfaltigkeit M mit $p \geq 3$ zu tun, so ist für die zugehörende zweiseitige $\widetilde{M}$ $p \geqq 2$. Das zu M gehörende $d\sigma$ überträgt sich in das zu $\widetilde{M}$ gehörende absolute Linienelement. Letzteres nimmt, auf den ζ-Einheitskreis übertragen, die normierte Form $d\tilde{\sigma}$ an und liefert, auf die M übertragen, ein Linienelement, das von selbst auf M eindeutig ausfällt. Die getroffene Normierung äußert sich auch in der Weise, daß der Gesamtflächeninhalt der Mannigfaltigkeit die Maßzahl $2(p-2)\cdot\pi$ erhält. Das ist die Hälfte des zu $\widetilde{M}$ gehörenden absoluten Gesamtflächeninhalts.

23. Nunmehr werde irgendeine zweiseitige oder einseitige offene Riemannsche Mannigfaltigkeit M endlichen oder unendlich hohen Zusammenhanges betrachtet.

Alsdann kommen wir, wie schon in Nr. 19, nicht durch ohne Hinzunahme des Unendlichkeitspostulats (7). Es hat wieder keine Schwierigkeit zu zeigen, daß man stets eine Bewegungstransformation angeben kann, die einen beliebigen Punkt P_1 der Mannigfaltigkeit mit einer gewissen hinreichend klein gewählten Umgebung desselben überführt in einen beliebigen andern Punkt P_2 mit entsprechender Umgebung. Um aber, wie oben bei den geschlossenen Mannigfaltigkeiten, nachzuweisen, daß die so bestimmte Bewegungstransformation sich mit dem Charakter einer solchen durchaus grenzstellenfrei in der Mannigfaltigkeit M fortsetzen läßt, wird jenes Postulat unentbehrlich. Wir verfolgen den Punkt P_1 längs irgendeiner Linie l_1, wie oben in Nummer 16, welche Linie vom Punkte P_1 nach einem Punkte P_1' hinführt. Nun wird wieder die Annahme gemacht, daß es einen Grenzpunkt P_1^* auf dieser Linie gebe. Es kommt dann darauf an, festzustellen, daß das Bild des Linienstückes l_1' vom Punkte P_1 bis zum Punkte P_1^* wieder ein Linienstück l_2^* ist, welches in einem bestimmten Punkte P_2^* im Innern der Mannigfaltigkeit endigt.

Dazu nehmen wir an, es sei nicht so. Dann sind zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder das Linienstück l_2^* bleibt in einem gewissen inneren Teil-

Digitized by Google

bereich der Mannigfaltigkeit M. welcher durch endlich viele Hauptschnitte nach außen hin abgegrenzt ist. In diesem Falle würde wegen der nunmehr für den betrachteten Teilbereich existierenden unteren Schranke für die positive Funktion $Q(\tau)$ und wegen der Endlichkeit der absolut gemessenen Länge der Linie l_2^* nichts anderes übrigbleiben, als daß l_2^* doch in einem bestimmten Punkte P_2^* innerhalb des gedachten Teilbereichs endigt. Hat jedoch die Linie l_2^* die Eigentümlichkeit, aus jedem noch so weit gewählten Teilbereich herauszutreten, so sind wiederum zwei Fälle zu unterscheiden. Erstens der Fall, daß sie sich in ihrem Verlauf mit Bestimmheit der Grenze der Mannigfaltigkeit nähert, d. h. daß sie einmal definitiv aus jedem beliebig gewählten Teilbereich der Mannigfaltigkeit heraustritt. In diesem Falle hätten wir einen unmittelbaren Widerspruch gegen das Unendlichkeitspostulat. Zweitens der Fall, daß die Linie sich in ihrem Verlaufe der Grenze der Mannigfaltigkeit beliebig nähert, aber unbestimmt, d. h. daß man einen Teilbereich angeben kann, in welchen sie bei ihrem Verlaufe immer wieder zurückkehrt. Ist dies der Fall, so ist evident, daß man ein von zwei dicht nebeneinander herlaufenden durch Deformation ineinander überführbaren Hauptschnitten abgegrenztes zweifach zusammenhängendes Stück von der Mannigfaltigkeit M angeben kann, welches von unendlich vielen verschiedenen Stücken der Linie l_2^* durchquert wird, indem jedes dieser Linienstücke eine Verbindung zwischen den beiden Begrenzungslinien des erwähnten Stückes herstellt. Nun hat aber offenbar jedes derartige verbindende Linienstück eine absolute Länge, die oberhalb einer gewissen, von null verschiedenen positiven Schranke bleibt. Daraus würde also jetzt die Unendlichkeit der Länge der Linie l_2^* folgen, während diese Länge doch endlich ist.

Nunmehr kann wieder wie oben verfahren werden. Man macht die Fundamentalabbildung der Mannigfaltigkeit, sei es auf die punktierte ζ-Ebene, sei es auf die Einheitskreisfläche, und gewinnt dort die alte Bewegungsgruppe und die alte Form des nichteuklidischen Linienelements, nämlich

$$d\sigma = C\,|\,d\zeta\,| \text{ bzw. } d\sigma = C\,\frac{2\,|\,d\zeta\,|}{1-|\,\zeta\,|^2}.$$

Ist die Mannigfaltigkeit M eine hyperbolische, so wird man wieder $d\sigma = d\tilde{\sigma} = \frac{2\,|\,d\zeta\,|}{1-|\,\zeta\,|^2}$ immanent normieren, d. h. so, daß die Maßzahl des Flächeninhalts eines geodätischen Dreiecks unmittelbar durch den Defekt angegeben wird. Ist die M parabolisch, so handelt es sich entweder um die zweiseitige M vom topologischen Typus $(A, 0, 2)$ mit zwei parabolischen Öffnungen (der Fall der einfach zusammenhängenden, offenen, parabolischen Mannigfaltigkeit wurde schon in Nr. 19 behandelt), oder aber um eine einseitige M vom Typus $(B, 1, 1)$ mit parabolischer Öffnung.

Liegt der erste Fall vor, so ist die Mannigfaltigkeit eineindeutig auf die schlichte, zweifach ausgeartete Ringfläche $0 < |\,Z\,| < \infty$ konform übertragbar. Alsdann kann man eine immanente Normierung durch die Vorschrift geben, daß der Umfang jedes Kreises $|\,Z\,| = \text{const.}$ die Länge 2π bekommt. Diesen Kreisen

Digitized by Google

entsprechen auf der Mannigfaltigkeit offenbar die geschlossenen geodätischen Linien der Mannigfaltigkeit.

Liegt der andere Fall vor, so ist die zugehörende $\widetilde{M}$ eine Mannigfaltigkeit des soeben betrachteten Typus. Die M besitzt dann eine einzige in sich zurücklaufende geodätische Linie, die in der ζ-Ebene durch die Gleitgerade der die Fundamentalgruppe erzeugenden Gleitspiegelung dargestellt wird. Man kann nun eine immanente invariante Normierung durch die Bestimmung geben, daß die Längenmaßzahl dieser Linie π werden soll.

24. Durch die vorstehenden Untersuchungen hat sich ergeben, daß es nur eine einzige Riemannsche Mannigfaltigkeit gibt, die keine invariante immanente Normierung des absoluten Linienelements zuläßt; das ist die zweiseitige, einfach zusammenhängende parabolische Mannigfaltigkeit, die nach dem Fundamentalsatze der konformen Abbildung mit der euklidischen Ebene konform äquivalent ist. Dabei möge auch daran erinnert werden, daß wir bei den geschlossenen zweiseitigen Riemannschen Mannigfaltigkeiten vom Geschlecht null ∞^3 tatsächlich verschiedene immanent normierte absolute Linienelemente erhielten. Diese normierten Linienelemente gingen übrigens mit ihrer Normierung auseinander hervor durch die $2 \cdot \infty^6$ eineindeutig konformen Transformationen dieser Mannigfaltigkeit in sich. Dabei liefern stets $2 \cdot \infty^3$ Transformationen dasselbe absolut normierte Linienelement. Mit Bezug auf die Kugelfläche als Repräsentantin der Mannigfaltigkeit stellen sich die letzteren Transformationen als diejenigen direkten bzw. indirekten Kugelverwandtschaften des Raumes dar, die einen festen Punkt innerhalb der Kugel in einen anderen fest gewählten Punkt innerhalb der Kugel überführen.

Ausgegeben am 31. Oktober.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXIV. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 28. Juli.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Planck.

1. Hr. Schmidt las über: Die Differentialgleichung der schwingenden Seite und verwandte Differential- und Integralgleichungen.

Die Eindeutigkeit der Lösung unter den gewöhnlichen Grenzbedingungen wird durch ein vom üblichen abweichendes Verfahren bewiesen, das einer weiteren Ausdehnung fähig ist.

2. Vorgelegt wurde der 44. Faszikel der mit Unterstützung der Akademie erschienenen »Opuscula Ichneumonologica«, hrsg. von Prof. Dr. Otto Schmiedeknecht (Blankenburg i. Thür. 1927).

Ausgegeben am 31. Oktober.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

Digitized by Google

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXV. Gesamtsitzung. 20. Oktober.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

1. Hr. Hahn sprach über das Protactinium als radioaktives und als chemisches Element. (Ersch. später.)

Das Protactinium, das Element mit der Ordnungszahl 91, ist außer dem Radium das einzige stark radioaktive Element, das in auch dem Chemiker zugänglichen Mengen in der Natur vorkommt. Wie groß diese Mengen sind, läßt sich aus der Halbwertszeit des Protactiniums berechnen. Deshalb wurde diese wichtige Konstante in Gemeinschaft mit E. Wallnig nach neuen Methoden bestimmt. Sie wurde zu 20000 Jahren ermittelt. In einer Tonne Uran sind danach 129 mg Protactiniumelement enthalten. — Die Herstellbarkeit dieser Substanz darf heute als gelöst gelten. Dr. A. v. Grosse hat im Laboratorium des Verfassers ein sicher wirkendes Anreicherungsverfahren ausgearbeitet und 2 mg eines praktisch chemisch reinen Protactiniumoxyds gewonnen. Die Herstellung größerer Mengen ist also nur noch eine Geld- und Materialfrage.

2. Hr. Wilcken legte einen Aufsatz »Zur Geschichte des Usurpators Achilleus« vor.

Er sucht die Hypothese zu begründen, daß die soeben von I. G. Winter (Michigan) im Journ. of Eg. Arch. herausgegebene Korrespondenz des Paniskos in Beziehung steht zu dem Aufstand des Achilleus, der sich gegen Diokletian empört hat.

3. Hr. Heymann legte eine Arbeit des wissenschaftlichen Beamten und Professors an der Akademie Hrn. Dr. Eduard Sthamer vor: »Ein Beitrag zur Lehre von den mittelalterlichen Urkunden«.

Ausgehend von einem Vergleich zwischen den Originalen aus der sizilischen Kanzlei Karls I. von Anjou und deren Registereintragungen wird zuerst an diesen gezeigt, daß die Datierungen in beiden ganz oder teilweise nachgetragen sind; dann dasselbe an dem Originalregister Friedrichs II., an den Urkunden der Reichskanzlei vom 9. bis zur Mitte des 14. Jahrhunderts sowie an den Reichsregistern Karls IV.; ferner an den Originalen der mittelalterlichen Papsturkunden bis zurück ins 10. Jahrhundert und an den Registern Gregors VII., Innozenz' III. und der späteren Päpste bis zum 14. Jahrhundert. Es wird wahrscheinlich gemacht, daß dieselbe Annahme schon für das Register Gregors I. zutrifft. Auch das älteste französische Register aus der Zeit Philipps II. August bietet das gleiche Bild.

4. Ferner legte Hr. Heymann das mit Unterstützung der Akademie herausgegebene Buch des Hrn. Prof. Dr. Adolf Stoll »Der junge Savigny« (Berlin 1927) und, als Geschenk des Hrn. Prof. E. Stampe in Greifswald, dessen Photographiensammlung »Urkunden zur mutatio valoris monetae« vor; endlich die Abhandlung des Hrn. Prof. Dr. Eduard Sthamer: »Eigenes Diktat des Herrschers in Briefen der sizilischen Kanzlei des 13. Jahrhunderts« (Sonderabdruck, Weimar 1927).

Digitized by Google

5. Hr. von Wilamowitz-Moellendorff überreichte die Abhandlung des Hrn. Prof. Dr. Friedrich Freiherr Hiller von Gaertringen »Delische Bauinschrift« (Sonderabdruck, 1926);

6. Hr. Wilcken das 3. und 4. Heft des VIII. Bandes seines »Archiv für Papyrusforschung« (Leipzig und Berlin 1927);

7. Hr. Hesse die 50. Lieferung des Werkes »Das Tierreich«: »Orthoptera Mantidae«, bearbeitet von Prof. E. Giglio-Tos (†) (Berlin und Leipzig 1927); ferner die 7. Lieferung des »Nomenclator animalium generum et subgenerum« (Berlin 1927);

8. Hr. Brackmann den 2. Teil des 2. Bandes der von ihm herausgegebenen »Germania Pontificia« (Berlin 1927).

9. Das korrespondierende Mitglied Hr. Leopold Wenger in Wien übersandte seine Schrift: »Der heutige Stand der römischen Rechtswissenschaft« (München 1927);

10. das korrespondierende Mitglied Hr. Sten Konow in Oslo sein Buch »Hinduismen. Det religiösa livet i Indien«, 2 Bände (Stockholm 1927);

11. das korrespondierende Mitglied Hr. Michael Rostovtzeff in New Haven (Conn.) »Inland bronzes of the Han dynasty in the collection of C. F. Loo« (Paris u. Brüssel 1927).

12. Vorgelegt wurde die 11. Lief. des mit Unterstützung der Akademie herausgegebenen »Altfranzösischen Wörterbuchs« von Tobler-Lommatzsch (Berlin 1927);

13. ferner das von der Preußischen Staatsbibliothek in Berlin überwiesene Werk des Hrn. Dr. Joachim Kirchner »Beschreibendes Verzeichnis der Miniaturen und des Initialienschmuckes in den Phillipps-Handschriften« (Leipzig 1926);

14. endlich das von der British Academy übersandte Werk von Sir Israel Gollancz »The Caedmon Manuscript of Anglo-Saxon biblical Poetry Junius XI in the Bodleian Library« (Oxford 1927).

15. Das korrespondierende Mitglied der physikalisch-mathematischen Klasse Hr. Hans Horst Meyer in Wien feierte am 3. August 1927 das fünfzigjährige Doktorjubiläum. Die Akademie hat ihm eine Adresse gewidmet, welche in diesem Stück abgedruckt ist.

16. Zu wissenschaftlichen Zwecken hat die Akademie bewilligt

durch ihre philosophisch-historische Klasse:

800 ℛℳ für die Herausgabe der mittelalterlichen Bibliothekskataloge,

1100 ℛℳ für die Fortführung der Inscriptiones Graecae;

durch ihre physikalisch-mathematische Klasse:

9000 ℛℳ für die beschleunigte Herausgabe des Werkes »Geschichte des Fixsternhimmels«,

1500 ℛℳ für eine Forschungsreise des Fräulein Prof. Dr. Rhoda Erdmann (Berlin) nach Neapel;

Digitized by Google

durch beide Klassen gemeinsam:

2000 ℛℳ für die Fortführung des »Biographischen Jahrbuches«,
5000 ℛℳ für die Fortführung der Leibniz-Ausgabe.

Der wissenschaftliche Beamte und Professor an der Akademie Hr. Dr. Karl Apstein ist am 1. Oktober 1927 in den Ruhestand getreten.

Die Akademie hat das ordentliche Mitglied ihrer philosophisch-historischen Klasse Hrn. Hermann Abert am 16. August 1927 und das korrespondierende Mitglied derselben Klasse Hrn. Alfred Hillebrandt in Deutsch-Lissa bei Breslau am 18. Oktober 1927 durch den Tod verloren.

Digitized by Google

Adresse an Hrn. Hans Horst Meyer zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 3. August 1927.

Sehr geehrter Herr Kollege!

Bei der Feier Ihres 50jährigen Doktorjubiläums können Sie mit innerster Befriedigung auf wissenschaftliche Erfolge von seltener Bedeutung zurückblicken. — Es war Ihnen vergönnt, einer der hervorragendsten Begründer einer neuen medizinischen Disziplin der Pharmakologie zu werden, die berufen ist, an Stelle der einfachen, alten Empirie eine experimentelle Basis zu geben. Vor allem haben Sie zur Entwicklung der Wissenschaft durch die Ausbildung neuer Methoden der Forschung beigetragen und so für die Heranbildung junger Kräfte den Grund gelegt.

Die experimentelle Pharmakologie hat allmählich dann der chemischen Industrie Anregungen zur Mitarbeit gegeben, zur synthetischen Darstellung von Medikamenten gedrängt und so einen neuen ungeahnten Arzneischatz gehoben. In vielseitiger Richtung ist dabei auch die organische Chemie befruchtet worden.

Auch der Physiologie schufen Ihre schöpferischen Arbeiten die Erkenntnis wichtiger Gebiete. Das Verständnis neuer Vorstellungen über die Eigenschaften der Grenzmembranen, über das Eindringen und Wandern von Substanzen in das Zellinnere verdanken wir Ihnen.

Hochbedeutsam und nachhaltend wirkend sind Ihre Untersuchungen über die Bedeutung und Funktion des vegetativen Nervensystems, sie sind heute Gemeingut der jüngeren Generation geworden.

Die praktische Medizin erkennt in der modernen Pharmakologie die Grundlage zur rationellen Therapie.

In altgewohnter Regsamkeit haben Sie sich bis heute das Interesse für die Laboratoriumsarbeiten und für das Experiment bewahrt. Die Preußische Akademie der Wissenschaften versichert Sie zu der heutigen Feier der freudigsten und herzlichsten Anteilnahme mit dem Wunsche, es möge Ihre Gesundheit und Arbeitskraft auch für die weitere Zukunft erhalten bleiben.

Die Preußische Akademie der Wissenschaften.

Ausgegeben am 21. Dezember.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXVI. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 27. Oktober.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

*1. Hr. Hofmann sprach über die Reaktionsfähigkeit von Chlorwasserstoff mit Metallen.

In Fortsetzung der früheren Untersuchungen (K. A. Hofmann, Berichte d. Chem. Gesellschaft **58**, 808 und 2466 [1925] wird gefunden, daß der Umsatz von Chlorwasserstoff mit den Metallen Cadmium, Nickel, Kupfer, Silber bei 260—320° an beschränkten Oberflächen sehr stark beschleunigt wird durch die Gegenwart von Aminen. Diese binden den Chlorwasserstoff an die Oberflächen unter Bildung von Adsorbaten Metall ··· Am ··· HCl und erhöhen dadurch die Reaktionsgelegenheit des Gases (HCl) an der beschränkten Metallfläche. Durch diese Förderung wird der Einfluß, den die Verminderung der freien Energie des Chlorwasserstoffs durch die Adsorbatbildung ausübt, weitaus überwogen. Das Amin überträgt den Chlorwasserstoff auf das Metall und katalysiert so die Reaktion: $Me + 2\,HCl = MeCl_2 + H_2$ unter Verminderung der freien Energie.

Bei sehr großen Oberflächen tritt diese Förderung der Chlorwasserstoff-Metall-Reaktion durch die Amine zurück, und im Gleichgewicht $Me + 2\,HCl \rightleftarrows MeCl_2 + H_2$ liefert der Chlorwasserstoff höheren Partialdruck des Wasserstoffs als die Dämpfe der salzsauren Amine, weil im Gleichgewicht die größere freie Energie des Chlorwasserstoffs gegenüber dem im Adsorbat Me ··· Am ··· HCl gebundenen zur Geltung kommt.

Die Gleichgewichtsdrucke von H_2 laufen bei den Metallen Cadmium, Blei, Nickel, Kupfer proportional den Bildungswärmen der Chlorüre.

2. Vorgelegt wurde die mit Unterstützung der Akademie von Hrn. Dr. H. Louis in Berlin bearbeitete Karte des Piringebirges in Bulgarien.

Ausgegeben am 21. Dezember.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

1927

XXVII. Gesamtsitzung. **3. November.**

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

Hr. Franke sprach über Das chinesische Lehenswesen. (Ersch. später.)

Der Lehensgedanke bildet einen Teil der chinesischen Weltanschauung. Er reicht vermutlich bis in die Zeiten vor der Tschou-Dynastie hinauf, hat aber seine systematische Ausgestaltung erst unter dieser erhalten. Das Lehensverhältnis hat seine älteste Wurzel in der Sippenordnung und behält in dem theokratischen Universalstaate der Chinesen stets einen religiösen Charakterzug, doch treten infolge der Verwaltungsverhältnisse des Riesenreiches die staatspolitischen Zwecke immer mehr in den Vordergrund.

Die Akademie hat den Präsidenten der Russischen Akademie der Wissenschaften in Leningrad Hrn. Prof. Dr. Sergius von Oldenburg zum korrespondierenden Mitglied ihrer philosophisch-historischen Klasse gewählt.

Die Akademie hat das korrespondierende Mitglied ihrer philosophisch-historischen Klasse Hrn. Georg von Below in Freiburg i. Br. am 20. Oktober 1927 durch den Tod verloren.

Ausgegeben am 21. Dezember.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXVIII. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 10. November.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

* Hr. Bodenstein berichtete über Versuche zur Prüfung einer von ihm vorgeschlagenen Theorie der katalytischen Ammoniakverbrennung.

Die Versuche wurden mit dem Katalysator der Badischen Anilin- und Sodafabrik ausgeführt und lieferten Ergebnisse, die in jeder Hinsicht zu der Theorie stimmen.

Ausgegeben am 21. Dezember.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE
DER PREUSSISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.
1927

XXIX. Gesamtsitzung. 17. November.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

1. Hr. Paschen sprach über »Die Lichtanregung durch den metastabilen Zustand der Edelgasatome«.

Hat man eine Glimmentladung in einem Edelgase wie Helium, Neon oder Argon, und fügt spärlich Fremdatome von Aluminium, Magnesium, Zink oder Kadmium durch elektrische Zerstäubung oder thermische Verdampfung hinzu, so übertragen die metastabilen Edelgasatome ihre Umwandlungsenergie auf die Fremdatome und regen deren Spektren lichtstark an. Im negativen Glimmlicht betrifft diese Anregung nicht nur neutrale Atome, sondern auch eine beträchtliche Anzahl einfach positiv geladener Ionen des Fremdkörpers. Außer dem Bogenspektrum erscheinen nämlich hier vom I. Funkenspektrum alle Terme angeregt, die größer als T sind, wobei $T = T_2^+ - E$ ist. T_0^+ ist der tiefste Term des I. Funkenspektrums des Fremdkörpers. E ist die Umwandlungsenergie des Edelgases. Im positiven Licht nimmt die Zahl der Fremdatome ab, welche vom Zustand des Ions aus angeregt werden, und die Zahl derjenigen zu, die vom Zustand des neutralen Atoms aus angeregt werden. Die Linien der letzteren Anregung sind hier stärker, die der ersteren schwächer als im Glimmlicht. In einem seitlichen Ansatzrohre zur positiven Lichtsäule werden in Entfernungen bis zu etwa 2 cm vom positiven Leuchten metastabile Neonatome durch Absorption der Neonlinie 6402 $A^0 E$ nachgewiesen. In diesen Teilen wird der Fremdkörper, z. B. Magnesiumdampf, nur vom neutralen Atom aus angeregt. Es erscheinen nämlich hier nur solche Terme des I. Funkenspektrums angeregt, welche größer sind als T^1, wobei $T^1 = T_0 + T_2^+ - E$ ist. T_0 bedeutet den Grundterm des Bogenspektrums. Nach diesem Experiment ist es wahrscheinlich, daß die Energieübertragung an die Fremdatome auch in den leuchtenden Teilen der Glimmentladung hauptsächlich durch Stöße der metastabilen Edelgasatome erfolgt.

Die Leuchterscheinungen sind bedeutend lichtstärker, und die Beziehungen sind genauer nachzuweisen als bei Versuchen mit Elektronenstoß.

Die Versuche wurden auf meine Veranlassung in der Reichsanstalt von Hrn. Dr. Frerichs ausgeführt.

2. Hr. Brandl überreichte eine Abhandlung über »lebendige Sprache«. (Ersch. später.)

In den Lagern der englischen Gefangenen bot sich Gelegenheit, Dialektaufnahmen nicht bloß nach Wörtern, sondern nach Sätzen zu machen und diese auch grammophonisch festzulegen. In der Lautabteilung der Berliner Staatsbibliothek konnten dann die Aussprachen genau, teilweise mit Maschinenhilfe, zu Papier gebracht werden. Es ergab sich dabei eine Fülle von Individualismen und Stimmungseinflüssen, die hauptsächlich aus dem »inneren Sprechen« hervorgehen, teilweise auch aus einem inneren Hören. Die Lautgesetze werden dadurch direkt nicht angegriffen. Doch bilden sich bei den Mindergebildeten gewohnheitsmäßig Nebenaussprachen, die bei einer sozialen Umwälzung samt der sie tragenden Unterschicht der Bevölkerung nach oben gelangen, so daß dann auf einmal andere Lautgesetze gelten. Gegen alle früheren Sprachaufzeichnungen wird man dabei höchst mißtrauisch.

3. Vorgelegt wurde der 40. Band der »Politischen Correspondenz Friedrichs des Großen« (Neue Reihe: Vom Bayrischen Erbfolgekrieg bis zum Tode Friedrichs des Großen), bearbeitet von Prof. Dr. Gustav Berthold Volz (Leipzig 1928).

Digitized by Google

Die Lichtanregung durch den metastabilen Zustand der Edelgasatome.

Von F. PASCHEN.

Hierzu Taf. II.

Im vorigen Jahre habe ich vor der phys.-math. Klasse[1] einige experimentelle Dinge behandelt, welche die Untersuchung von Serienspektren betreffen. Es sei erinnert an die lichtstarke Erzeugung des negativen Glimmlichtes im Inneren einer hohlen Zylinderkathode, an die Tatsache, daß Kohle als Zylinderkathode so weit gereinigt werden kann, daß sie in einem indifferenten Gase keine Banden und sogar keine Kohlelinien mehr gibt, und daß in der Kohlekathode die schwer verdampfenden Stoffe elektrisch zerstäubt werden. Sodann war hingewiesen auf die Begrenzung der Leuchtanregung durch Verwendung von Edelgasen wie Helium, Neon, Argon, Krypton und Xenon. Auf diesen letzten Gegenstand möchte ich hier näher eingehen.

Wenn ein solches Gas Stromträger ist, bilden sich reichlich metastabile Zustände, welche eine relativ lange Lebensdauer haben (Größenanordnung $^1/_{100}$ Sekunde), und welche beim Zusammenstoß die Energie der Umwandlungsspannung abgeben können. Diese Energie beträgt:

bei	Helium	Neon	Argon
E	19.727	16.6	11.5 Volt
entspr. ν	159830	134500	93170 cm^{-1}

Außerdem befinden sich viele Edelgasatome in höheren Zuständen der Leuchterregung bis zum Ionisierungszustand im positiven Licht und darüber hinaus im negativen Glimmlicht, wie die Spektren zeigen.

Wenn nun diesen Edelgasen, während sie die Glimmentladung tragen, Fremdatome von Aluminium, Magnesium, Zink oder Kadmium spärlich zugemischt werden durch elektrische Zerstäubung der Aluminium- oder Magnesiumkathode im Glimmlicht oder durch thermische Verdampfung, so werden die Spektren dieser Fremdkörper angeregt, und es fragt sich, wie weit die Anregung da geht und übersehbar ist.

Zunächst ist klar, daß das Fremdatom nur von langsameren Elektronen oder metastabilen Edelgasatomen angeregt werden kann, da es selber spär-

[1] Am 18. November 1926.

Digitized by Google

lich, diese aber reichlich vorhanden sind. Das heißt, daß die Anregungsenergie höchstens die in Tabelle I gegebenen Werte haben kann. Denn die Mehrzahl der Elektronen erreichen nach FRANCK und HERTZ im Edelgas keine höhere Energie als die der Umwandlungsspannung, und höher angeregte Atome verbleiben zu kurze Zeit, nämlich höchstens 10^{-7} Sekunden in den höheren Anregungszuständen, so daß die Wahrscheinlichkeit klein ist, daß sie mit den spärlichen Fremdkörpern zusammenstoßen.

Nun hatte ich Gelegenheit, ein Beispiel dieser Art zu studieren, als ich mit einer zylindrischen Hohlkathode aus Aluminium in Helium das Funkenspektrum Al II untersuchte. Hier wird Aluminium elektrisch zerstäubt. Die Beimischung ist so spärlich, daß das Helium im wesentlichen die Stromleitung behält und nur eine Anregung des Aluminiums in Betracht kommen kann. Das Spektrum Al I und Al II erschien in der Kathode, und zwar Al II um so heller und mit um so reichlicherer Entfaltung der Serien, je reiner das Helium war. In der Tat ermöglichte das lichtstarke Leuchten hoher Serienglieder die Serienanalyse dieses Spektrums[1], welches aus einem System von Triplets und daneben einem System von Singulets besteht. Die Entwirrung der Singulets besonders wäre ohne die vollständigen Serien wohl nicht möglich gewesen. Nun erwies die Analyse der Singulets, welche mir im letzten Sommer durch Mitarbeit des Hrn. R. A. SAWYER[2] gelang, daß der Grundterm des Funkenspektrums Al II den Wert $3\,{}^1S_0 = 151860\ \mathrm{cm}^{-1}$ hat. Vergleicht man ihn mit dem Wert 159830 der in Helium zur Verfügung stehenden Energie, so ist die vollständige Entfaltung der Serien in Al II nicht ohne weiteres verständlich, da das neutrale Atom noch 5.95 Volt oder $\nu = 48167\ \mathrm{cm}^{-1}$ zur Ionisierung gebraucht, deren Deckung nicht ersichtlich ist. Ich hatte früher geglaubt, daß die Energie auch der höheren Leuchtzustände des Heliums bis zum Zustand des Ions, das heißt eine Energie von 24.47 Volt, als verfügbar anzunehmen sei. Da aber die vollständige Anregung des Funkenspektrums Al II vom neutralen Atom aus im ganzen mindestens 24.69 Volt erfordert, so würde das auch noch nicht ausreichen. Außerdem scheint nach der oben gegebenen Erwägung nicht mehr Energie zur Verfügung zu stehen als die der Umwandlungsspannung, nämlich im vorliegenden Fall 19.73 Volt. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei den übrigen Metallatomen, von denen noch die Rede sein wird, wie Tabelle II zeigt:

Tabelle II.

Ionisierungsspannung.

	T_0 neutr. Atom		T_0^+ Ion		Summe
	Volt	cm^{-1}	Volt	cm^{-1}	Volt
Al	5.95	48167	18.74	151860	24.69
Mg	7.61	61663	14.96	121267	22.57
Zn	9.35	75759	17.89	144890	27.24
Cd	8.95	72533	16.84	136377	25.79

[1] F. PASCHEN, Ann. d. Phys. 71 S. 142 und S. 537, 1923.
[2] R. A. SAWYER und F. PASCHEN, Ann. d. Phys. 84 S. 1, 1927.

Digitized by Google

Es blieb nur die Annahme, daß im negativen Glimmlicht die Fremdatome zahlreich einfach ionisiert sein müssen, da der Betrag von 5.95, der für die einfache Ionisierung des neutralen Al-Atoms erforderlich ist, nicht gedeckt erscheint.

Zur Klärung dieser Verhältnisse hat Hr. Dr. FRERICHS in meinem Laboratorium in der Reichsanstalt auf meine Veranlassung Versuche unternommen, über die ich berichten will.

Es wurden den reinen Edelgasen Helium, Neon, Argon schwache Beimengungen von Al, Mg, Zn, Cd gegeben und die Spektren untersucht: 1. im negativen Glimmlicht der Zylinderhohlkathode, 2. im positiven Licht. Die Versuche sind mit Quarzglasröhren ausgeführt. Die Kathode war entweder ein hohler Aluminium- oder Magnesiumzylinder oder ein dünnwandiger Kohlezylinder. Die Edelgase wurden mittels einer Quarzstufenpumpe in dauernder Zirkulation durch die Entladungsröhre gehalten und dabei nach Austritt aus derselben von Wasserstoff befreit durch eine Röhre mit geglühtem Kupferoxyd. Im Falle des Heliums und Neons wurden schwerere Verunreinigungen weiter durch einen in flüssige Luft tauchenden Behälter, der Kohlestückchen enthielt, entfernt. Im Falle des Argons diente erhitztes Kalzium zur weiteren Reinigung. Die Spektren wurden im Sichtbaren mit einem Glasprismenapparat visuell und photographisch, im Ultraviolett bis 2100 mit einem lichtstarken Quarzprismenapparat E_2 von HILGER photographisch untersucht.

Zum Verständnis der gefundenen Gesetze diene folgendes: Es sei T_0 der Term des Ruhezustandes des Atoms, von dem aus Anregung erfolgt. Eine Linie ist gegeben durch die Termwerte τ' des Anfangs- und τ des Endzustandes bei der Emission: $\nu = \tau - \tau'$. Dann ist nach BOHRS Modell und Versuchen von G. HERTZ[1] $T_0 - \tau'$ die Anregungsenergie dieser Linie. Ist T_0 gegeben und dazu die verfügbare Anregungsenergie E, so ist $T = T_0 - E$ der Minimalwert für τ'. Es sind nur Linien möglich, für die $\tau_1 \geqq T$ erfüllt ist.

In Tabelle III sind die Werte von T berechnet für den Fall, daß die Fremdatome vom Zustand des einfach positiv geladenen Ions aus angeregt werden.

Tabelle III.

	T_0^+	$T = T_0^+ - E$		
		Helium	Neon	Argon
Al II	151860	− 7970	+17360	+58690
Mg II	121267	−37130	−13233	+28097
Zn II	144890	−14940	+10390	+51720
Cd II	136377	−23453	+ 1877	+43207

In diesen Fällen erscheinen also vom I. Funkenspektrum nur solche Linien, deren negativer Term τ' größer ist als T der Tabelle. T_0^+ ist der Term des Grundzustandes des Ions. Negative Werte von T bedeuten den über die Ionisierung des Ions hinaus überschüssigen Energiebetrag, also jedenfalls vollständige Entwicklung des Funkenspektrums.

[1] G. HERTZ, Naturw. 11, 778, 1923.

Digitized by Google

In der Figur sind die stationären Zustände der Funkenspektren der Tabelle III nach Bohr eingetragen. Aber es sind nicht die Werte der Terme, sondern die Werte der Anregungsenergien der Terme nach cm^{-1} eingezeichnet. Der Nullpunkt ist für alle gemeinsam die Anregung Null des Grundzustandes des Ions. Der Termwert T_0^+ des Grundzustandes erscheint als Anregung des Ions, das heißt als Grenzwert des Termsystems. Die Anregung durch Neon und Argon ist durch eine einzige vertikale Linie gegeben: für Neon bei $V = 134500$, für Argon bei $V = 93170\ cm^{-1}$. Die Terme links von diesen Strichen sind allein möglich. Das Funkenspektrum erscheint vollständig nur in Helium, bei Magnesium auch in Neon entwickelt, sonst aber unvollständig.

In der Tabelle IV sind die Anregungsgrenzen T' gegeben, welche man für den Fall berechnet, daß die Fremdatome vom Zustand des neutralen Atoms aus angeregt werden. Zu der nach Tabelle III nötigen Energie kommt noch die Ionisierungsenergie des neutralen Atoms hinzu, welche durch den Grundterm des Bogenspektrums T_0 (Tabelle II) gegeben ist. Es ist $T' = T_0^+ - (E - T_0) = T_0^+ + T_0 - E$. Es wird dabei angenommen, daß das metastabile Atom einfache Ionisierung und weitere Anregung des Funkenspektrum in einem Stoße hervorbringt. Die Terme T' gehören noch zum I. Funkenspektrum.

Tabelle IV.

	T_0	T_0^+	$T' = T_0^+ + T_0 - E$		
			Helium	Neon	Argon
Al	48167	151860	40197	65527	106857
Mg	61663	121267	23100	48430	89760
Zn	75759	144890	60819	86149	127479
Cd	72533	136377	49080	74410	115740

Für die Tabelle IV wäre in der Figur der Anfangspunkt der Abszissen je um T_0 nach links zu verlegen, oder es müßten die Spektren relativ zu den feststehenden Anregungsgrenzen um T_0 nach rechts verlegt werden.

Die Resultate der experimentellen Arbeit des Hrn. Dr. Frerichs sind:

I. Im negativen Glimmlicht erscheinen die Bogenspektra vollständig. Vom ersten Funkenspektrum erscheinen weiter die Linien, deren Anregung gemäß Tabelle III gegeben ist, also solche, deren Term τ' größer ist als der Wert T der Tabelle III. Das kann nicht anders verstanden werden, als daß für die Linien, deren τ' zugleich kleiner als T' der Tabelle IV ist, und das sind viele starke Linien, der Anfangszustand der Anregung das einfach geladene Ion ist. Es muß daher im negativen Glimmlicht eine große Zahl der Fremdatome ionisiert sein. Im Falle des Zinks und Kadmiums erhielt man diese Resultate nur mit einer Kohlekathode, indem man durch besondere Erhitzung des Metalls neben der Kathode für eine geringe Menge Dampf sorgte. Bestand die Kathode selber aus einem Zinkzylinder, der elektrisch zerstäubte, oder erzeugte man zu großen Dampfdruck, so erschien im Glimmlicht immer das vollständige Funkenspektrum. Offenbar ist hier die Zerstäubung zu ergiebig, so daß die Forderung spärlicher Verteilung des Dampfes nicht mehr erfüllt ist.

Digitized by Google

Beispiel:

Linie	Aluminium in Neon-Glimmlicht vorhanden			es fehlt		
	n	λ A° E	τ'	n	λ A° E	τ'
$4\,^3P - n\,^3D$	5	3655	19040	6	2998	13048
$4\,^3P - n\,^3S$	6	3738	19468	7	3026	13364
$3\,^3D - n\,^3F$	5	2638	18425	6	2326	13341
$4\,^1P - n\,^1D$	6	3703	17946	7	3088	12574
$4\,^1P - n\,^1S$	6	3866	19084	7	3135	13061
$3\,^1D - n\,^1P$	5	2475	25994 stark			
$4\,^1D - n\,^1P$	6	4026	16943 sehr schwach noch da			
$4\,^1S - n\,^1P$	5	3275	25994 stark	6	2526	16943
$3\,^1D - n\,^1F$	4	2631	28393 stark			
$4\,^1P - n\,^1D$	5	5593	27068 stark			
$4\,^3P_j - 4\,^3D_j$		6243—6226	30380 stark			

Alle Terme $\tau' < 17360$ sollten fehlen.

Aluminium in Argon-Glimmlicht.

Alle Terme $\tau' < 58690$ sollten fehlen. Es wurden nur 3 Linien im Bereiche des Spektrographen festgestellt:

$3\,^1P - 4\,^1S$ $\quad \lambda = 2816$ $\quad \tau' = 56512$ schwach
$3\,^1S - 3\,^3P_1$ $\quad \lambda = 2669$ $\quad \tau' = 114406$ stark
$3\,^1P - 3\,^1D$ $\quad \lambda = 3900$ $\quad \tau' = 66381$ mittel

Nur die sehr starken Linien 4026 in Neon und 2816 in Argon deren τ' ein wenig unterhalb der Grenzwerte T liegen, sind entgegen der Regel schwach da. Bei 4026 erscheint die Anregung um 417 cm^{-1} oder $^1/_{20}$ Volt, bei 2816 um 2178 oder $^1/_4$ Volt überschritten, was auf thermische Bewegung oder Elektronenstöße zurückgeführt werden kann. 2816 ist eine der stärksten Linien des Spektrums.

II. In der positiven Säule wurde hauptsächlich Magnesium untersucht. Es ergab sich noch dasselbe Bild wie in dem negativen Glimmlicht. Aber es war ein Unterschied in der Intensität vorhanden. Diejenigen Linien des Funkenspektrums, deren negativer Term τ' zwischen dem in Tabelle IV als T' und dem in Tabelle III als T berechneten liegt, sind beträchtlich schwächer als im Glimmlicht. Diejenigen, deren Term τ' oberhalb des Wertes T' der Tabelle IV liegt, sind stärker als im Glimmlicht. Es folgt, daß im positiven Licht zwar noch eine namhafte Zahl Fremdatome als ionisierte, daneben aber jedenfalls eine größere Zahl als im Glimmlicht vom Zustand des neutralen Atoms aus die verfügbare Energie empfängt. Bei zu großem Dampfdruck zeigte der Metalldampf im positiven Licht allein das Bogenspektrum, wie es sein würde, wenn der Dampf hier die Stromleitung hat.

III. Eine Bestätigung der Schlüsse und eine Fortsetzung in dieser Reihe der Anregungen erbringt ein anderes Phänomen, bei dem nur die nach Ta-

Digitized by Google

belle IV berechneten Werte T' die Anregung begrenzen, bei dem also die Anregung allein vom Zustande des neutralen Atoms aus erfolgt:

Versieht man das Rohr, in welchem die positive Säule leuchtet, mit einem seitlichen Ansatz aus durchsichtigem Quarzglas und verdampft den Fremdkörper in diesem, so zweigt der Entladungsstrom und das positive Leuchten nicht erheblich dort hinein. Im Ansatz zeigt sich dann ein Leuchten des Magnesiumdampfes selbst in solcher Entfernung von dem positiven Lichte, wo von diesem kaum noch etwas zu sehen ist, nämlich etwa 1.5 cm in Helium und etwa 2 cm in Neon vom positiven Leuchten entfernt. In diesem Leuchten treten die Spektren nur bis T' der Tabelle IV auf. Zum Beispiel hat das Spektrum Mg II in Helium hier ungefähr das Aussehen wie Mg II in Argon und im negativen Glimmlicht.

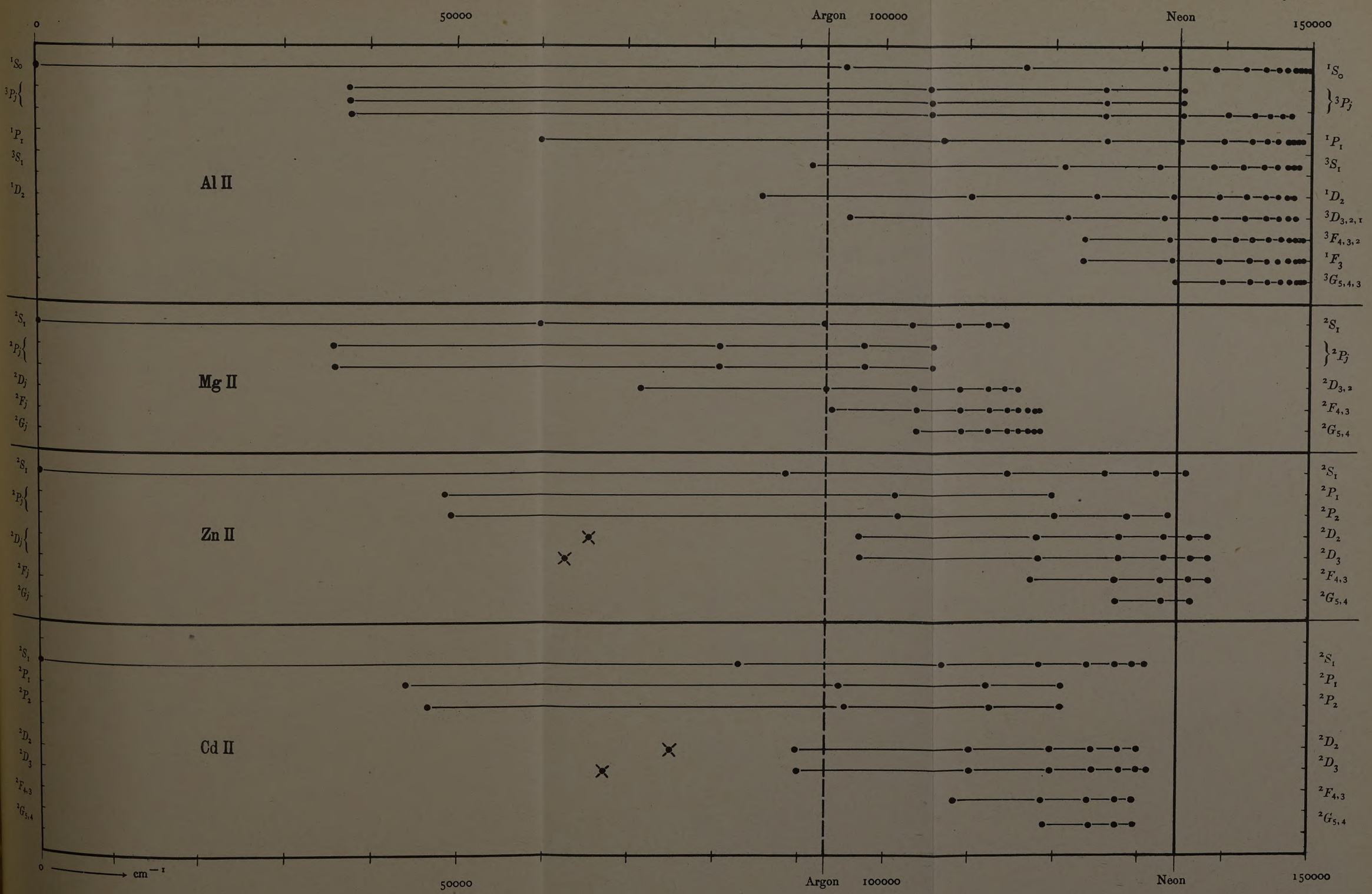
Es gelang Hrn. Frerichs weiter, in diesen Teilen des Ansatzes noch eine erhebliche Absorption der Neonlinie 6402 $A^{\circ}E$ nachzuweisen. Diese Linie ist $1s_5 - 2p_9$. Daher ist durch die Absorption die Anwesenheit von Neon im metastabilen Zustand $1s_5$ hier nachgewiesen, und es ist äußerst wahrscheinlich, daß wenigstens hier die Übertragung der Energie nur direkt durch diese metastabilen Zustände des Neonatoms geschieht. Dann muß aber auch in den leuchtenden Teilen der Glimmentladung zum großen Teil eine solche Anregung erfolgen, da dort reichlich metastabile Atome vorhanden sind, wie aus den Absorptionsversuchen hervorgeht, sowohl aus meinen an der ultraroten Heliumlinie 10830 $A^{\circ}E$ wie aus denen von K. W. Meissner an der Neonlinie 6402 $A^{\circ}E$.

Nimmt man überhaupt nur diese Art der Anregung an, so würden die Befunde in folgender Weise zu verstehen sein: Ein erster Zusammenstoß mit einem metastabilen Atom versetzt das neutrale Fremdatom in den Zustand des angeregten Ions und verursacht ein Leuchten nach Tabelle IV. Dadurch kommt es zunächst in den Zustand des unangeregten einfach geladenen Ions. Von hier aus kann es entweder ein Elektron einfangen, womit eine Emission von Linien des Bogenspektrums verbunden ist, oder einen neuen Stoß empfangen und dann nach Tabelle III Linien des Funkenspektrums emittieren. Nach den Versuchen tritt das letztere im Glimmlicht häufiger auf als im positiven Licht, im Ansatz aber gar nicht. Im Ansatz sind diese Ionen die einzigen, welche den Elektronen gegenüberstehen. Im Glimmlicht ist die Zahl der Edelgasionen, welche außer diesen Ionen den Elektronen gegenüberstehen, am größten. Im Ansatz ist die Zahl der metastabilen Edelgasatome am kleinsten.

Die Anwendung dieser Phänomene zur Analyse unbekannter Spektren, besonders der ersten Funkenspektren, ergibt sich hiernach. Schwer verdampfbare Stoffe wird man auf die innere Wand einer zylindrischen Kohlekathode bringen. So zerstäubt elektrisch sogar Bor genügend. R. A. Sawyer konnte in Helium mit solcher Anordnung die bekannten Serienanfänge des Spektrums B I fortsetzen[1].

[1] R. A. Sawyer, Die Naturwissenschaften, 16. Sept. 1927 S. 765.

Digitized by Google



PASCHEN: Die Lichtanregung durch den metastabilen Zustand der Edelgasatome.

Digitized by Google

Digitized by Google

Die Anregung von Leuchtphänomenen durch Edelgase wird jetzt häufig angewendet, seitdem LYMAN in Argon[1] eine Auswahl der Banden des Spektrums des Wasserstoffmoleküls fand. So beobachtete MC LENNAN, MC LEOD und MC QUARRIE[2] eine Verstärkung der Nordlichtlinie, wenn Sauerstoff in Argon zum Leuchten kommt. Auch die Anregung durch das Quecksilberlicht von 2537 $A^{\circ}E$ führt in vielen Fällen über den metastabilen Zustand $2\,^3P_0$ des Hg I-Spektrums zur Lichterzeugung[3]. Ebenso gehört hierher die Anregung der H_2-Molekel durch Metalldämpfe in Arbeiten H. SCHÜLERS[4], ferner die Tatsache[5], daß im negativen Glimmlicht des Zinkdampfes in einer Aluminiumkathode allein das Spektrum Al I, aber nicht das Spektrum Al II auftritt. Die dabei angenommenen Deutungen entsprechen den hier näher untersuchten.

[1] Vgl. die Arbeit von E. WITTMER, Proc. Nat. Acad. Amer. Bd. 12, S. 238, 1926.
[2] MC LENNAN, J. H. MC LEOD, and W. C. MC QUARRIE, Proc. Roy. Soc. A. Vol. 114, S. 1, 1927.
[3] Vgl. z. B. H. BEUTLER und B. JOSEPHY, Die Naturwiss. 15, S. 540, 1927.
[4] Z. B. H. SCHÜLER und K. L. WOLF, Zeitschr. f. Phys. 35, S. 477, 1926.
[5] G. v. SALIS, Ann. d. Phys. 76, S. 145, 1925.

Ausgegeben am 21. Dezember.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXX. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 24. November.

Vorsitzender Sekretar: Hr. RUBNER.

1. Hr. EINSTEIN sprach über Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz. (Ersch. später.)

Durch ein bis zur zweiten Approximation durchgeführtes Näherungsverfahren wird gezeigt, daß die Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie das bisher hypothetisch angenommene Bewegungsgesetz punktartiger Singularitäten abzuleiten gestatten.

2. Hr. SCHOTTKY sprach über Einige Folgerungen aus bekannten Thetaformeln.

Den Ausgangspunkt bildet die Gleichung: $\frac{\partial^2\phi}{\partial v^2} + 4\frac{\partial\phi}{\partial\omega} = 0$, der die vier JACOBISchen Theta genügen, wenn man statt des JACOBISchen Moduls q seinen Logarithmus ω einführt. Es wird bewiesen, daß, wenn $A(v)$, $B(v)$ zwei beliebige der vier Theta sind, für das Produkt $A(v+w)\,B(v-w)$ die Differentialgleichung $\frac{\partial^2\phi}{\partial v^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial w^2} + 8\frac{\partial\phi}{\partial\omega} = 0$ besteht, und für das durch einen von r unabhängigen Faktor dividierte Produkt $A(v)\,B(v)$ die Gleichung: $\frac{\partial^2\phi}{\partial v^2} + 8\frac{\partial\phi}{\partial\omega} = 0$.

Digitized by Google

Einige Folgerungen aus bekannten Thetaformeln.

Von F. SCHOTTKY.

Die Form der JACOBISCHEN Thetareihen zeigt, daß alle vier Funktionen der Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial v^2} + 4 \frac{\partial \phi}{\partial \omega} = 0 \tag{1}$$

genügen, in der ω der Logarithmus des JACOBISCHEN Modus q ist. Denn jedes einzelne Glied dieser Entwicklungen stellt eine besondere Lösung der Differentialgleichung dar. Aus einer Lösung kann man andre finden, indem man v um eine willkürliche Größe vermehrt oder vermindert. Daher sind, wenn $A(v)$ und $B(v)$ zwei Lösungen sind, $A(v+w)$ und $B(v-w)$ ebenfalls Lösungen. Das Produkt

$$P = A(v+w)\,B(v-w),$$

als Funktion von v, w und ω betrachtet, genügt einer andern Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial w^2} + 8 \frac{\partial P}{\partial \omega} = 0. \tag{2}$$

Denn es ist, wenn $A'(v)$, $B'(v)$ die ersten, $A''(v)$, $B''(v)$ die zweiten Ableitungen von $A(v)$, $B(v)$ nach der Veränderlichen v bedeuten:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial v^2} = A''(v+w)\,B(v-w) + B''(v-w)\,A(v+w) + 2A'(v+w)\,B'(v-w).$$

$\frac{\partial^2 P}{\partial w^2}$ unterscheidet sich hiervon nur dadurch, daß das letzte Glied dieses dreigliedrigen Ausdrucks das negative Vorzeichen hat. $A''(v+w)$ ist aber:

$$-4 \frac{\partial A(v+w)}{\partial \omega}, \quad \text{und} \quad B''(v-w): \; -4 \frac{\partial B(v-w)}{\partial \omega}.$$

Folglich ist

$$\frac{\partial^2 P}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial w^2} = -8 \frac{\partial A(v+w)\,B(v-w)}{\partial \omega}.$$

Nach dieser allgemeinen Bemerkung ist es klar, daß, wenn $A(v)$, $B(v)$ irgend zwei der vier JACOBISCHEN Theta sind — oder auch dasselbe —, das Produkt $A(v+w)\,B(v-w)$ der zweiten Differentialgleichung genügt.

Digitized by Google

Ich benutze jetzt den für die Theta geltenden Funktionalsatz:

Sind $A(v)$, $B(v)$ zwei der vier Thetas, $C(v)$, $D(v)$ die beiden andern, so sind die Produkte

$$A(v+w)\,B(v-w) \quad \text{und} \quad C(v+w)\,D(v-w),$$

als Funktionen von v allein betrachtet, linear und homogen durch die spezielleren

$$F(v) = A(v)\,B(v),\ G(v) = C(v)\,D(v)$$

ausdrückbar.

Die Koeffizienten sind, abgesehen von einem Vorzeichen, das uns nicht stört, leicht zu bestimmen. Sie sind auch durch die Jacobischen Formeln gegeben, zu denen die in den Aufzeichnungen von Gauss vorgefundenen hinzutreten.

Es sei $F(v)$ das Produkt zweier gerader Theta, und somit $G(v)$ das eines geraden mit dem ungeraden. Dann ist

$$F(0)\,A(v+w)\,B(v-w) = F(v)\,F(w) \pm G(v)\,G(w).$$

Das Vorzeichen ändert sich, wenn man w durch $-w$ ersetzt, oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn man A mit B vertauscht.

Die Gleichung erfährt eine leichte Vereinfachung, wenn man statt $F(v)$ und $G(v)$ die Funktionen

$$f(v) = \frac{F(v)}{\sqrt{F(0)}},\quad g(v) = \frac{G(v)}{\sqrt{F(0)}}$$

einführt; sie wird:

$$A(v+w)\,B(v-w) = f(v)\,f(w) \pm g(v)\,g(w)^1.$$

Die Größen $f(v)$, $g(v)$ nenne ich: reduzierte Thetaprodukte. Es sind im ganzen sechs, da A, B, C die drei geraden Theta in beliebiger Reihenfolge sind. Sie sind reduziert mit Rücksicht auf die Differentialgleichungen, die sich für sie ergeben, und sie dienen auch zur Vereinfachung der Jacobischen Formeln.

Beide Produkte $A(v+w)\,B(v-w)$ und $A(v-w)\,B(v+w)$ genügen der Differentialgleichung (2). Eins davon ist gleich der Summe, das andere gleich der Differenz der Produkte $f(v)\,f(w)$ und $g(v)\,g(w)$. Daher sind auch $f(v)\,f(w)$ und $g(v)\,g(w)$ Lösungen dieser Differentialgleichung. Wir können jetzt sagen:

[1] Für die Funktionen C, D lautet die Gleichung anders:

$$C(v+w)\,D(v-w) = f(w)\,g(v) \pm g(w)\,f(v).$$

Das Vorzeichen $\pm$ ist hierbei $+$, wenn C, und $-$, wenn D die ungerade Funktion ist.

Digitized by Google

Wenn $f(v)$ irgendeines der sechs reduzierten Thetaprodukte ist, so besteht die Gleichung

$$\frac{\partial^2 f(v) f(w)}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 f(v) f(w)}{\partial w^2} + 8 \frac{\partial (f(v) f(w))}{\partial \omega} = 0.$$

Daraus folgt: Wenn

$$\frac{\partial^2 f(v)}{\partial v^2} + 8 \frac{\partial f(v)}{\partial \omega} = K f(v)$$

gesetzt wird, so ist zugleich

$$\frac{\partial^2 f(w)}{\partial w^2} + 8 \frac{\partial f(w)}{\partial \omega} = -K f(w).$$

Die erste Gleichung zeigt, daß K von w nicht abhängt. Man kann daher in der zweiten w durch v ersetzen, ohne K zu ändern. Dies gibt, zusammen mit der ersten Gleichung: $K = -K$, also $K = 0$. Damit ist bewiesen:

Alle sechs reduzierten Thetaprodukte genügen der Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial v^2} + 8 \frac{\partial \phi}{\partial \omega} = 0. \tag{3}$$

Damit steht noch eine andere Differentialformel in Zusammenhang, die sich auf die Theta selbst bezieht, und zwar auf die drei geraden:

$$\frac{\partial \phi}{\partial v} \frac{\partial \psi}{\partial v} + 2 \frac{\partial (\phi \psi)}{\partial \omega} = 0. \tag{4}$$

Sie ist nicht grade fundamental, aber ich halte sie doch für ganz lehrreich.

A und B mögen zwei der drei geraden Theta sein, und es werde

$$\sqrt{A(0) B(0)} = p, \quad A(v) B(v) = p f(v)$$

gesetzt. Wenn man die zweiten Ableitungen von $A(v)$, $B(v)$, $f(v)$ nach v durch die erste nach ω ausdrückt, durch:

$$-4 \frac{\partial A(v)}{\partial \omega}, \quad -4 \frac{\partial B(v)}{\partial \omega}, \quad -8 \frac{\partial f(v)}{\partial \omega},$$

so ergibt sich aus der Gleichung $A(v) B(v) = p f(v)$, indem man sie zweimal nach v differenziert:

$$-4 \frac{\partial (A(v) B(v))}{\partial \omega} + 2 \frac{\partial A(v)}{\partial v} \frac{\partial B(v)}{\partial v} = -8 p \frac{\partial f(v)}{\partial \omega}.$$

Jetzt reduziere ich die Theta selbst, wenigstens die drei geraden, fast in der WEIERSTRASSschen Weise, sigmaähnlich, dadurch, daß ich sie durch die Werte dividiere, die sie für $v = 0$ annehmen. Ich setze demnach:

$$\frac{A(v)}{A(0)} = \alpha(v), \quad \frac{B(v)}{B(0)} = \beta(v).$$

Digitized by Google

Da $A(v)\,B(v) = p^2\alpha(v)\mathfrak{B}(v)$ und $f(v) = p\alpha(v)\mathfrak{B}(v)$ ist, wird die vorige Gleichung:

$$-4\,\frac{\partial\left(p^2\alpha(v)\,\mathfrak{B}(v)\right)}{\partial w} + 2p^2\,\frac{\partial\alpha(v)}{\partial v}\,\frac{\partial\mathfrak{B}(v)}{\partial v} = -8p\,\frac{\partial\left(p\alpha(v)\,\mathfrak{B}(v)\right)}{\partial w}.$$

Wenn man die Differentiation ausführt, fällt $\frac{\partial p}{\partial w}$ weg, es ergibt sich einfach

$$\frac{\partial\alpha(v)}{\partial v}\,\frac{\partial\mathfrak{B}(v)}{\partial v} + 2\,\frac{\partial\left(\alpha(v)\,\mathfrak{B}(v)\right)}{\partial w} = 0.$$

Zwischen je zwei sigmaähnlich reduzierten geraden Theta und ihren ersten Differentialquotienten besteht daher die Gleichung (4).

Ausgegeben am 21. Dezember.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXXI. Gesamtsitzung. 1. Dezember.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

1. Hr. Lietzmann sprach über das Problem der Spätantike.

Er analysierte die beiden repräsentativen Reliefs des Konstantinbogens und zeigte, daß ihre geistige Eigenart aus der auch auf dem Gebiet der griechischen Sprache und römischen Religion zu beobachtenden Orientalisierung zu erklären ist.

2. Hr. Johnsen überreichte das 1. Heft der von ihm herausgegebenen »Forschungen zur Kristallkunde«: H. Tertsch, Trachten der Kristalle (Berlin 1926).

3. Das korrespondierende Mitglied Hr. F. Ll. Griffith übersandte sein Werk »Oxford excavations in Nubia« 49—55 (Sonderabdr.).

4. Vorgelegt wurde Monumenta Germaniae Historica, Legum Sectio IV, Constitutiones et acta publica imperatorum et regum, Tomi VI, partis prioris, fasciculus III (Hannover 1927).

Ausgegeben am 14. Februar 1928.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXXII. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 8. Dezember.

Vorsitzender Sekretar: Hr. Rubner.

*1. Hr. Joh. Stumpf sprach über die Kraftzentrale Klingenberg.

Anfuhr der Kohle zu Wasser und durch die Eisenbahn. Überführung durch Kräne auf Stapelplatz und in Bunker. Trocknung und Vermahlung und Verbrennung in Brennkammern, deren Wände durch Kesselrohre geschützt sind. Erzeugung von Dampf von 35 At. und 425° und von elektrischem Strom von 6000 Volt und Umspannung auf 30000 Volt. Thermischer Wirkungsgrad der ganzen Anlagen 21 Prozent.

2. Hr. Schur legte zwei Arbeiten vor: a) »Über minimale Zerfällungskörper irreduzibler Darstellungen« von Hrn. Dr. R. Brauer in Königsberg i. Pr. und Frl. Prof. Dr. E. Noether in Göttingen, b) »Existenz gewisser algebraischer Zahlkörper« von Hrn. Prof. Dr. H. Hasse in Halle a. S.

In der ersten Arbeit werden die Zahlkörper K, in denen eine vorgelegte, in einem gegebenen Grundkörper Ω irreduzible Gruppe linearer Substitutionen in absolut irreduzible Bestandteile zerfällt, nach einer neuen Methode charakterisiert. An dem Beispiel der Quaternionengruppe wird gezeigt, daß der Grad k eines Zerfällungskörpers K, in dem kein Teilkörper derselben Art enthalten ist, beliebig großer Werte fähig ist. Daß für k jede Potenz von 2 gewählt werden kann, folgt aus der Untersuchung des Hrn. Hasse, der beweist, daß es für jedes n unendlich viele absolut zyklische Zahlkörper des Grades 2^n gibt, in denen -1 als Summe zweier Quadrate darstellbar ist.

3. Vorgelegt wurde das 45. und das 1. Supplementheft der mit Unterstützung der Akademie herausgegebenen Opuscula Ichneumonologica des Hrn. Prof. Dr. Otto Schmiedeknecht (Blankenburg i. Thür. 1927, 1928).

Digitized by Google

Über minimale Zerfällungskörper irreduzibler Darstellungen.

Von Privatdozent Dr. Richard Brauer
in Königsberg
und Prof. Dr. Emmy Noether
in Göttingen.

(Vorgelegt von Hrn. Schur.)

Die Frage nach den Zahlkörpern kleinsten Grades über einem Grundkörper P, in denen eine in P irreduzible Darstellung einer endlichen Gruppe in absolut irreduzible Bestandteile zerfällt, wurde zuerst von I. Schur behandelt[1]. Es enthalte P etwa den Charakter eines derartigen Bestandteiles. Dann zeigte I. Schur, daß der Grad dieser Körper in bezug auf P — der Index — übereinstimmt mit der Anzahl jener absolut irreduziblen Bestandteile, die alle derselben Klasse angehören; daß folglich derselbe Körper schon bestimmt ist durch die Forderung, einen absolut irreduziblen Bestandteil abzutrennen; ferner daß der Grad jedes Körpers in bezug auf P, in dem eine solche Zerfällung statthat, ein Vielfaches des Index wird. Alle diese Körper sollen als Zerfällungskörper bezeichnet werden, auch für den Fall, daß P den Charakter nicht enthält. An einem Beispiel zeigte I. Schur, daß die Zerfällungskörper kleinsten Grades nicht isomorph zu sein brauchen. Enthielt P keinen zugehörigen einfachen Charakter, so müssen die Zerfällungskörper den Körper eines solchen und seine Konjugierten in bezug auf P umfassen; die zu verschiedenen konjugierten Charakteren gehörigen absolut irreduziblen Darstellungen sind zwar konjugiert, gehören aber offenbar zu verschiedenen Klassen. Zur Abtrennung eines Systems absolut irreduzibler Darstellungen einer Klasse genügt auch hier der Körper des zugehörigen Charakters und einer der entsprechenden Zerfällungskörper.

Im folgenden soll die Frage der Zerfällungskörper weiter verfolgt werden. Die Zerfällungskörper kleinsten Grades lassen sich charakterisieren durch zugeordnete nichtkommutative Körper, die allgemeinen Zer-

[1] Arithmetische Untersuchungen über endliche Gruppen, Sitzungsber. d. Berl. Ak. d. Wiss. 1906, S. 164. Beiträge zur Theorie der Gruppen linearer Substitutionen, Transact. of the Am. Math. Soc. Ser. 2, Vol. XV, 1909, S. 159. In der zweiten Arbeit werden die Ergebnisse auf vollständig reduzible hyperkomplexe Systeme übertragen. — In eine Klasse wird eine Darstellung mit all ihren Transformierten (ähnlichen) zusammengefaßt.

Digitized by Google

fällungskörper durch zweiseitig einfache Ringe, die invariant mit diesen nichtkommutativen Körpern verbunden sind. Weiter wird an dem Beispiel des Quaternionenkörpers gezeigt, daß die Grade der minimalen Zerfällungskörper nicht beschränkt sind; dabei heißt ein Zerfällungskörper minimal, wenn keiner seiner echten Unterkörper Zerfällungskörper ist. Diese Nichtbeschränktheit folgt wesentlich aus einem zahlentheoretischen Existenzsatz, dessen Beweis in der unmittelbar folgenden Note durch H. Hasse erbracht wird. Das Beispiel wird aber auch noch — mehr verifizierend — elementar rechnerisch behandelt; und es wird so ohne Heranziehung der allgemeinen Theorie und des zahlentheoretischen Existenzsatzes die Nichtbeschränktheit der Gradzahlen gezeigt, indem ein weniger weitgehender, aber ausreichender Existenzsatz elementar bewiesen wird[1]. Es sei noch bemerkt, daß es sich auch in diesem Beispiel um Zerfällungskörper einer endlichen Gruppe handelt; und zwar der Quaternionengruppe, die auch dem Schurschen Beispiel zugrunde liegt. Die dort angegebenen Darstellungen sind nämlich zugleich (isomorphe) Darstellungen des Quaternionenkörpers.

1. Charakterisierung der Zerfällungskörper.

Vorerst seien die Grundbegriffe kurz zusammengestellt. Es bezeichne $\mathfrak{S}$ ein hyperkomplexes System in bezug auf einen Körper P_0. Unter einer Darstellung Γ von $\mathfrak{S}$ — in P — versteht man ein System von Matrizen mit Elementen aus P, derart daß Γ homomorphes Bild von $\mathfrak{S}$ wird, und daß den Elementen ρ_0 aus P_0 Diagonalmatrizen $\rho_0 E$ zugeordnet sind; P muß also P_0 umfassen. Eine Darstellung Γ bildet zusammen mit all ihren transformierten $P^{-1}\Gamma P$ eine Darstellungsklasse. In den so definierten Darstellungen sind die Darstellungen endlicher Gruppen $\mathfrak{G}$ mitenthalten; das zugeordnete hyperkomplexe System $\mathfrak{S}$, der »Gruppenring«, besteht aus allen »Gruppenzahlen«, d. h. aus allen linearen Verbindungen der Gruppenelemente, mit Koeffizienten aus P_0, wobei die ursprünglichen Gruppenelemente als linear unabhängig betrachtet werden und die Multiplikation durch Gruppenmultiplikation und Rechengesetze definiert ist. Die Begriffe »reduzible«, »irreduzible«, »vollständig reduzible«, »absolut irreduzible« Darstellungen sind wie üblich definiert; die Bezeichnung soll auf die Darstellungsklassen ausgedehnt werden. Ein System $\mathfrak{S}$ heißt

[1] Dieses Beispiel stammt von E. Noether; es beruht auf einer Modifikation eines von R. Brauer herrührenden, in dem überhaupt die Existenz eines minimalen Zerfällungskörpers gezeigt war, dessen Grad den Index überschreitet. Die elementare Behandlung des Beispiels stammt von R. Brauer.

Die Charakterisierung der Zerfällungskörper geht auf Untersuchungen der Verfasser zurück, die im übrigen getrennte Ziele verfolgen. Bei E. Noether handelt es sich um einen Aufbau der Darstellungstheorie auf Grund der Modul- und Idealtheorie, bei Zugrundelegung allgemeiner Endlichkeitsvoraussetzungen; bei R. Brauer um die Konstruktion der nichtkommutativen Körper endlichen Grades über einem gegebenen kommutativen vollkommenen Grundkörper, mit Hilfe der Faktorensysteme. Auf die Charakterisierung der Zerfällungskörper kleinsten Grades kamen die Verfasser unabhängig, R. Brauer bei vollkommenem Grundkörper, E. Noether ohne diese Beschränkung. Die Charakterisierung der allgemeinen Zerfällungskörper fand R. Brauer im Anschluß an eine Frage von E. Noether über die Möglichkeit nichtkommutativer Einbettung; E. Noether konnte auch hier die Beschränkung auf vollkommenen Grundbereich aufheben.

Digitized by Google

»vollständig reduzibel in P«, wenn alle seine Darstellungsklassen in P vollständig reduzibel sind.

Sei jetzt $\mathfrak{S}$ als vollständig reduzibel in P_0 vorausgesetzt; sei P_0 als vollkommener Körper angenommen, so daß das gleiche für jede algebraische Erweiterung P von P_0 gilt. Die Darstellungsklassen bleiben bei jeder Erweiterung P von P_0 vollständig reduzibel[1]. Das Zentrum von $\mathfrak{S}$ wird direkte Summe von endlich vielen Körpern; jede einem solchen Körper $\mathfrak{K}$ isomorphe Erweiterung P von P_0 wird Körper eines (einfachen) Charakters. Erweitert man P_0 zu einem $\mathfrak{K}$ isomorphen P, so spaltet sich von $\mathfrak{S}$ ein zweiseitig einfacher Ring ab, dem die absolut irreduzible Darstellungsklasse des Charakters zugeordnet ist. Dieser Ring wird — Satz von Wedderburn — direktes Produkt eines Matrizenringes in P mit einem, bis auf Isomorphie eindeutig bestimmten nichtkommutativen Körper $\mathfrak{A}$, dessen Zentrum durch P gegeben ist und der vom Grade m^2 in bezug auf P ist, wo m den zum Charakter gehörigen Schurschen Index bezeichnet. Jeder Zerfällungskörper von $\mathfrak{S}$ — in bezug auf die zu dem Charakter gehörige Darstellung — ist zugleich ein solcher von $\mathfrak{A}$ in bezug auf die Darstellungen in P und umgekehrt. Die konjugierten Darstellungen von $\mathfrak{S}$ erhält man, wenn man von dem entsprechenden zweiseitig einfachen Ring in P_0 ausgeht; dessen zugeordneter Körper $\mathfrak{A}_0$ wird zu $\mathfrak{A}$ isomorph und besitzt $\mathfrak{K}$ als Zentrum. Das Problem der Zerfällungskörper ist also vollständig auf das des zugeordneten nichtkommutativen Körpers $\mathfrak{A}$ und seine Zerfällungen zurückgeführt[2]. Insbesondere gilt der Satz:

Alle größten kommutativen Unterkörper von $\mathfrak{A}$ sind von gleichem Grad m inbezug auf P, wo m den Schurschen Index bedeutet. Alle diese größten kommutativen Unterkörper sind Zerfällungskörper kleinsten Grades, und jeder Zerfällungskörper kleinsten Grades ist unter ihnen enthalten. Der Grad jedes Zerfällungskörpers ist ein Vielfaches von m. $\mathfrak{A}$ besitzt nur eine absolut irreduzible Darstellungsklasse, ebenso nur eine irreduzible Darstellungsklasse in bezug auf P.

Zur Charakterisierung der allgemeinen Zerfällungskörper bezeichne $\mathfrak{A}_r$ das direkte Produkt von $\mathfrak{A}$ mit dem Matrizenring vom Grade r^2 in bezug auf P (System aller r-reihigen Matrizen mit Elementen aus P). Es wird $\mathfrak{A}_r$ zweiseitig einfach, mit $\mathfrak{A}$ als zugeordnetem nichtkommutativen Körper; und jeder zweiseitig einfache Ring, hyperkomplex in bezug auf P, dem $\mathfrak{A}$ zugeordnet ist, wird so gewonnen. $\mathfrak{A}_r$ ist auch charakterisiert als System aller r-reihigen Matrizen mit Elementen aus $\mathfrak{A}$.

Jeder Zerfällungskörper von $\mathfrak{A}$ vom Grade mr — falls ein solcher existiert — ist einem größten kommutativen Unterkörper von $\mathfrak{A}_r$ isomorph. Umgekehrt sind alle größten kommutativen Un-

[1] Bei nicht vollkommenem P_0 bleibt vollständige Reduzibilität dann und nur dann erhalten, wenn die Komponenten $\mathfrak{K}$ des Zentrums »Erweiterungen erster Art« von P_0 werden. Unter dieser Voraussetzung gelten alle weiteren Folgerungen des Textes.

[2] Das entspricht der Schurschen Zurückführung auf das System der Matrizen aus P, die mit der irreduziblen Darstellung von $\mathfrak{S}$ in P vertauschbar sind. Die Transponierten dieser Matrizen ergeben eine Darstellung von $\mathfrak{A}$ in P.

Digitized by Google

terkörper von $\mathfrak{A}_r$ Zerfällungskörper, jeweils von einem Grad ms, wo s ein Teiler von r ist. Im regulären Fall sind alle größten kommutativen Unterkörper von $\mathfrak{A}_r$ vom Grade mr. Dabei wird unter regulärem Fall verstanden: Der Grundkörper P hat die Eigenschaft, daß es zu jedem kommutativen Körper Σ über P, der endlich über P, noch kommutative Erweiterungen über Σ von beliebigem Grad gibt[1].

Ob unter diesen Zerfällungskörpern für $r > 1$ auch minimale auftreten, ist mit der Einbettung in $\mathfrak{A}_r$ noch nicht entschieden. Daß dies tatsächlich für unendlich viele r der Fall sein kann, zeigt das folgende Beispiel.

2. Die Nichtbeschränktheit der Gradzahlen minimaler Zerfällungskörper.

Für diese Nichtbeschränktheit soll jetzt der Quaternionenkörper als Beispiel gebracht werden, aufgefaßt als hyperkomplexes System in bezug auf den Körper P der rationalen Zahlen; mit den Basiselementen i, j, k außer der Einheit 1 und den bekannten Relationen:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1; \quad ij = k; \quad jk = i; \quad ki = j; \quad ji = -k;$$
$$kj = -i; \quad ik = -j.$$

Es wird sich zeigen, daß alle und nur die algebraischen Zahlkörper Zerfällungskörper sind, vermöge deren Adjunktion ein »idempotentes« Element r existiert, für das also $r^2 = r$ wird, wo r noch von Null- und Einheitselement verschieden ist. Diese Zahlkörper lassen sich auch charakterisieren als diejenigen, in denen (-1) als Summe von drei Quadraten, und folglich als Summe von zwei Quadraten darstellbar ist[2]. Denn setzt man

$$r = \alpha + \frac{1}{2}\beta i + \frac{1}{2}\gamma j + \frac{1}{2}\delta k;$$

also

$$r^2 = (\alpha^2 - \frac{1}{4}\beta^2 - \frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{4}\delta^2) + \alpha\beta i + \alpha\gamma j + \alpha\delta k,$$

so wird $r^2 = r$ gleichwertig mit:

$$4\alpha^2 - 4\alpha - \beta^2 - \gamma^2 - \delta^2 = 0; \quad 2\alpha\beta - \beta = 0; \quad 2\alpha\gamma - \gamma = 0; \quad 2\alpha\delta - \delta = 0,$$

[1] Es liegt also beispielsweise kein regulärer Fall vor, wenn P der Körper aller reellen Zahlen ist.

[2] Daß aus einer Darstellbarkeit von (-1) als Summe von drei Quadraten immer eine solche als Summe von zwei folgt, zeigt die Identität:

$$(c^2 + d^2)(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 + (c^2 + d^2)^2,$$

die sich z. B. aus dem Normen-Produktsatz der Quaternionen ergibt. Anstatt die Existenz eines idempotenten Elementes zu fordern, hätte es für die Zerfällung auch genügt, ein Element verschwindender Norm zu fordern.

Digitized by Google

und also, da nicht gleichzeitig β, γ, δ verschwinden sollen, gleichwertig mit $(-1) = \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$.

Daß jedes solche idempotente Element eine Zerfällung erzeugt, und daß die Existenz eines solchen idempotenten Elementes für die Zerfällung notwendig ist, ergibt sich aus den folgenden Tatsachen: Jede irreduzible Darstellung eines vollständig reduzibeln Systems wird durch ein einseitig einfaches Ideal erzeugt, genauer durch die zugehörige Idealklasse, und jede solche Idealklasse erzeugt die Darstellung. Diese einseitig einfachen Ideale treten alle bei einseitiger direkter Summenzerlegung auf, und diese bestimmt die »primitiven« idempotenten Elemente, die Komponenten der Einheit werden. Jedes idempotente Element ergibt umgekehrt eine Summenzerlegung $\mathfrak{S} = r\mathfrak{S} + (e-r)\mathfrak{S}$, wo e die Einheit bezeichnet; die »primitiven« ergeben Abtrennung einfacher Ideale[1]. Ein nichtkommutativer Körper, aufgefaßt als hyperkomplexes System in bezug auf sein Zentrum, wird — erweitert zu einem hyperkomplexen System in bezug auf einen Zerfällungskörper — direkte Summe von m absolut einfachen einseitigen Idealen, wo m der Schursche Index.

Im Falle des Quaternionenkörpers wird m gleich zwei; und somit erzeugt jedes idempotente Element $\neq 0$ und $\neq 1$ schon die Zerlegung in absolut einfache Ideale, der die Zerfällung in absolut irreduzible Darstellungsklassen entspricht. Damit sind aber die angegebenen Körper als Zerfällungskörper charakterisiert.

Weiter folgt: Alle in bezug auf den Körper der rationalen Zahlen zyklischen Körper Ω_n des Grades 2^n, in denen (-1) sich als Summe von zwei Quadraten darstellen läßt, sind minimale Zerfällungskörper des Quaternionenkörpers. Denn ein Zerfällungskörper kann wegen der Darstellbarkeit von (-1) als Quadratsumme nicht reell sein: andrerseits wird der Unterkörper des Grades 2^{n-1} von Ω_n — und damit jeder echte Unterkörper von Ω_n — notwendig reell, als Durchschnitt von Ω_n mit dem Körper aller reellen algebraischen Zahlen. Ω_n wird nämlich als Galoisscher Körper vom Grade zwei in bezug auf diesen Durchschnitt, der also notwendig mit dem Unterkörper des Grades 2^{n-1} übereinstimmt.

Nach dem von H. Hasse bewiesenen Existenzsatz[2] gibt es solche Körper Ω_n für jedes n; die Grade der minimalen Zerfällungskörper sind nicht beschränkt. Es tritt hier sogar jede Potenz des Index als Gradzahl eines minimalen Zerfällungskörpers auf[3].

---

[1] Der Zusammenhang zwischen primitiven idempotenten Elementen und irreduzibeln Darstellungen findet sich schon in der Dissertation von M. Herzberger: Über Systeme hyperkomplexer Größen. Kapitel 4, Berlin 1923. — Daß einfache Ideale irreduzible Darstellungen erzeugen, findet man für den kommutativen Fall z. B. gezeigt bei E. Noether, Der Diskriminantensatz für Ordnungen, Crelle 157 (1926); nichtkommutativ bei W. Krull, Theorie und Anwendung der verallgemeinerten Abelschen Gruppen, Heidelberger Berichte 1926. Vgl. auch das Schlußwort der Speiserschen Gruppentheorie. Bedeutet $a_1, \cdots, a_m$ eine Basis des Ideals in bezug auf den Zerfällungskörper, c ein beliebiges Ringelelement, so daß also $a_i c = \gamma^i_{1}\, a_1 + \cdots + \gamma_{im}\, a_m$ wird, so ist (γ_{ik}) die c zugeordnete Matrix; daß alle irreduzibeln Darstellungen durch Ideale erzeugt werden, liegt tiefer.

[2] Die Existenz von Ω_2 läßt sich schon aus der Parameterdarstellung der zyklischen Körper 4. Grades ablesen, wie sie etwa bei Weber angegeben ist (Kleines Lehrbuch der Algebra, § 93).

[3] Nachträglich konnte R. Brauer noch zeigen, daß es sogar minimale Zerfällungskörper des Quaternionenkörpers von jedem geraden Grad gibt, also von allen für

Digitized by Google

3. Elementare Behandlung der Zerfällungskörper des Quaternionenkörpers.

Es bedeute $\mathfrak{Q}$ die aus den folgenden 8 Matrizen gebildete Darstellung der Quaternionengruppe[1]

$$\pm E = \pm\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \pm I = \pm\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},\ \pm J = \pm\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ \pm K = \pm\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

Der durch $\mathfrak{Q}$ erzeugte Gruppenring ist gerade eine Darstellung des als hyperkomplexes System aufgefaßten Quaternionenkörpers; wir wollen elementar zeigen, daß $\mathfrak{Q}$ dann und nur dann in einem Körper K darstellbar ist, wenn -1 in K als Summe von zwei Quadraten darzustellen ist.

a) $\mathfrak{Q}^* = T^{-1}\mathfrak{Q}T$ sei eine in einem Körper K rationale Darstellung, es sei $I^* = T^{-1}IT$, $J^* = T^{-1}JT$. Da J und J^* zwei in K rationale ähnliche Matrizen sind, gibt es auch eine in K rationale Transformation R, die J^* in J überführt,

$$R^{-1}J^*R = J.$$

Ersetzt man von vornherein $\mathfrak{Q}^*$ durch die ebenfalls in K rationale Darstellung $R^{-1}\mathfrak{Q}^*R$, so erkennt man, daß man ohne Einschränkung $J^* = J$ annehmen kann. Es sei

$$I^* = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \qquad (a, b, c, d \text{ Zahlen aus K}).$$

Aus $IJ = -JI$ folgt $I^*J^* = -J^*I^*$ und wegen $J^* = J$ liefert das

$$a = -d \qquad b = c.$$

Aus $I^2 = -E$ folgt $I^{*2} = -E$, also

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} a^2+b^2 & 0 \\ 0 & a^2+b^2 \end{pmatrix};$$

also ist $a^2 + b^2 = -1$, und daher läßt sich -1 in K wirklich als Summe von zwei Quadraten darstellen.

Zerfällungskörper überhaupt möglichen Gradzahlen. Ein solcher Körper P($\mathfrak{S}$) läßt sich für jedes $n \geqq 2$ definieren durch die Gleichung:

$$f(\mathfrak{S}) = \mathfrak{S}^{2n} + a^2p^2\mathfrak{S}^2 + b^2p^{2\beta} = 0; \text{ also } -1 = \left(\frac{ap}{\mathfrak{S}^{n-1}}\right)^2 + \left(\frac{bp^{\beta}}{\mathfrak{S}^n}\right)^2,$$

wobei durch passende Wahl von a, b, p, β erreicht werden kann, daß 1. $f(x)$ für jedes n irreduzibel wird; 2. P($\mathfrak{S}$) nur den einzigen von P verschiedenen Unterkörper P($\mathfrak{S}^2$) besitzt; 3. daß P($\mathfrak{S}^2$) unter seinen Konjugierten auch reelle besitzt, also nicht Zerfällungskörper sein kann. Eine mögliche Wahl von a, b, p, β ist z. B. die folgende:

$$f(x) = x^{2n} + (25 \cdot 9)\ 4x^2 + 9 \cdot 64.$$

Der Beweis beruht auf einer Modifikation einer Methode von Furtwängler zur Konstruktion primitiver Gleichungen (Math. Ann. 85, S. 34, § 3), ist aber in der Einzelausführung ziemlich mühsam.

[1] Vgl. Sylvester, Math. Papers Vol III S. 647. Vol IV S. 122.

Digitized by Google

b) In einem Körper K sei -1 als Summe von zwei Quadraten darstellbar. Man setze dann, wenn etwa $-1 = a^2 + b^2$ ist,

$$I^* = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}, \quad J^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad K^* = I^* J^* .$$

Wie man leicht nachrechnet, bilden dann $\pm E$, $\pm I^*$, $\pm J^*$, $\pm K^*$ eine in K rationale zu $\mathfrak{Q}$ ähnliche Gruppe[1].

Es soll weiter gezeigt werden, daß es für unendlich viele n zyklische Körper des Grades 2^n gibt, die minimale Zerfällungskörper der Quaternionengruppe sind.

Es sei p eine rationale Primzahl, für die für ein geeignetes $r > 0$

$$(*) \quad 2^r + 1 \equiv 0 \pmod{p}$$

ist; 2^n sei die höchste in $p-1$ aufgehende Potenz von 2.

Wir zeigen zunächst, daß es zu unendlich vielen Werten von n Primzahlen p gibt. Dazu sei k eine beliebige ganze rationale positive Zahl, p sei ein Primteiler von $2^{2^k}+1$. Dann ist die für p geforderte Kongruenz mit $r = 2^k$ erfüllt. Ferner gehört 2 (mod p) zum Exponenten 2^{k+1}, und daher ist für die höchste in $p-1$ aufgehende Potenz 2^n die Zahl n größer als k. Jedenfalls gibt es also beliebig große n, zu denen Primzahlen p gehören.

Es sei ε eine primitive p-te Einheitswurzel, wir zeigen jetzt, daß in $P(\varepsilon)$ sich -1 als Summe von 2 Quadraten

$$-1 = a^2 + b^2 = (a + ib)\ (a - ib) \qquad (a,\ b \text{ Zahlen aus } P(\varepsilon))$$

darstellen läßt. Das ist gleichbedeutend damit, daß es im Körper der $(4p)$-ten Einheitswurzeln $P(\varepsilon, i) = P(\varepsilon \cdot i)$ Zahlen gibt, deren Relativnorm in bezug auf $P(\varepsilon)$ gerade -1 ist.

Die Zahl $1 + i\varepsilon^\nu$ ($\nu = 1, 2, \ldots, p-1$) hat als Relativnorm $(1 + i\varepsilon^\nu)(1 - i\varepsilon^\nu) = 1 + \varepsilon^{2\nu}$; folglich sind alle Zahlen $1 + \varepsilon^\nu$ ($\nu = 1, 2, \ldots, p-1$) Relativnormen von Zahlen aus $P(\varepsilon i)$ in bezug auf $P(\varepsilon)$ als Grundkörper. Daher gilt das gleiche auch für

$$\Pi = \prod_{\nu=0}^{r-1} (1 + \varepsilon^{2^\nu}) = (1+\varepsilon)\ (1+\varepsilon^2)\ (1+\varepsilon^4)\ \ldots\ (1+\varepsilon^{2^{r-1}}) = \sum_{\lambda=0}^{2^r-1} \varepsilon^\lambda .$$

Fügt man zu Π noch $\varepsilon^{2^r} = \varepsilon^{-1} = \varepsilon^{p-1}$ (wegen $(*)$) hinzu, so wird also $\Pi + \varepsilon^{p-1}$ eine Summe von lauter Stücken $1 + \varepsilon + \varepsilon^2 + \ldots + \varepsilon^{p-1} = 0$, und also ist

$$\Pi = -\varepsilon^{-1}.$$

Nun ist auch ε Relativnorm einer Zahl aus $P(\varepsilon i)$, nämlich von $\varepsilon^{\frac{p+1}{2}}$. Folglich gilt das Analoge für

$$\Pi \cdot \varepsilon = -1 .$$

[1] Auch mit Hilfe der Faktorensysteme läßt sich die Charakterisierung der Zerfällungskörper leicht gewinnen.

Digitized by Google

Daher ist -1 in $\mathfrak{P}(\varepsilon)$ als Summe von 2 Quadraten darstellbar[1]; $\mathfrak{P}(\varepsilon)$ ist für die Quaternionengruppe Zerfällungskörper.

Es sei $\mathfrak{K}$ der in $\mathfrak{P}(\varepsilon)$ enthaltene zyklische Körper des Grades 2^n; wir behaupten, daß auch $\mathfrak{K}$ Zerfällungskörper ist[2]. Es sei m der Index des Quaternionenkörpers in bezug auf $\mathfrak{K}$ als Grundkörper, dann ist $m = 1$ oder $m = 2$. Da es aber einen Zerfällungskörper $\mathfrak{P}(\varepsilon)$ von ungeradem Relativgrad $\frac{p-1}{2^n}$ in bezug auf $\mathfrak{K}$ gibt, ist der zweite Fall unmöglich; also $m = 1$. Das heißt aber, daß $\mathfrak{K}$ Zerfällungskörper ist.

Es gibt also für unendlich viele n zyklische Körper des Grades 2^n, die minimale Zerfällungskörper sind.

[1] Für Primzahlen der Form $n\,8 \pm 3$ findet sich diese Überlegung schon bei E. Landau, Über die Darstellung definiter Funktionen durch Quadrate, Math. Ann. Bd. 62, S. 272—285.

[2] Die Wahl des zyklischen Zerfällungskörpers vom Grade 2^n als Unterkörper eines Kreisteilungskörpers ist dem Hasseschen Beispiel nachgebildet.

Digitized by Google

Existenz gewisser algebraischer Zahlkörper.

Von Prof. Dr. Helmut Hasse
in Halle (Saale).

(Vorgelegt von Hrn. Schur.)

Für die vorangehende Untersuchung von R. Brauer und E. Noether ist es von Wichtigkeit, zu entscheiden, *ob es für jedes* $n \geqq 1$ *unendlich viele absolut-zyklische Zahlkörper* 2^n*-ten Grades gibt, in denen* -1 *Summe von zwei Quadratzahlen ist.* Wenn das auch nicht direkte Folge aus meinen früheren Existenzsätzen[1] ist, so kann ich es doch mit einer ganz ähnlichen Methode beweisen, und zwar sogar, wenn statt 2^n *als Grad eine beliebige gerade Zahl* $2^n u$ ($n \geqq 1$, u ungerade) vorgeschrieben wird.

I. Der zu konstruierende, über dem rationalen Zahlkörper R vom Grade $2^n u$ zyklische Zahlkörper sei k. Ich konstruiere k als den Teilkörper $2^n u$-ten Grades eines Kreiskörpers k_p der p-ten Einheitswurzeln, wo p eine geeignet zu bestimmende Primzahl ist. Dazu muß

$$p \equiv 1 \bmod. 2^n u \tag{1}$$

gewählt werden.

II. a) Damit -1 in k Summe zweier Quadratzahlen ist, muß zunächst k total-imaginär sein. Dafür ist notwendig und hinreichend, daß k nicht auch Teilkörper des reellen Teilkörpers $\frac{p-1}{2}$-ten Grades von k_p ist, daß also

$$p \not\equiv 1 \bmod. 2^{n+1} \tag{2a}$$

ist.

b) Damit -1 in dem total-imaginären Körper k Summe zweier Quadratzahlen ist, ist nach einer früheren Arbeit von mir[2] notwendig und hinreichend, daß Grad f oder Ordnung e der Primteiler von 2 in k gerade ist. Da hier

[1] H. Hasse, »Zwei Existenztheoreme über algebraische Zahlkörper«, Math. Ann. **95** (1925), S. 229; »Ein weiteres Existenztheorem in der Theorie der algebraischen Zahlkörper«, Math. Zeitschr. **24** (1925), S. 149.

[2] H. Hasse, »Darstellbarkeit von Zahlen durch quadratische Formen in einem beliebigen algebraischen Zahlkörper«, Journ. f. d. r. u. a. Math. **153** (1923), S. 113. — Vgl. den dortigen Satz 13, S. 128.

Digitized by Google

$e = 1$ ist, weil 2 nicht in der Diskriminante von k_p, also auch nicht in der von k aufgeht, ist somit notwendig und hinreichend, daß f gerade ist. Nun ist k Klassenkörper über R zur Gruppe der $2^n u$-ten Potenzreste mod. p. Nach dem Zerlegungssatz der Klassenkörpertheorie ist also dann und nur dann f gerade, wenn 2 nicht schon in der Gruppe der 2^n-ten Potenzreste mod. p liegt, d. h.

(2 b) $\qquad x^{2^n} - 2 \equiv 0 \bmod. p$ in R unlösbar

ist.

Ich zeige jetzt, daß es unendliche viele Primzahlen p gibt, die den Bedingungen (1), (2 a), (2 b) genügen, wodurch der verlangte Nachweis erbracht sein wird.

III. Es sei ζ_n eine primitive 2^n-te Einheitswurzel und $k_n^{(u)}$ der Körper der $2^n u$-ten Einheitswurzeln.

Die Bedingung (1) ist dann gleichbedeutend mit

(1′) $\qquad p$ wird in $k_n^{(u)}$ voll-zerlegt.

Dabei bedeutet »voll-zerlegt« hier und im folgenden soviel wie »zerfällt in verschiedene Primideale 1. Grades«.

Ebenso ist die Bedingung (2 a) gleichbedeutend mit

(2 a′) $\qquad p$ wird in $k_n^{(u)}(\sqrt[2]{\zeta_n})$ nicht voll-zerlegt.

$k_n^{(u)}(\sqrt[2]{\zeta_n})$ ist der Körper der $2^{n+1}u$-ten Einheitswurzeln.

Schließlich ist die Bedingung (2 b), weil p nicht in der Diskriminante der Gleichung $x^{2^n} - 2 = 0$ aufgeht, gleichbedeutend damit, daß p im Körper $R(\sqrt[2^n]{2})$ keinen Primfaktor 1. Grades hat. Weil nun das Kompositum $(k_n^{(u)}, R(\sqrt[2^n]{2})) = k_n^{(u)}(\sqrt[2^n]{2})$ ein Galoisscher Körper ist, ist das unter der Voraussetzung (1′) weiter gleichbedeutend mit

(2 b′) $\qquad p$ wird in $k_n^{(u)}(\sqrt[2^n]{2})$ nicht voll-zerlegt.

IV. Bekanntlich gibt es unendlich viele Primzahlen p mit der Eigenschaft (1′). Ihre Primfaktoren in $k_n^{(u)}$ sind die sämtlichen (zu 2 primen) Primideale 1. Grades $\mathfrak{p}$ von $k_n^{(u)}$. Um dann die Existenz unendlich vieler p nachzuweisen, die auch die weiteren Eigenschaften (2 a′), (2 b′) haben, ist die Existenz unendlich vieler $\mathfrak{p}$ festzustellen, die sowohl die eine als auch die andere der Eigenschaften

(2 a″) $\qquad \mathfrak{p}$ wird in $k_n^{(u)}(\sqrt[2]{\zeta_n})$ nicht voll-zerlegt

(2 b″) $\qquad \mathfrak{p}$ wird in $k_n^{(u)}(\sqrt[2^n]{2})$ nicht voll-zerlegt

Digitized by Google

haben, und das kommt wiederum auf den Nachweis hinaus, daß diejenigen $\mathfrak{p}$, die **entweder** die eine **oder** die andere (oder beide — vel ... vel!) der gegenteiligen Eigenschaften

$\overline{(2\,a'')}$ $\mathfrak{p}$ wird in $k_n^{(u)}(\sqrt[2]{\zeta_n})$ voll-zerlegt

$(2\,b'')$ $\mathfrak{p}$ wird in $k_n^{(u)}(\sqrt[2^n]{2})$ voll-zerlegt

haben, zusammen nur einen echten Bruchteil t aller $\mathfrak{p}$ ausmachen, d. h. daß der über diese $\mathfrak{p}$ erstreckte Summengrenzwert $t = \lim\limits_{s \to 1} \dfrac{\sum\limits_{\mathfrak{p}} \frac{1}{N(\mathfrak{p})^s}}{\log \frac{1}{s-1}} < 1$ ist.

V. Der Relativgrad von $k_n^{(u)}(\sqrt[2]{\zeta_n})$ über $k_n^{(u)}$ ist 2. Bezeichnen r_n und r_n^* die Relativgrade von $k_n^{(u)}(\sqrt[2^n]{2})$ und $k_n^{(u)}(\sqrt[2]{\zeta_n}, \sqrt[2^n]{2})$ über $k_n^{(u)}$, so sind bekanntlich die in obigem Sinne verstandenen Bruchteile für die $\mathfrak{p}$ mit der Eigenschaft

$$\overline{(2\,a'')} : \frac{1}{2}, \quad \overline{(2\,b'')} : \frac{1}{r_n}, \quad \overline{(2\,a'')} \text{ und } \overline{(2\,b'')} : \frac{1}{r_n^*}.$$

Demgemäß ist die Relation

$$t = \frac{1}{2} + \frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_n^*} < 1 \tag{3}$$

nachzuweisen.

Für den Relativgrad r_n von $k_n^{(u)}(\sqrt[2^n]{2})$ über $k_n^{(u)}$ gilt nun

$$\left.\begin{aligned} r_n &= 2^n \quad \text{für } n = 1, 2 \\ r_n &= 2^{n-1} \quad \text{für } n \geqq 3 \end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

Denn schon $\sqrt[2]{2}$ gehört weder zu $k_1^{(u)} = k_0^{(u)}$ noch zu $k_2^{(u)} = k_0^{(u)}(\sqrt[2]{-1})$; und für $n \geqq 3$ gehört zwar noch $\sqrt[2]{2}$ zu $k_n^{(u)}$, weil $k_3^{(u)} = k_0^{(u)}(\sqrt[2]{-1}, \sqrt[2]{2})$ ist, aber nicht mehr $\sqrt[2^2]{2}$, weil das eine nicht-Abelsche Zahl ist.

Nach (4) ist die Relation (3), sogar ohne r_n^* zu berücksichtigen, richtig für alle $n > 1$. Für $n = 1$ schließlich hat $k_1^{(u)}(\sqrt[2]{\zeta_1}, \sqrt[2]{2}) = k_0^{(u)}(\sqrt[2]{-1}, \sqrt[2]{2}) = k_3^{(u)}$ den Relativgrad $r_1^* = 2^2$ über $k_1^{(u)} = k_0^{(u)}$, so daß auch hier (3) stimmt.

Damit ist der verlangte Nachweis erbracht.

Digitized by Google

Wie mir Hr. I. Schur freundlicherweise mitteilt, läßt sich der im vorstehenden bewiesene Satz auch ohne idealtheoretische Hilfsmittel beweisen, wenn man die zweiten Ergänzungssätze zum quadratischen und biquadratischen Reziprozitätsgesetz sowie den folgenden Satz von Dirichlet[1] heranzieht:

> Wenn es überhaupt ganze Zahlen A gibt, die gleichzeitig durch eine ganzzahlige primitive (nicht zerfallende) quadratische Form $ax^2+bxy+cy^2$ und durch eine ganzzahlige primitive Linearfunktion $kz+l$ ganzzahlig darstellbar sind, so gibt es auch unendlich viele Primzahlen p dieser Art.

Des Interesses halber teile ich den Schurschen Beweis nachstehend mit.

Es genügt zu zeigen, daß es unendlich viele Primzahlen p gibt, für die

$$(1) \qquad p \equiv 1 \bmod. 2^n u, \quad p \not\equiv 1 \bmod. 2^{n+1}$$

$$(2) \qquad -1 = \beta_p^2 + \gamma_p^2 \text{ mit } \beta_p, \gamma_p \text{ aus } k_p$$

ist. Denn (2) besagt

$$-1 = N_{k_p k_p}(\alpha_p) \text{ mit } \alpha_p = \beta_p + i\gamma_p \text{ aus } k_p = k_p(i),$$

und hieraus ergibt sich durch Übergang zu dem zyklischen Teilkörper $2^n u$-ten Grades k von k_p, der nach (1) vorhanden und vom ungeraden Index $\frac{p-1}{2^n u}$ in k ist,

$$-1 = N_{k_p k}(-1) = N_{\bar{k}_p k}(\bar{\alpha}_p) = N_{\bar{k}\,k}(\bar{\alpha})$$

$$\text{mit } \bar{\alpha} = N_{\bar{k}_p \bar{k}}(\bar{\alpha}_p) = \beta + i\gamma \text{ aus } \bar{k} = k(i),$$

d. h.

$$-1 = \beta^2 + \gamma^2 \text{ mit } \beta, \gamma \text{ aus } k,$$

wie verlangt.

Die Forderung (2) ist nach der schon in der vorstehenden Arbeit von R. Brauer und E. Noether verwendeten (auf eine Mitteilung I. Schurs an E. Landau zurückgehenden) Schlußweise (S. 227) sicher erfüllt, wenn es ein positives ganzes r gibt, so daß

$$(2') \qquad 2^r \equiv -1 \bmod. p$$

ist[2]. Die Existenz unendlich vieler den Forderungen (1), (2') genügender Primzahlen p ergibt sich nun folgendermaßen:

Nach dem oben angeführten Dirichletschen Satz gibt es unendlich viele Primzahlen p mit den Eigenschaften

$$(3) \qquad p \equiv 1 + 2^n \bmod. 2^{\mathrm{Max}(n+1,3)}, \quad p \equiv 1 \bmod. u,$$

$$(4) \qquad p = 4x^2 + 4xy + 17y^2 = (2x+y)^2 + 16y^2,$$

[1] L. Dirichlet, Werke **1**, S. 261. — Vgl. auch A. Meyer, Journ. f. d. r. u. a. Math. **103**, S. 98.

[2] Beziehung zu meinem vorstehenden Beweis: Dann gehört 2 mod. p zu einem geraden Exponenten $f\,(=2r$, wenn r minimal gewählt), so daß der Grad f der Primteiler von 2 in k_p gerade ist. — Da auch umgekehrt, wenn f gerade ist, (2') mit $r=\frac{f}{2}$ erfüllt ist, ist (2') nicht nur hinreichend, sondern auch notwendig für (2). Das läßt sich auch direkt leicht beweisen.

Digitized by Google

deren letztere nur gefordert wird, falls $n \geqq 3$ ist. Daß es nämlich für $n \geqq 3$ überhaupt ganze Zahlen A dieser Art gibt, wird ersichtlich, wenn man x, y in (4) den miteinander verträglichen, zur Erfüllung von (3) führenden Kongruenzen

$$x^2 + x + 4 \equiv 2^{n-2} \bmod. 2^{n-1}, \quad x \equiv -\frac{1}{8} \bmod. u,$$

$$y \equiv 1 \bmod. 2^{n+1}, \qquad y \equiv \frac{1}{4} \bmod. u$$

unterwirft, deren erste erfüllbar ist, weil die Diskriminante dieser quadratischen Kongruenz $1 - 4\,(4 - 2^{n-2}) \equiv 1 \bmod. 8$ für $n \geqq 3$ ist.

Diese p genügen zunächst nach (3) den Forderungen (1). Ferner ist für sie nach (3) und dem zweiten Ergänzungssatz zum quadratischen Reziprozitätsgesetz 2 quadratischer Nichtrest oder Rest mod. p, d. h.

$$2^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \text{ oder } +1 \bmod. p,$$

je nachdem $n = 1$, 2 oder $n \geqq 3$ ist.

Für $n = 1$, 2 ist hiernach auch die Forderung (2′) erfüllt.

Für $n \geqq 3$ ist weiter y in (4) ungerade, so daß p wegen der Eindeutigkeit der Darstellung $p = X^2 + Y^2$ nicht in der Form $v^2 + 64\,w^2$ darstellbar ist. Nach dem zweiten Ergänzungssatz zum Gaussschen biquadratischen Reziprozitätsgesetz ist also 2 biquadratischer Nichtrest mod. p, d. h. (weil nach (3) $p \equiv 1 \bmod. 4$ ist) $2^{\frac{p-1}{4}} \not\equiv +1 \bmod. p$, und somit nach obigem

$$2^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1 \bmod. p,$$

so daß auch für $n \geqq 3$ die Forderung (2′) erfüllt ist.

Es sei mir zum Schluß gestattet, noch einige vergleichende Bemerkungen über beide Beweise anzufügen, die mir zur Vertiefung des Verständnisses geeignet erscheinen.

Zunächst ist zu sagen, daß die angeführten Hilfsmittel des ohne Idealtheorie auskommenden Schurschen Beweises von modernen Gesichtspunkten aus dennoch in der Idealtheorie wurzeln. Dies gilt insbesondere von dem benutzten Dirichletschen Satz, einem Spezialfall des allgemeinen Satzes von der arithmetischen Progression, daß es in jeder Strahlklasse eines algebraischen Zahlkörpers unendlich viele Primideale 1. Grades gibt. Ist nämlich $b^2 - 4ac = D = f^2 d$ (d quadratische Zahlkörperdiskriminante), so sind bekanntlich die positiven ganzen, zu f primen, durch die Form $ax^2 + bxy + cy^2$ ganzzahlig darstellbaren Zahlen A die Normen $N(\mathfrak{a})$ der ganzen Ideale $\mathfrak{a}$ aus einer gewissen Ringklasse mod. f im engeren Sinne (also eines gewissen Strahlklassenkomplexes mod. f) des Zahlkörpers $R(\sqrt{d})$, und man sieht leicht ein,

Digitized by Google

daß unter der Voraussetzung des DIRICHLETschen Satzes der Durchschnitt dieses Strahlklassenkomplexes mod. f mit dem durch die weitere Forderung $N(\mathfrak{a}) \equiv l$ mod. k definierten Strahlklassenkomplex mod. k nicht leer, also ein gewisser Strahlklassenkomplex mod. fk ist. Die Normen $N(\mathfrak{p})$ der unendlich vielen Primideale 1. Grades $\mathfrak{p}$ aus diesem Strahlklassenkomplex mod. fk sind dann die unendlich vielen Primzahlen p der Behauptung des DIRICHLETschen Satzes.

Ferner kommt, von einer anderen Seite betrachtet, mein Beweis mit einfacheren Mitteln aus als der SCHURsche. Bei mir wird nämlich an analytischen Hilfsmitteln nur der Satz über das Residuum bei $s = 1$ der DEDEKINDschen ζ-Funktionen benutzt (für die Schlüsse zu Beginn von IV. und in V.), bei SCHUR dagegen der bei Vermeidung idealtheoretischer Hilfsmittel wesentlich tieferliegende verallgemeinerte Satz von der arithmetischen Progression, der auf das Nichtverschwinden bei $s = 1$ der L-Funktionen hinausläuft. Bei einer Transformation meiner Bedingungen $\overline{(2\,\mathfrak{a}'')}$, $\overline{(2\,\mathfrak{b}'')}$ in Forderungen der Zugehörigkeit zu einer verallgemeinerten arithmetischen Progression, analog zu (3), (4) im SCHURschen Beweis, wäre der auf den Restcharakter von 2 bezügliche zweite Ergänzungssatz zum Reziprozitätsgesetz der 2^n-ten Potenzreste anzuwenden. Hierdurch wird vom Standpunkte meines Beweises verständlich, daß dieser zweite Ergänzungssatz im SCHURschen Beweise mitspielt.

Schließlich ist der SCHURsche Beweis insofern weniger weitgehend als meiner, als bei SCHUR die Forderungen (3), (4) sich für $n \geqq 3$ als zwar hinreichend, aber nicht notwendig erweisen, während bei mir alle p bestimmt werden, für die k_p einen Körper k der verlangten Art enthält. Die Dichten der SCHURschen und meiner p ergeben sich nämlich leicht zu:

n	SCHURsche p		meine p
1, 2	$\frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{\varphi(u)}$	$=$	$\frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{\varphi(u)}$
$\geqq 3$	$\frac{1}{2^{n+1}} \cdot \frac{1}{\varphi(u)}$	$<$	$\left(\frac{1}{2^n} - \frac{1}{2^{2n-1}}\right) \cdot \frac{1}{\varphi(u)}$

Hierdurch wird vom Standpunkte meines Beweises verständlich, daß SCHUR den Satz von der arithmetischen Progression nur im Körper der 2^2-ten Einheitswurzeln und den zweiten Ergänzungssatz nur für die 2-ten und 2^2-ten Potenzreste benötigt, während bei mir der Körper der 2^n-ten (und u-ten) Einheitswurzeln zugrunde zu legen war.

Mit diesen vergleichenden Bemerkungen will ich übrigens keineswegs die Bedeutung des sehr interessanten SCHURschen Beweises zugunsten meines eigenen herabsetzen. Gerade der zuletzt genannte Umstand kennzeichnet ja den SCHURschen Beweis auch vom idealtheoretischen Standpunkt als den einfacheren.

Digitized by Google

Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz.

Von A. EINSTEIN.

(Vorgetragen am 24. November 1927 [s. oben S. 214].)

In einer jüngst erschienenen Arbeit[1] habe ich mit Hrn. GROMMER die Frage untersucht, ob das Bewegungsgesetz von Singularitäten durch die Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie bestimmt sei[2]. Dabei zeigte es sich, daß das bisher allgemein vorausgesetzte Gesetz der geodätischen Linie (evtl. ergänzt durch die elektromagnetischen bewegenden Kräfte) im statischen bzw. stationären Falle aus den Feldgleichungen gefolgert werden kann. Es zeigte sich aber auch, daß diese Schlußweise sich nicht hypothesenfrei auf den Fall übertragen läßt, daß das die Singularität umgebende Feld kein stationäres ist. Hier mußte eine zusätzliche Hypothese über den Charakter der in einem äußeren Felde befindlichen Singularität gemacht werden, deren Berechtigung nicht erwiesen werden konnte. Dies Ergebnis ist von Interesse vom Gesichtspunkt der allgemeinen Frage, ob die Feldtheorie mit den Postulaten der Quantentheorie im Widerspruch steht oder nicht. Die meisten Physiker sind zwar heute der Überzeugung, daß die Tatsachen der Quanten die Gültigkeit einer Feldtheorie im geläufigen Sinne des Wortes ausschließe. Aber diese Überzeugung gründet sich nicht auf eine hinreichende Kenntnis der Konsequenzen der Feldtheorie. Deshalb erscheint mir die weitere Verfolgung der Konsequenzen der Feldtheorie bezüglich der Bewegung der Singularitäten einstweilen noch geboten, trotzdem auf anderem Wege eine weitgehende Beherrschung der numerischen Verhältnisse durch die Quantenmechanik erzielt worden ist.

Im folgenden wird gezeigt, daß die Feldtheorie das Bewegungsgesetz bestimmt, wenn der Charakter der Singularität für die erste Näherung angenommen wird. Bei Annahme des statischen und zentralsymmetrischen Charakters der Singularität ergibt sich das durch die elektromagnetischen Kräfte erweiterte Gesetz der geodätischen Linie.

Allerdings sind die Resultate unter Vernachlässigung von Größen der dritten Ordnung abgeleitet, so daß man nicht sicher sein kann, ob jeder der nach unseren Ergebnissen möglichen Lösungen eine exakte Lösung entspricht. Dafür aber ist die verwandte Methode einfach und durchsichtig.

[1] Sitzungsber. 1927. I.

[2] H. WEYL hat in den späteren Auflagen seiner Bücher »Raum, Zeit, Materie« schon früher die Meinung vertreten, daß die Elementarkörper als Singularitäten des Feldes aufzufassen seien. Auch hat er dort bereits die Bewegungsgleichungen aus diesem Gesichtspunkte abzuleiten versucht. Vgl. auch K. LANCZOS, Z. f. Phys. 44, S. 773.

Digitized by Google

§ 1. Grundlage und Methode.

Es werden die Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie in der Form

$$R_{i\varkappa} - \frac{1}{2} g_{i\varkappa} R + T_{i\varkappa} = 0 \tag{1}$$

zugrunde gelegt, wobei $R_{i\varkappa}$ den RIEMANN-Tensor zweiten Ranges

$$R_{i\varkappa} = -\frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{i\varkappa}}{\partial x_{\alpha}} + \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{i\alpha}}{\partial x_{\varkappa}} + \Gamma^{\alpha}_{i\beta}\Gamma^{\beta}_{\varkappa\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{i\varkappa}\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta}, \tag{2}$$

R dessen Skalar, $T_{i\varkappa}$ den MAXWELLschen Energietensor des elektromagnetischen Feldes

$$T_{i\varkappa} = \frac{1}{4} g_{i\varkappa}\phi_{\alpha\beta}\phi^{\alpha\beta} - \phi_{i\alpha}\phi^{\varkappa\alpha} \tag{3}$$

bedeutet. Zu diesen Gleichungen kommen noch die MAXWELLschen Feldgleichungen

$$\frac{\partial f^{i\varkappa}}{\partial x_{\varkappa}} = 0, \tag{4}$$

welche bekanntlich eine Folge von (1) sind. Da gemäß (3) der Skalar T bekanntlich verschwindet, kann (1) durch

$$R_{i\varkappa} + T_{i\varkappa} = 0 \tag{1a}$$

ersetzt werden.

Gesucht wird eine Lösung dieser Gleichungen, welche einer zentralsymmetrischen, statischen Lösung mit einer punktartigen Singularität unendlich nahe ist, und welche dem Fall eines Elektrons in einem schwachen äußeren Felde entsprechen soll. Die gesuchte Lösung soll von der Form sein

$$\left.\begin{aligned} g_{i\varkappa} &= -\delta_{i\varkappa} + \lambda g_{i\varkappa} + \lambda^2 \bar{g}_{i\varkappa} + \cdots \\ \phi_i &= \lambda\bar{\phi}_i + \lambda^2\bar{\bar{\phi}}_i + \cdots . \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Wir wollen die Konvergenz einer solchen Entwicklung[1] annehmen und uns auf die Untersuchung von Größen erster und zweiter Ordnung beschränken, wobei $\delta_{i\varkappa}$ $(= 1$ bzw. $= 0$, je nachdem $i = \varkappa$ oder $i \neq \varkappa)$ als Größe nullter Ordnung anzusehen ist. ϕ_i sind die elektromagnetischen Potentiale, also

$$\phi_{i\varkappa} = \frac{\partial \phi_i}{\partial x_{\varkappa}} - \frac{\partial \phi_{\varkappa}}{\partial x_i}.$$

Substituiert man (5) in (1) und (4), so erhält man für jede Größenordnung (d. h. für jede Potenz der Konstanten λ) ein System von Differentialgleichungen. Uns interessieren nur diejenigen Systeme, welche der ersten und zweiten Größenordnung entsprechen. Um sie in übersichtlicher Form

[1] Diese Form der Entwicklung involviert die Wahl einer imaginären x_4-Koordinate.

Digitized by Google

zu erhalten, bemerken wir zunächst, daß in Größen zweiter Ordnung genau gilt

$$\Gamma^{\alpha}_{i\varkappa} = g^{\alpha\beta}\left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \beta \end{matrix}\right] = (-\delta_{\alpha\beta} - \lambda\gamma_{\alpha\beta}) \cdot \left\{ \lambda \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \beta \end{matrix}\right] + \lambda^2 \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \beta \end{matrix}\right] \right\},$$

was mit derselben Approximation durch

$$-\lambda\left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \alpha \end{matrix}\right] - \lambda^2 \left(\gamma_{\alpha\beta} \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \beta \end{matrix}\right] + \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \alpha \end{matrix}\right] \right)$$

zu ersetzen ist, wobei [ ] das aus den $\bar{g}_{i\varkappa}$, [ ] das aus den $\gamma_{i\varkappa}$ gebildete CHRISTOFFEL-Symbol bedeutet.

Berücksichtigt man dies, so geht (2) über in

$$\left.\begin{aligned} R_{i\varkappa} = \lambda & \left\{ \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \alpha \end{matrix}\right]_{\alpha} - \left[\begin{matrix} i\alpha \\ \alpha \end{matrix}\right]_{\varkappa} \right\} \\ + \lambda^2 & \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(\gamma_{\alpha\beta} \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \beta \end{matrix}\right] + \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \alpha \end{matrix}\right] \right) - \frac{\partial}{\partial x_{\varkappa}} \left(\gamma_{\alpha\beta} \left[\begin{matrix} i\alpha \\ \beta \end{matrix}\right] + \left[\begin{matrix} i\alpha \\ \alpha \end{matrix}\right] \right) \right. \\ & \left. + \left[\begin{matrix} i\alpha \\ \beta \end{matrix}\right] \left[\begin{matrix} \varkappa\beta \\ \alpha \end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \alpha \end{matrix}\right] \left[\begin{matrix} \alpha\beta \\ \beta \end{matrix}\right] \right\}, \end{aligned}\right\} \qquad (2\,\mathrm{a})$$

wobei die Indizes neben den eckigen Klammern die gewöhnliche Differention nach x_{α} bzw. $x_{\varkappa}$ andeuten. Wesentlich ist, daß in diesem Ausdruck die $\bar{g}_{i\varkappa}$ nur linear vorkommen. Wir können ferner mit der von uns angestrebten Genauigkeit die $T_{i\varkappa}$ in der Form schreiben

$$T_{i\varkappa} = \lambda^2 \left(-\frac{1}{4}\delta_{i\varkappa}\phi_{\alpha\beta}^2 + \phi_{i\alpha}\phi_{\varkappa\alpha} \right). \qquad (3\,\mathrm{a})$$

Aus (2a) ersieht man, daß bei der Bildung (1) der lineare Operator

$$L_{i\varkappa} = \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \alpha \end{matrix}\right]_{\alpha} - \left[\begin{matrix} i\alpha \\ \alpha \end{matrix}\right] \qquad (6)$$

eine zweifache Rolle spielt. Mit Rücksicht auf (2a), (3a) und (6) erhält man an Stelle von (1) die beiden Systeme

$$L_{i\varkappa} = 0 \qquad (7)$$

$$\bar{L}_{i\varkappa} + \bar{Q}_{i\varkappa} = 0. \qquad (8)$$

$\bar{L}_{i\varkappa}$ bzw. $\bar{\bar{L}}_{i\varkappa}$ bedeuten den linearen Operator (6), ausgeführt an $\bar{g}_{i\varkappa}$ bzw. $\bar{\bar{g}}_{i\varkappa}$. Für $\bar{Q}_{i\varkappa}$ ergibt sich mit Rücksicht auf (2a), (3a) und (7) der Ausdruck

$$\left.\begin{aligned} \bar{Q}_{i\varkappa} = & \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(\bar{\gamma}_{\alpha\beta} \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \beta \end{matrix}\right] \right) - \frac{\partial}{\partial x_{\varkappa}} \left(\bar{\gamma}_{\alpha\beta} \left[\begin{matrix} i\alpha \\ \beta \end{matrix}\right] \right) + \left[\begin{matrix} i\alpha \\ \beta \end{matrix}\right] \left[\begin{matrix} \varkappa\beta \\ \alpha \end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix} i\varkappa \\ \alpha \end{matrix}\right] \left[\begin{matrix} \alpha\beta \\ \beta \end{matrix}\right] \\ & + \left(-\frac{1}{4}\delta_{i\varkappa}\bar{\phi}_{\alpha\beta}^2 + \bar{\phi}_{i\alpha}\bar{\phi}_{\varkappa\alpha} \right). \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Digitized by Google

Die MAXWELLschen Gleichungen (4) brauchen wir im folgenden nur in erster Näherung, da in (8), (9) nur die $\overline{\phi}$, nicht aber die $\overline{\overline{\phi}}$ auftreten, und da — wie ich mich überzeugt habe — die Gleichungen (4) in zweiter Näherung sich stets erfüllen lassen, ohne daß sich dabei eine für das Bewegungsproblem maßgebende Bedingung ergäbe. Wir haben also an Stelle von (4) zu setzen

$$\left.\begin{aligned} \Box\,\overline{\phi_i} &= 0 \\ \frac{\partial \overline{\phi_i}}{\partial x} &= 0 . \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Das bisher Ausgeführte ist nur eine Umformung der Feldgleichungen der Gravitation. Die weitere Untersuchung stützt sich auf (7) und (8) und charakterisiert sich so: Man bestimmt $\overline{g_{i\varkappa}}$ und $\overline{\phi_i}$ gemäß den Gleichungen (7) und (10), indem man eine Lösung mit einer punktartigen, zentralsymmetrischen Singularität und einem äußeren Gravitations- und elektromagnetischen Felde aufsucht. Durch diese Lösung sind auch die $\overline{Q_{i\varkappa}}$ in (8) bestimmt. Die Hauptaufgabe besteht nun in der Lösung der folgenden Frage: Was für eine Bedingung muß die Lösung $\overline{g_{i\varkappa}}$, $\overline{\phi_i}$ der ersten Approximation erfüllen, damit Größen $\overline{\overline{g_{i\varkappa}}}$ existieren, welche keine neuen singulären Stellen besitzen, also im besonderen in der Umgebung des singulären Punktes regulär sind?

Bevor wir diese Frage beantworten, wollen wir die Lösung in erster Approximation aufstellen und für unsere Betrachtung ein geeignetes Koordinatensystem wählen.

§ 2. Erste Approximation.

In erster Approximation wird das gesuchte Feld mit Singularität durch die Gleichungssysteme (7) und (10) bestimmt. Für ihre Lösungen gilt das Superpositionsprinzip. Außerdem erkennt man, daß in dieser Approximation sich eine Wechselwirkung zwischen gravitationellen bzw. Trägheitswirkungen einerseits und elektromagnetischen Wirkungen andererseits noch nicht geltend macht. Diese Eigenschaften erlauben zunächst, das Gravitationsfeld sowie das elektromagnetische Feld additiv aus einem »inneren« Feld des Elektrons mit Singularität und aus einem »äußeren« ohne Singularität zusammenzusetzen. Dabei würde das innere Feld nach Voraussetzung zentralsymmetrisch sein (für ein mitbewegtes Koordinatensystem), wenn das äußere Feld nicht existierte. Für den Fall der Existenz eines äußeren Feldes wird zwar eine Abweichung des inneren Feldes von der Zentralsymmetrie zu erwarten sein. Aber diese Abweichung wird in erster Näherung als von der zweiten Größenordnung unberücksichtigt bleiben dürfen.

Das Koordinatensystem wählen wir zunächst so, daß seine x_4-Achse dauernd mit der Singularität zusammenfällt, und daß bei Weglassung des inneren Gravitationsfeldes für diese Achse

$$dx_4 = j\,ds\,, \qquad (j=\sqrt{-1}) \qquad (11)$$

wobei ds die metrische Länge bei Vernachlässigung des inneren Feldes ist.

Digitized by Google

Über das Koordinatensystem setzen wir ferner fest, daß in der x_4-Achse alle räumlichen Ableitungen außer denen von g_{44} verschwinden sollen und daß die $g_{\mu\nu}$ dort alle gleich $-\delta_{\mu\nu}$ sein sollen[1]. Endlich möge das Koordinatensystem so gewählt werden, daß in einem endlichen Gebiete die $g_{\mu\nu}$ von den $-\delta_{\mu\nu}$ nur unendlich wenig abweichen.

Unter diesen Umständen können wir das äußere Gravitationsfeld, d. h. die ihm entsprechenden Anteile der $\overline{g_{ik}}$ in der Form schreiben

$$\left.\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_l x_l \end{matrix}\right\} \quad (12)$$

Die a_l ($l = 1, 2, 3$) sollen von den räumlichen Koordinaten unabhängig sein, können aber in beliebiger Weise von der Zeit abhängen. Durch diesen Ansatz wird den Gleichungen (7) Genüge geleistet. Er kann sich von der Darstellung des wirklich herrschenden äußeren Gravitationsfeldes höchstens in Gliedern unterscheiden, die der Inhomogeneität des äußeren Gravitationsfeldes entsprechen. Von der Untersuchung des Einflusses dieser Inhomogeneität auf die Bewegung der Singularität wollen wir absehen.

Von dem inneren Gravitationsfeld wollen wir Zentralsymmetrie annehmen, was sicher in erster Näherung erlaubt ist. Den Gleichungen (7) wird bekanntlich[2] durch den Ansatz

$$\left.\begin{matrix} -\frac{m}{4\pi\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{m}{4\pi\nu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m}{4\pi\nu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +\frac{m}{4\pi\nu} \end{matrix}\right\} \quad (13)$$

für die $\overline{g_{\mu\nu}}$ entsprochen. Die Summe der Ansätze (12) und (13) stellen die $\overline{g_{\mu\nu}}$ des gesamten Gravitationsfeldes in der Nähe des singulären Punktes, d. h. für kleine x_1, x_2, x_3, hinreichend genau dar.

---

[1] Dies läßt sich tatsächlich erzielen. Sei nämlich die Bedingung für ein System der x' nicht erfüllt (wohl aber (11)), so benutzen wir eine Substitution

$$x'_\mu = c_{\mu a} x_a + c_{\mu a b} x_a x_b + \cdots; \quad x'_4 = x_4 + c_{4a} x_a + c_{4ab} x_a x_b + \cdots,$$

wobei a und b nur raumartige Indizes seien (1—3). Bei der Berechnung der $g_{\mu\nu}$ und $\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma}$ in der x_4-Achse den entsprechenden gestrichenen Größen treten dann nur die explizite angeschriebenen (von x_4 abhängigen) Koeffizienten c (nebst zeitlichen Ableitungen derselben) auf, also 36 Funktionen der Zeit, über die wir verfügen dürfen. Die oben angegebene Koordinatenbedingung enthält aber $9 + 27 = 36$ Forderungen, welche also durch geeignete Wahl der Funktionen c zu befriedigen sein werden.

[2] Die Einheiten für m und ε sind so gewählt, daß die Gravitationskonstante sowie der Koeffizient der Stromdichte in den MAXWELLschen Gleichungen gleich 1 gesetzt sind.

Digitized by Google

Das elektrische Feld können wir in erster Näherung im Einklang mit (10) in der Umgebung der Singularität durch den Ansatz darstellen

$$\begin{array}{|cc|c|cc|c|}
\hline
\overline{\varphi_{23}} & \overline{\varphi_{31}} & \overline{\varphi_{12}} & \overline{\varphi_{14}} & \overline{\varphi_{24}} & \overline{\varphi_{34}} \\
\hline
\mathfrak{h}_x & \mathfrak{h}_y & \mathfrak{h}_z & -j\mathfrak{e}_x & -j\mathfrak{e}_y & -j\mathfrak{e}_z \\
\hline
0 & 0 & 0 & -j\dfrac{\varepsilon x_1}{4\pi r^3} & -j\dfrac{\varepsilon x_2}{4\pi r^3} & -j\dfrac{\varepsilon x_3}{4\pi r^3}, \\
\hline
\end{array} \qquad (j=\sqrt{-1}) \tag{14}$$

wobei sich die erste Zeile auf das äußere, die zweite auf das innere Feld bezieht. Damit das äußere Feld den Gleichungen (10) genüge, müssen die Komponenten in passender Weise von x_1, x_2, x_3 abhängen, wenn die Abhängigkeit von x_4 als gegeben gedacht wird. Auch hier sehen wir jedoch von dem Einfluß der räumlichen Inhomogeneität des äußeren Feldes auf die Bewegung der Singularität ab.

Nachdem so das gesamte Feld in erster Approximation in der Umgebung der Singularität hinreichend genau ausgedrückt ist, können die in (8) auftretenden $\overline{Q_{i\varkappa}}$ aus (9) berechnet werden. Dabei werden dreierlei Terme auftreten:

1. Quadratische bezüglich des äußeren Feldes;
2. Quadratische bezüglich des inneren Feldes;
3. Produktglieder aus den Komponenten des inneren und des äußeren Feldes.

Dementsprechend zerfällt $\overline{Q_{i\varkappa}}$ in drei Summanden. Da die $\overline{L_{i\varkappa}}$ in den $\overline{\overline{g_{i\varkappa}}}$ linear ist, werden sich auch die $\overline{\overline{g_{i\varkappa}}}$ aus drei Systemen additiv zusammensetzen. Das erste dieser Systeme entspricht dem Falle, daß kein äußeres Feld, das zweite dem Falle, daß keine Singularität vorhanden ist. Nur das dritte entspricht der Koexistenz des äußeren und inneren Feldes. Nur dieses wird also für die Lösung des Bewegungsproblems in Betracht kommen. Wir brauchen daher in $\overline{Q_{i\varkappa}}$ nur die »gemischten« Glieder zu berücksichtigen. Mit Rücksicht hierauf liefern die Gleichungen (9) zusammen mit (12), (13), (14)

$$\left.\begin{aligned}
8\pi\overline{Q_{sl}} &= \frac{3}{2}\,\delta_{sl}\frac{m a_l x_l}{r^3} - 3\,\frac{m x_s x_t a_l x_l}{r^5} \\
&\quad + \frac{2\varepsilon}{r^3}(\delta_{sl}\mathfrak{e}_l x_l - \mathfrak{e}_s x_l - \mathfrak{e}_l x_s) \\
8\pi\overline{Q_{14}} &= j\frac{\varepsilon}{r^3}(x_2\mathfrak{h}_3 - x_3\mathfrak{h}_2) \\
8\pi\overline{Q_{44}} &= \frac{3}{2}\,\frac{m a_l x_l}{r^3} - \frac{2\varepsilon}{r^3}\mathfrak{e}_l x_l\,.
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Hierbei bezeichnen l, s, t nur räumliche Indizes. Nach diesen vorbereitenden Betrachtungen können wir aus Gleichung (8) Folgerungen ziehen.

Digitized by Google

§ 3. Zweite Approximation.

Führt man die Abkürzungen

$$\overline{g_{i\varkappa}} - \frac{1}{2}\delta_{i\varkappa}\overline{g_{\alpha\alpha}} = \overline{\gamma_{i\varkappa}} \tag{16}$$

ein, so nimmt (8) die Form an

$$-\square\,\overline{g_{i\varkappa}} + \frac{\partial}{\partial x_\varkappa}\left(\frac{\partial\,\overline{\gamma_{i\alpha}}}{\partial x_\alpha}\right) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial\,\overline{\gamma_{\varkappa\alpha}}}{\partial x_\alpha}\right) = -2Q_{i\varkappa}, \tag{17}$$

wobei $\square$ den Operator $\left(\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2}\right)$ bedeutet. Ferner bemerken wir: Sind die Gleichungen (17) erfüllt, so bleiben sie erfüllt, wenn man zu den $\overline{g_{i\varkappa}}$ die Ausdrücke $\frac{\partial \xi_i}{\partial x_\varkappa} + \frac{\partial \xi_\varkappa}{\partial x_i}$ hinzufügt, wobei die vier Funktionen ξ_i beliebig gewählt sind. Hieraus folgert man leicht, daß die $\overline{g_{i\varkappa}}$ so normiert werden können, daß die Beziehungen

$$\frac{\partial\,\overline{\gamma_{i\alpha}}}{\partial x_\alpha} = 0 \tag{18}$$

erfüllt sind. Statt (17) erhält man dann

$$\square\,\overline{g_{i\varkappa}} = 2\overline{Q_{i\varkappa}}. \tag{19}$$

Diese »Spaltbarkeit« von (17) in (18) und (19), welche mit der bekannten Divergenzeigenschaft des Tensors $R_{i\varkappa} - \frac{1}{2}g_{i\varkappa}R$ aufs engste zusammenhängt, ist für unsere Untersuchung von ausschlaggebender Bedeutung. (18) und (19) enthalten nämlich eine Art »Überbestimmung« der $\overline{g_{i\varkappa}}$, derart, daß die Erfüllung von (19) die Erfüllung von (18) noch nicht nach sich zieht, so daß die Gleichungen (18) noch eine zusätzliche Bedingung enthalten, deren Erfüllbarkeit nicht selbstverständlich ist.

Wir führen die Abkürzung

$$\overline{S_{i\varkappa}} = \overline{Q_{i\varkappa}} - \frac{1}{2}\delta_{i\varkappa}\overline{Q_{\alpha\alpha}} \tag{20}$$

ein. Dann nimmt (19) die Form an

$$\square\,\overline{\gamma_{i\varkappa}} = 2\overline{S_{i\varkappa}}. \tag{21}$$

Das ganze Problem ist nun auf die Frage reduziert: Wie müssen die $\overline{S_{i\varkappa}}$ beschaffen sein, damit $\gamma_{i\varkappa}$ existieren, die den Gleichungen (21) und (18) genügen und überall in der Umgebung des singulären Punktes regulär sind?

Aus (18) und (21) folgt zunächst

$$\frac{\partial\,\overline{S_{i\varkappa}}}{\partial x_\varkappa} = 0. \tag{22}$$

Daß diese Gleichung in der Umgebung der Singularität erfüllt ist, kann aus (15) verifiziert werden. Es läßt sich überdies zeigen, daß (22) immer erfüllt

Digitized by Google

ist, wenn die Feldgleichungen in erster Näherung erfüllt sind. Ersetzt man nämlich zur Abkürzung

$$\overline{L_{ik}} - \frac{1}{2}\delta_{ik}\overline{L} \quad \text{durch} \quad \overline{M_{ik}}\,, \qquad \overline{\overline{L_{ik}}} - \frac{1}{2}\delta_{ik}\overline{\overline{L}} \quad \text{durch} \quad \overline{\overline{M_{ik}}}\,,$$

so ist in Größen zweiter Ordnung genau[1]

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R + T_{ik} = \overline{M_{ik}} + \overline{\overline{M_{ik}}} + \overline{S_{ik}}\,.$$

Die Feldgleichungen der Gravitation lauten in erster Näherung

$$\overline{M_{ik}} = 0\,.$$

Sie sollen erfüllt sein. Ferner sind die elektromagnetischen Gleichungen in erster Näherung erfüllt; daraus folgt das Verschwinden der Divergenz von T_{ik} in zweiter Näherung genau. Da ferner die Divergenz von $R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R$ identisch verschwindet, so folgt das Verschwinden der (allgemein kovarianten) Divergenz der Größe zweiter Ordnung $\overline{\overline{M_{ik}}} + \overline{S_{ik}}$. In Größen zweiter Ordnung genau kann diese Divergenz durch $\frac{\partial\,\overline{\overline{M_{ik}}} + \overline{S_{ik}}}{\partial x_k}$, oder wegen des identischen Verschwindens von $\frac{\partial\,\overline{\overline{M_{ik}}}}{\partial x_k}$ durch $\frac{\partial\,\overline{S_{ik}}}{\partial x_k}$ ersetzt werden. Das Gelten der Feldgleichungen in erster Näherung hat also das Verschwinden von $\frac{\partial\,\overline{S_{ik}}}{\partial x_k}$ zur Folge.

Bevor wir die zweite Approximation untersuchen, müssen wir einer prinzipiellen Schwierigkeit Rechnung tragen. Die Annäherungsmethode gemäß Gleichungen (5) setzt jedenfalls die Endlichkeit der g_{ik}, $\overline{g_{ik}}$ usw. voraus. Diese Bedingung ist aber bei unserem Problem verletzt, da bei $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ eine Singularität ist. Man könnte also denken, daß eine Entwicklung gemäß (5) bei der Behandlung unseres Problems überhaupt unzulässig sei.

Damit hängt folgender Umstand zusammen. Angenommen, es sei die zweite Approximation gemäß (18) und (21) berechnet, so ist diese ebenso wie $\overline{g_{ik}}$, $\overline{\varphi_{ik}}$ und $\overline{S_{ik}}$ in der x_4-Achse singulär. Sie ist also durch (18) und (21) nicht eindeutig bestimmt. Denn es kann dieser zweiten Approximation eine solche additiv zugefügt werden, welche den Gleichungen

$$\frac{\partial\,\overline{\overline{\gamma_{ik}}}}{\partial x_k} = 0$$
$$\frac{\partial^2\,\overline{\overline{\gamma_{ik}}}}{\partial x_\alpha^2} = 0$$

genügt. Solche Lösungen existieren, da wir nicht ausschließen dürfen, daß auch sie in der x_4-Achse singulär werden. Analoges gilt auch für die höheren

[1] λ ist der Kürze halber gleich 1 gesetzt.

Digitized by Google

Approximationen. Es sind also bei solcher Rechnungsweise die höheren Approximationen durch die niedrigeren gar nicht eindeutig bestimmt, was absurd erscheint.

Diese Schwierigkeit läßt sich jedoch auf folgendem Wege umgehen. Angenommen, die $\overline{g_{ik}}$ und $\overline{\phi_i}$ wären überall regulär, so könnte man die Regularität auch von den höheren Approximationen fordern; speziell die $\overline{\overline{\gamma_{ik}}}$ könnte man aus (21) als retardierte Potentiale berechnen. Überhaupt ließen sich jeweilen die nächst höheren Approximationen als retardierte Potentiale ausdrücken, würden also regulär werden. In diesem Falle bestünde kein Grund, an der Konvergenz der Entwicklung (5) zu zweifeln[1].

Wir berechnen nun die zweite Approximation, indem wir statt von $\overline{g_{ik}}$ und $\overline{\phi_i}$ von überall regulären Funktionen $\overline{g^*_{ik}}$, $\overline{\phi^*_i}$ ausgehen, die folgendermaßen beschaffen seien:

1. sie stimmen außerhalb einer um $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ gelegten Kugelfläche vom sehr kleinen Radius r_0 mit $\overline{g_{ik}}$, $\overline{\phi_i}$ überein,
2. sie schließen sich in dieser Kugelfläche stetig an $\overline{g_{ik}}$ und $\overline{\phi_i}$ an und sind im Innern der Kugel regulär.

Diese Ersetzung denken wir uns bei allen singulären Punkten des betrachteten Systems ausgeführt. Von den $\overline{\overline{\gamma_{ik}}}$ verlangen wir

1. Gültigkeit der Gleichungen

$$\Box \overline{\overline{\gamma^*_{ik}}} = 2\overline{S^*_{ik}} \tag{21a}$$

im ganzen Raume,

2. Gültigkeit der Gleichungen

$$\frac{\partial \overline{\overline{\gamma^*_{ik}}}}{\partial x_k} = 0 \tag{18a}$$

außerhalb der Kugelfläche.

Bilden wir dann den Limes für $r_0 = 0$, so gehen die $\overline{\overline{\gamma^*_{ik}}}$ in die gesuchten $\overline{\overline{\gamma_{ik}}}$ über. Zunächst erhalten wir so

$$\overline{\overline{\gamma^*_{ik}}} = -\frac{1}{2\pi}\int \frac{\overline{S^*_{ik}}(t-\rho)}{\rho}\, dV, \tag{22}$$

wobei dV das räumliche Integrationselement, ρ dessen räumlichen Abstand vom Aufpunkt bedeutet. Für jede der vier Koordinaten x_α folgt aus (22)

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left\{\int \frac{\overline{S^*_{ik}}(t-\rho)}{\rho}\, dV\right\} = \int \frac{\frac{\partial \overline{S^*_{ik}}}{\partial x_\alpha}(t-\rho)}{\rho}\, dV.$$

[1] In der Wahl der retardierten Potentiale für die Auflösung der Wellengleichung liegt allerdings eine Willkür, durch welche ein Vorzeichen der Zeit bevorzugt wird. Hierauf hat früher schon RITZ hingewiesen. Ohne diese Willkür kann aber auch die MAXWELLsche Theorie nicht auskommen.

Digitized by Google

Also

$$\frac{\partial \gamma_{i\varkappa}^*}{\partial x_\varkappa} = -\frac{1}{2\pi}\int \frac{\left|\frac{\partial S_{i\varkappa}^*}{\partial x_\varkappa}\right|}{\rho} dV, \tag{23}$$

wobei die senkrechten Striche andeuten, daß in $\frac{\partial S_{i\varkappa}^*}{\partial x_\varkappa}$ statt t das Argument $t-\rho$ einzusetzen ist. Wir haben nun auszudrücken, daß die rechte Seite von (23) außerhalb der Kugel vom Radius r_0 verschwindet. Da außerhalb der Kugel $S_{i\varkappa}^*$ mit $S_{i\varkappa}$ zusammenfällt, so verschwindet dort der Integrand, und wir haben nur über das Kugelinnere zu integrieren. Da wir ferner den Limes für $r_0 = 0$ zu bilden haben, dürfen wir ρ durch den Abstand r des Aufpunktes von der Singularität ersetzen[1]. Das Integral geht daher über in

$$\frac{1}{r}\int \left|\frac{\partial S_{i\varkappa}^*}{\partial x_\varkappa}\right| dV.$$

Ferner machen wir nur einen vernachlässigbaren Fehler, wenn wir die Retardierung statt auf das Integrationselement auf den Kugelmittelpunkt beziehen, so daß man erhält

$$\frac{1}{r}\left|\int \frac{\partial S_{i\varkappa}^*}{\partial x_\varkappa} dV\right|.$$

Dies geht aber nach dem Gaussschen Satze[2] durch Integration über das Kugelvolum und mit Rücksicht darauf, daß an der Kugelfläche $S_{i\varkappa}^*$ gleich $S_{i\varkappa}$ ist, über in

$$\frac{1}{r}\left|\int S_{i\varkappa}\frac{x_\varkappa}{r} dS\right| = -\frac{|A_i|}{r}, \tag{24}$$

wobei die A_i nur Funktionen eines Argumentes $(t-r)$ sind. Man erhält also endlich für die Umgebung des betrachteten singulären Punktes

$$\frac{\partial \gamma_{i\varkappa}}{\partial x_\varkappa} = -\frac{|A_i|}{2\pi r}. \tag{25}$$

Gleichung (18) liefert also

$$A_i = -\int S_{i\varkappa}\frac{x_\varkappa}{r} dS = 0. \tag{26}$$

Zufolge (24), (20) und (15) bedeutet dies

$$A_i = a_i m + \mathfrak{e}_i \varepsilon = 0. \tag{26a}$$

Diese Formel besagt, daß — von dem singulären Punkte aus beurteilt — die Summe der pondero-motorischen Kräfte der Schwere und des elektro-magne-

[1] Die Integration über die übrigen Singularitäten liefert für die unmittelbare Umgebung von $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ offenbar nur Vernachlässigbares.

[2] Die Integration über $\frac{\partial S_{i4}^*}{\partial x_4}$ liefert gemäß (15), (20) keinen Beitrag.

Digitized by Google

tischen Feldes verschwinden müssen. Es ist klar, daß (26a) den bekannten Bewegungsgleichungen des Elektrons äquivalent ist, die in allgemein kovarianter Schreibweise lauten

$$A_i = m\left(g_{i\alpha}\frac{d^2x_\alpha}{ds^2} + \begin{bmatrix}\alpha\beta\\ i\end{bmatrix}\frac{dx_\alpha}{ds}\frac{dx_\beta}{ds}\right) + \varepsilon\phi_{i\alpha}\frac{dx_\alpha}{ds} = 0. \qquad (26\,b)$$

Damit ist gezeigt, daß das bisher hypothetisch angenommene Bewegungsgesetz eine Folge der Feldgleichungen ist, wenn man eine punktförmige Singularität von statischem Charakter der Betrachtung zugrunde legt. Aber es ist damit noch nicht erwiesen, daß derartige Singularitäten gemäß den Feldgleichungen alle Bewegungen ausführen können, welche der Bedingung (26b) genügen. Es wäre nämlich denkbar, daß bei Durchführung der Betrachtung für höhere Approximationen weitere beschränkende Bedingungen hinzukämen.

Zum Verständnis der Quanten-Tatsachen trägt diese Untersuchung nicht bei. Wichtig aber bleibt das Ergebnis, daß Bewegungsgesetz für Singularitäten und Feldgleichungen nicht voneinander unabhängig sind.

Ausgegeben am 14. Februar 1928.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXXIII. Gesamtsitzung. **15. Dezember.**

Vorsitzender Sekretar: Hr. RUBNER.

1. Hr. v. FICKER sprach über das meteorologische System von WILHELM BLASIUS.

W. BLASIUS ist als der bedeutendste Vorläufer der modernen Polarfronttheorie zu betrachten. Zeitlich an H. W. DOVE anschließend, hat er in einem umfangreichen, 1875 erschienenen Werk ein System der Stürme entwickelt, das in allen wesentlichen Punkten mit der heute herrschenden Theorie in Übereinstimmung steht, ohne daß die Bedeutung dieses Systemes von einem zeitgenössischen Meteorologen erkannt worden wäre.

2. Hr. WAGNER legte eine Abhandlung des Hrn. Dr. W. CAUER über die Variabeln eines passiven Vierpols vor.

Bekanntlich hängt der komplexe Wechselstromwiderstand eines Stromzweiges, der aus Widerständen, Kapazitäten und Induktivitäten netzartig beliebig zusammengesetzt ist, nach einer rationalen Funktion $R(i\omega)$ von der Kreisfrequenz ω ab. Für ein gegebenes Netz ist $R(i\omega)$ leicht bestimmbar. Hr. CAUER hat in einer früheren Arbeit unter gewissen Voraussetzungen das umgekehrte Problem gelöst, für gegebenes $R(i\omega)$ ein entsprechendes Netz zu bestimmen.

Bei einem Vierpol, d. i. ein Netz, dem an zwei Punkten elektrische Leistung zugeführt und an zwei anderen Punkten Leistung entnommen wird, hängen Spannung und Strom an der Zuführungsstelle linear von Spannung und Strom an der Abnahmestelle ab; die Koeffizienten sind rationale Funktionen von $i\omega$ und für ein gegebenes Netz leicht zu berechnen. In der vorliegenden Arbeit führt Hr. CAUER für den Fall des symmetrischen Vierpols die umgekehrte Aufgabe, nämlich die Darstellung des zu gegebenen Koeffizienten passenden Vierpols auf das von ihm früher gelöste Problem zurück.

3. Hr. GUTHNICK überreichte den 7. Band der 1. Abteilung der »Geschichte des Fixsternhimmels« (Karlsruhe 1927).

4. Die Akademie hat zu wissenschaftlichen Zwecken bewilligt:

durch ihre philosophisch-historische Klasse

1330 ℛℳ für die Ibn-Saad-Ausgabe,
900 ℛℳ als einmaligen Sonderzuschuß für den Thesaurus linguae Latinae,
300 ℛℳ für die sizilischen Forschungen des Hrn. Prof. Dr. EDUARD STHAMER in Berlin,
600 ℛℳ für den Interpolationen-Index des Hrn. Prof. Dr. ERNST RABEL in München;

Digitized by Google

durch ihre physikalisch-mathematische Klasse

1500 ℛℳ für laufende Mehrausgaben des »Tierreich«-Unternehmens,

200 ℛℳ für die Herausgabe der 44. Lieferung der »Opuscula Ichneumonologica« des Hrn. Prof. Dr. Otto Schmiedeknecht in Blankenburg i. Thür.,

800 ℛℳ für vergleichende physiologische Untersuchungen des Hrn. Prof. Dr. Paul Krüger in Berlin.

Die Akademie hat den Professor an der Universität Madrid Hrn. Dr. Hugo Obermaier, den Professor an der Universität Kopenhagen Hrn. Dr. Hans Ostenfeldt Lange, den Präsidenten der Akademie der Wissenschaften in Wien Hrn. Hofrat Prof. Dr. Oswald Redlich und den Präsidenten der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in Budapest Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Albert Berzeviczy von Berzevicze zu korrespondierenden Mitgliedern ihrer philosophisch-historischen Klasse und den Professor an der Universität und Direktor der Universitätssternwarte zu Leipzig Hrn. Dr. Julius Bauschinger zum korrespondierenden Mitglied ihrer physikalisch-mathematischen Klasse gewählt.

Die Akademie hat das korrespondierende Mitglied ihrer physikalisch-mathematischen Klasse Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Emanuel Kayser in München am 29. November durch den Tod verloren.

Digitized by Google

Das meteorologische System von Wilhelm Blasius.

Von H. v. Ficker.

Jeder, der die von V. Bjerknes aufgestellte, von seinen Schülern ausgebaute Polarfronttheorie als den bedeutendsten Fortschritt in der dynamischen Meteorologie während der letzten zwei Jahrzehnte betrachtet, fühlt auch das Bedürfnis, nachzuforschen, ob und inwieweit Wurzeln dieser Lehre bereits vor Bjerknes im Entwicklungsgange der Meteorologie nachweisbar sind. An anderer Stelle[1] habe ich darzustellen versucht, daß die von Bjerknes vertretene Auffassung nicht etwa als ganz neue Richtung aufzufassen ist, sondern daß sie insofern in der Entwicklungsrichtung der modernen Meteorologie lag, als wesentliche Grundlagen der Polarfronttheorie von zeitgenössischen, namentlich in Österreich tätigen Meteorologen bereits gefunden waren und von ihnen auch praktisch verwertet wurden. Jedem, der mit der Geschichte der Meteorologie nur einigermaßen vertraut ist, mußte sich außerdem die Überzeugung aufdrängen, daß in der Polarfronttheorie im Grunde genommen nur die alte, auf H. W. Dove zurückgehende Lehre von den Polar- und Äquatorialströmungen ihre Wiederaufstehung in neuem Gewande erlebt hatte, verbessert und verfeinert durch die Einsichten, die nach Dove von Forschern wie Helmholtz und Margules gewonnen worden waren. Auch darauf, daß man bereits bei Bigelow und Shaw manche Anschauung der späteren Polarfronttheorie vertreten findet, wurde in der Diskussion über die scheinbar neue Lehre von mehreren Seiten hingewiesen. Ganz unbekannt ist aber den meisten Fachgenossen selbst heute noch, daß schon gleichzeitig mit Dove ein anderer deutscher Forscher ein System der Stürme aufgestellt hat, das vollständig, d. h. in voller Klarheit und vollem Umfange, den Grundanschauungen der heutigen Polarfronttheoretiker entspricht, das in den wesentlichen Punkten die Lehren Doves weiter geführt und ergänzt hat und das ebenso, wie um ein halbes Jahrhundert später die Polarfronttheorie, geeignet gewesen wäre, die dynamische Meteorologie in den von Dove gewiesenen Bahnen zu halten und letztere in die Geleise der mittlerweile ausgebauten synoptischen Meteorologie einmünden zu lassen. Dieser deutsche Forscher ist Wilhelm Blasius gewesen, der einen großen Teil seines bewegten Lebens in Amerika zugebracht hat, der sein Hauptwerk in englischer Sprache hat erscheinen lassen, der mit diesem Werk in Amerika nur spärliche und überdies praktisch unwirk-

[1] Polarfront, Aufbau, Entstehung und Lebensgeschichte der Zyklonen. Meteorol. Zeitschr. 1923, S. 65.

Digitized by Google

same Anerkennung, in seiner deutschen Heimat hingegen nur Ablehnung oder völlige Nichtbeachtung gefunden hat. Auch die kurzen Schriften, die Blasius nach seiner Rückkehr in die Heimat veröffentlicht hat und in denen er sein System verteidigt und teilweise auch erweitert, haben an diesem Schicksal nichts geändert. Und doch kann heute nach dem großen und raschen Erfolge der Polarfronttheorie nicht mehr bezweifelt werden, daß wir W. Blasius als einen der bedeutendsten, ideenreichsten Meteorologen, auf jeden Fall aber als den bedeutendsten Vorläufer der Polarfronttheoretiker zu betrachten haben. Ich empfinde es als eine Ehrenpflicht gegenüber dem längst Verstorbenen, wenigstens heute auf seine Bedeutung hinzuweisen, in Kürze die enge Beziehung seines Systems zum Polarfrontschema nachzuweisen und eine Erklärung dafür zu suchen, wie es kommen konnte, daß ein heute einfach scheinendes und naheliegendes System von den zeitgenössischen Meteorologen so vollständig abgelehnt wurde, daß sogar der Name dieses Forschers unbekannt geblieben ist. Auch ich verdanke die Bekanntschaft mit dem Werk von Wilhelm Blasius nicht eigenen, historisch-meteorologischen Untersuchungen, sondern insofern einem Zufalle, als mir der Schwiegersohn des Verstorbenen — M. Radaković, Professor der theoretischen Physik in Graz und einst mein Lehrer in Innsbruck — vor einigen Jahren die Schriften seines Schwiegervaters mit der Bitte um eine Beurteilung gab.

Lebenslauf und Werke[1].

Wilhelm Blasius wurde am 24. Juli 1818 als Sohn eines Landmannes in Eckenbach (Reg. Bez. Köln) geboren. Seine Erziehung verdankte er seinem älteren Bruder Prof. Heinrich Blasius, der an der Technischen Hochschule in Braunschweig gewirkt und durch seine zoologischen Arbeiten sich einen angesehenen Namen erworben hat. Wilhelm Blasius studierte hauptsächlich in Bonn Naturwissenschaften, und im Sommersemester 1846 gelang es ihm, eine zoologische Preisaufgabe über die Entwicklung des Feuersalamanders zu lösen. Nach Abschluß seiner Studien wurde er Professor der Naturgeschichte an dem Lyzeum von Hannover, gab diese Stellung jedoch nach kurzer Tätigkeit wieder auf und wanderte, beeinflußt durch seine politische Überzeugung, im Jahre 1850 nach Amerika aus. Hier trat er in enge freundschaftliche Beziehungen zu Prof. Louis Agassiz, ohne sich vorerst mit meteorologischen Fragen zu beschäftigen. Erst durch die Beobachtung des West-Cambridge-Tornados vom 22. August 1851 wurde er zum Meteorologen und begann mit ausgebreiteten Studien über die Natur der Stürme. In der folgenden Zeit war er in Philadelphia in verschiedenen Richtungen und mit wechselndem Glück geschäftlich tätig, bis er nach dem Zusammenbruch seiner geschäftlichen Unternehmungen im Jahre 1888 nach Deutschland zurückkehrte, wo er im Hause seines Neffen, Prof. Dr. Rudolf Blasius in Braunschweig, einen fried-

[1] In der Meteorologischen Zeitschrift 1899, S. 555 ff. findet sich ein Nachruf auf W. Blasius, geschrieben von seinem Neffen — mit Ausnahme einer kurzen, von W. Blasius selbst verfaßten Mitteilung im Jahre 1890 die einzige Spur, die er in dieser angesehensten deutschen Fachzeitschrift hinterlassen hat.

Digitized by Google

lichen Lebensabend fand. Er starb am 23. März 1899, auch noch als Greis unermüdlich damit beschäftigt, seiner Sturmtheorie in Wort und Schrift Anhänger zu werben und sie gegen abfällige Beurteilungen zu verteidigen. — Ein Verzeichnis der Schriften von Wilhelm Blasius (17) ist dem in der Fußnote erwähnten Nachruf in der Meteorologischen Zeitschrift 1899 beigegeben. Sein Hauptwerk führt den Titel »Storms, their nature, classification and laws«. With the means of predicting them by their embodiments the clouds; Philadelphia, Porter & Coats, 1875 (8°, 342 Seiten, mit vielen Abbildungen und Tafeln.)

Untersuchung des West-Cambridge-Tornados.

Zur Beschäftigung mit der Meteorologie ist Blasius durch die genaue Untersuchung der Zerstörungsspuren gekommen, die am 22. August 1851 ein bei West-Cambridge (U. S. A.) wandernder Tornado hinterlassen hat. Im Gegensatz zur herrschenden Auffassung, die das Hauptgewicht bei derartigen Störungen auf die Wirbelbewegung der Luftmassen legte, fand Blasius als primäre Erscheinung ein System von zwei sich im allgemeinen geradlinig bewegenden, einander entgegengerichteten Luftströmen verschiedener Temperatur (Nordwest und Südwest), zwischen denen eine durch Luftruhe ausgezeichnete Zone verlief. Blasius schloß, daß in dieser Begegnungszone die beiden Luftströme einander das Gleichgewicht gehalten hätten. Durch den Einfluß des Bodenreliefs (Hügel und Tal) war örtlich dieses Gleichgewicht gestört worden, d. h. der kältere Luftstrom hatte sich hier rasch in das Gebiet der wärmeren Strömung ausgebreitet. Hier war der Tornado entstanden, der sich in der Folge jedoch nicht mit einem der beiden Ströme verschoben hatte, sondern längs der Begegnungszone beider Ströme (vgl. Fig. 1). Der zerstörende Wirbel (Tornado) erwies sich damit für Blasius als ein sekundäres Gebilde, genetisch an das Zusammentreffen zweier präexistierender Luftströme verschiedener Richtung und Temperatur, an ein spezielles Verhältnis dieser beiden Luftströme und an besondere örtliche Verhältnisse gebunden. Der Tornado ist damit nur eine unter besonderen Umständen sich entwickelnde Begleiterscheinung eines aus zwei Strömen bestehenden Bewegungssystems, das nach Entstehung, Bewegungsrichtung und Aufbau mit dem Tornado selbst nichts gemein hat.

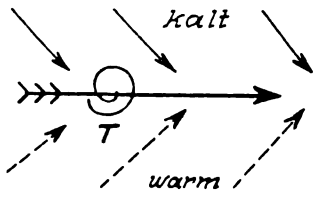


Fig. 1.

Wie sich Blasius die Entstehung eines Tornados selbst vorgestellt hat, soll später erörtert werden. Er wandte zunächst seine ganze Aufmerksamkeit dem primären Vorgange zu, der Begegnung zweier Luftströme verschiedener Richtung und Temperatur. Hier ist vor allem zu bemerken, daß Blasius — abweichend vom Sprachgebrauche — immer ein aus mehreren Strömen bestehendes System meint, wenn er von »Sturm« spricht — eine Bezeichnungsweise, die auch bei den Meteorologen nicht üblich war und die zu vielen Mißverständnissen geführt haben mag. Blasius spricht auch dann von »Sturm«, wenn die Bewegung der Luft eine mäßige gewesen ist. Das

Digitized by Google

mag unpraktisch gewesen sein, aber dadurch, daß er unter »Sturm« sozusagen jede Luftbewegung verstand, wurde sein Werk über die Stürme und ihre Gesetze zu einer Dynamik der Atmosphäre überhaupt. Wenn also Blasius von Sturm spricht, meint er immer ein räumlich sehr ausgedehntes Bewegungsfeld und kommt dadurch einer heute üblich gewordenen Betrachtungsweise sehr nahe.

Die Begegnungsflächen.

Blasius beschäftigt sich zunächst mit einem Feld, das aus zwei Strömen verschiedener Dichte besteht und aus dessen Änderungen er unsere wesentlichen Witterungsänderungen ableitet. Ebenso wie Dove erklärt er die atmosphärischen Störungen der Hauptsache nach als einen Kampf zwischen polaren und äquatorialen Luftmassen, zwischen Polarluft und Tropikluft im Sinne von Bjerknes. Ein wesentlicher Fortschritt gegenüber Dove liegt aber darin, daß Blasius den Begriff der »Begegnungsfläche« in die Darstellung einführt und letztere dadurch übersichtlich und physikalisch leicht deutbar gestaltet. Er beschreibt die Vorgänge an der Begegnungsfläche ebenso klar, wie es um 40 Jahre später Bjerknes getan hat und wie letzterer führt auch Blasius die typischen Wolkenbildungen auf die Vorgänge an den Begegnungsflächen zurück.

Was Blasius Begegnungsflächen nennt, nennt man heute Diskontinuitätsflächen, Fronten oder Grenzflächen zwischen Luftmassen verschiedener Dichte, und es ist bekannt, daß diese Fronten das tragende Skelett der Bjerknesschen Theorie sind. Um dem Verdienste von Blasius aber gerecht zu werden, muß man folgendes bedenken: Seit es eine aerologische Forschung gibt, weiß man, daß es Diskontinuitätsflächen gibt; jeder Ballon-, jeder Drachenaufstieg liefert direkte Beweise für ihre Existenz, ohne daß die Meteorologen jahrzehntelang die Bedeutung dieser Fronten für die atmosphärische Dynamik erkannt hätten. Zu den Zeiten von Blasius aber gab es noch keine Aerologie. Er schloß auf die Existenz solcher Begegnungsflächen lediglich aus den Vorgängen an der Erdoberfläche und aus den Wolkenbildungen und konnte sich nur auf eine einzige direkte Beobachtung berufen: Am 30. Juli 1874 hatte Prof. John Wise gelegentlich eines Ballonaufstieges eine beträchtliche Zunahme der Temperatur nach oben festgestellt und hatte diese Zunahme bezeichnenderweise auf eine noch unbekannte Einwirkung des Kometen Coggia zurückgeführt, der damals zwischen Erde und Sonne sich befunden hatte. So wenig war damals die große Häufigkeit derartiger Temperaturinversionen bekannt! Blasius jedoch schloß ganz richtig, daß Prof. Wise in einem Polarstrom den Aufstieg begonnen hätte und nach Durchstoßen der Begegnungsfläche in einen Äquatorialstrom geraten sei.

Wie sehr Blasius sich bewußt war, daß den Vorgängen an den Begegnungsflächen eine ausschlaggebende Bedeutung für die Witterungsvorgänge zukomme, geht aus einer Bemerkung in der Einleitung zu seinem Hauptwerk hervor: »An Stelle der modernen Erfindung des ‚barometrischen Gradienten', auf die man so große Hoffnungen setzte und die so wenige Hoffnungen er-

Digitized by Google

füllte, habe ich die ‚Begegnungsfläche' (plane of meeting) eingeführt. Sie ist in ihrer Lage zum Sturm durch die Wolken bestimmt und steht in enger Beziehung zur Entwicklung der Stürme.« Erwähnt man noch, daß Blasius bereits bei Untersuchung des West-Cambridge-Tornados gefunden hat, daß der Kampf zwischen den beiden Luftströmen längs der Begegnungszone von starkem Regen begleitet sei und daß er diese Regen genau so erklärte, wie es heute ein Frontentheoretiker tun würde, so ergibt sich klar, wie außerordentlich nahe Blasius mit seiner Auffassung den modernen Ansichten gekommen war.

Einteilung der Begegnungsflächen.

Bjerknes hat gezeigt, daß man im Aufbau eines wandernden Tiefdruckgebietes zwei Fronten — Warmfront und Kaltfront — voneinander zu unterscheiden hat, daß für jede dieser Fronten typische Wolkenbildungen nachzuweisen und daß die Niederschläge an diese Fronten gebunden sind. An der Warmfront gleitet ein warmer Luftstrom längs einer Diskontinuitätsfläche über vorgelagerte Kaltluft auf und drängt letztere zurück, so daß also die Front selbst vor dem warmen Luftstrome zurückweicht; Tropikluft — so sagt Bjerknes — dringt in ein ursprünglich kaltes Gebiet ein. Umgekehrt stößt an der Kaltfront Polarluft in ein warmes Gebiet vor, drängt warme Luft empor und erzeugt dadurch Regen von böigem Typus unter kumuloiden Wolkenbildungen. Alle diese Vorgänge finden sich bereits bei Blasius in voller Klarheit beschrieben, nur die Terminologie ist eine andere und ist ursprünglich leider nicht sehr geschickt gewesen. Was wir heute »Warmfront« nennen, nennt Blasius die Begegnungsfläche im »Nordoststurm«, bezeichnet aber dabei als Nordoststurm nicht etwa einen Wind, der aus Nordost kommt und seiner Herkunft nach als kalte Strömung aufzufassen wäre. Was Blasius Nordoststurm nennt, ist vielmehr ein System zweier verschieden temperierter, verschieden gerichteter Ströme, wobei der kalte Strom vor dem warmen Strom nach Nordosten zurückweicht, mithin die Warmluft polwärts an Raum gewinnt. Was wir andererseits heute als »Kaltfront« bezeichnen, ist bei Blasius die Begegnungsfläche in einem System, in dem Warmluft durch einen Polarstrom verdrängt wird; ein derartiges System bezeichnet Blasius als »Südost« bzw. »Südweststurm«, da die Polarluft nach Südost oder Südwest vorstößt. Es ist klar, wie irreführend diese Bezeichnungsweise wirken mußte, wenn wir bedenken, daß hier das Vordringen eines warmen Stromes nach Nordosten als »Nordoststurm«, das Vordringen eines kalten Polarstromes nach Südosten als »Südoststurm« bezeichnet wird. Immerhin, nimmt man sich die Mühe, die Ausführungen von Blasius nur halbwegs genau zu lesen, so ist ein Mißverständnis ausgeschlossen. Außerdem hat Blasius später in seinen kleinen in deutscher Sprache abgefaßten Schriften den »Nordoststurm« als »Niederdrucksturm«, den »Südoststurm« als »Hochdrucksturm« bezeichnet, weil die Verdrängung kalter Luft durch wärmere im Nordoststurm in der Regel mit fallendem, der entgegengesetzte Vorgang im Südoststurm in der Regel mit steigendem Luftdruck verbunden ist.

Digitized by Google

Würde es sich bei Blasius um gelegentliche, in andere Betrachtungen eingeflochtene Bemerkungen über die Begegnungsflächen handeln, so wäre es begreiflich, daß die zeitgenössischen Meteorologen die Wichtigkeit seines Systems nicht erkannt haben. Da aber die Begegnungsflächen sozusagen im Mittelpunkt seines umfangreichen Werkes stehen, ist die völlige Nichtbeachtung durch die Fachleute wirklich schwer verständlich, zumal Blasius die Vorgänge äußerst anschaulich schildert. So schreibt er (Storms S. 48): »Horizontale Strömungen verschiedener Temperaturen, die sich einander entgegen bewegen, überlagern sich gegenseitig. Der wärmere Strom, der schräg über dem kalten Strome aufsteigt, bewegt sich in kältere Gebiete, während der kalte Strom sich über die Erdoberfläche bewegt und unter dem warmen Strom in warme Gebiete eindringt, in gleicher Weise, wie die zwei Luftströme in Franklins Experiment übereinander fließen, wenn das Fenster eines geheizten Zimmers geöffnet wird. Die beiden Ströme liegen wie zwei Keile übereinander; der wärmere Strom hat das dünne Keilende in der Höhe, gerichtet gegen das kalte Gebiet; der Kaltstrom hat das dünne Keilende am Boden, gerichtet gegen das warme Gebiet. Die Begegnungsfläche beider Ströme ist deshalb gegen die Erdoberfläche geneigt[1].«

Dove hat sicher ganz ähnliche Vorstellungen über die Begegnung kalter und warmer Luftmassen gehabt. Aber soviel in seinen Schriften auch die Rede vom Kampf zwischen Äquatorial- und Polarstrom ist, so findet man doch nirgends eine derart anschauliche Schilderung oder gar einen Begriff wie den der Begegnungsfläche. Hier sieht man unmittelbar, wie Blasius das System Doves fortgeführt und ausgestaltet hat, leider in einer Zeit, die von den Grundanschauungen Doves nichts mehr wissen wollte. Um die historische Stellung von Blasius bewerten zu können, muß man folgendes bedenken: Im Jahre 1851 hat Blasius den Frontbegriff gebildet; 24 Jahre später hat er sein System ausführlich dargestellt, ohne Beachtung zu finden. Es verging dann abermals ein Vierteljahrhundert, bis sich die Fachmeteorologen allmählich über die Bedeutung der Diskontinuitätsflächen für das dynamische Gefüge wandernder Tiefdruck- und Hochdruckgebiete klar wurden, und erst im Jahre 1917 hat Bjerknes wieder ein System der Fronten entwickelt, das an Umfang und Geschlossenheit dem System von Blasius gleichkommt.

Selbst darin, daß Bjerknes die typischen Wolkenformen an die Vorgänge an den Fronten knüpft, ist ihm Blasius vorangegangen. Blasius schildert sehr klar, wie im Niederdrucksturm die warme Luft ihre Bewegung über den kalten Luftmassen beginnt. Die Bewegung setzt zuerst in der Höhe ein, wobei das dünne Ende des warmen Luftkeiles nach aufwärts und nach vorwärts sich in Wellen bewegt. Es bilden sich Wogenwolken, die in immer dicker werdenden Stratus[2] übergehen, je weiter die warme Luft in

[1] Die Neigungswinkel, die hierbei auftreten können und deren Kleinheit Helmholtz und Margules nachgewiesen haben, hat Blasius wohl überschätzt; er hält sogar eine nahezu senkrechte Stellung der Begegnungsfläche für möglich.

[2] Blasius unterscheidet nur Stratus- und Kumulusformen, erstere als Wirkung vorwiegend horizontaler, letztere als Wirkung vorwiegend vertikaler Luftbewegung. Cirrostratus, der den

Digitized by Google

der Höhe vorrückt (Storms S. 48/49). Auch daß bei einem Niederdrucksturm in der Begegnungszone, also an der Warmfront im Sinne von Bjerknes, die Bedingungen für Nebelbildung günstig sind, ist Blasius bereits bekannt. An die Zunahme der Bewölkung schließt sich dann meistens eine Niederschlagszone an (Warmfrontregen), wobei der Luftdruck um so mehr fällt, je seichter über dem Beobachtungsorte die Kaltluftmassen infolge Zurückdrängens der Begegnungsfläche durch den vordringenden Warmstrom werden (S. 74). Windwechsel (nach einer Kalme) und Temperaturerhöhung werden an der Erdoberfläche selbst erst dann beobachtet, wenn die Schnittlinie der Begegnungsfläche mit der Erdoberfläche über den Beobachtungsort hinweggeht. Häufig kommt es dann, wieder unter typischen Bewölkungserscheinungen, zu einem Zurückfließen der kalten Luftmassen in die Ausgangslage. Es ist aber nicht möglich, auf alle von Blasius geschilderten Einzelheiten einzugehen, und es mag die Bemerkung genügen, daß die Fülle anregender Schilderungen selbst heute noch, nach Entwicklung des modernen Frontschemas, für jeden Meteorologen von Wert ist, selbst dort, wo mancher Einzelvorgang durch Blasius eine zutreffende Erklärung nicht gefunden hat.

Die Vorgänge in den Hochdruckstürmen oder, wie wir heute sagen würden, an den Kaltfronten auf den Rückseiten wandernder Tiefdruckgebiete, schildert Blasius ebenso zutreffend (S. 50). Die Bewegung kalter Luft in wärmere Gebiete erfolgt entweder horizontal oder nach abwärts. Bewegt sich die Kaltluft horizontal, so schiebt sie sich wie ein Keil über den Boden. Die warme Luft wird gehoben, wird nach oben gedrängt und fließt wie im Niederdrucksturm über dem Polarstrom; aber da nun letzterer aktiv vordringt, ist der Effekt, die Wolkenbildung betreffend, ein anderer als im Niederdrucksturm. Die rasch nach oben gedrängte warme und feuchte Luft bildet Kumuluswolken, und Blasius betrachtet den Kumulo-Stratus als sicheres Anzeichen für das Eindringen eines Polarstromes unter feuchte Warmluft. Die Tatsache, daß vordringende Kaltluft durch Berührung mit der wärmeren Erdoberfläche geheizt wird, daß diese Heizung zuerst nur in seichten Bodenschichten eintritt, um dann auf immer größere Höhen überzugreifen, wird von Blasius bereits richtig beschrieben und in ihrer Tragweite erkannt (S. 51). Ebenso wie wir heute böige Niederschläge ursächlich an den Einbruch einer Kaltfront knüpfen, so erklärt auch Blasius die heftigen, häufig von elektrischen Entladungen begleiteten Regengüsse in den Hochdruckstürmen dadurch, daß die warme und feuchte Luft rasch und kräftig in die Höhe gedrängt wird (S. 98/99).

Von großem Interesse sind ferner die Bemerkungen über die Verschiedenheit der Wolkenbildung, je nachdem ob Polarluft aktiv in an sich warme Gebiete vordringt oder ob sie, nach einem Niederdrucksturme zurückflutend, nur wieder ihre ursprüngliche Lage wieder einnimmt. Ist letzteres der Fall, so trifft die Polarluft auf Warmluft, die durch ihren Vorstoß in hohe Breiten

Einsatz des warmen Luftstromes in der Höhe anzeigt, fällt bei Blasius unter den Begriff »Stratus«, wie besonders aus Tafel 4 seines großen Werkes hervorgeht. In seinen späteren Abhandlungen spricht Blasius selbst von Cirrus und Cirrostratus, und es ist ihm bekannt, daß Cirren aus feinsten Eisnadeln bestehen.

Digitized by Google

ihres Wasserdampfes schon zum großen Teile beraubt worden ist. Es fehlt dann nicht nur die typische Böenbewölkung, sondern es lösen sich sogar die noch vorhandenen Wolken wieder auf. In der Tat findet man namentlich im Winter viele Kälteeinbrüche aus Nordosten mit sofortiger Aufheiterung, die diesem von Blasius beschriebenen Typus sehr gut entsprechen, während im Sommer der von hohen Breiten ausgehende Polarstrom fast überall feuchte Warmluft trifft, deren Verdrängung zu kräftigen Regengüssen führt. Blasius meint deshalb auch, daß richtige Hochdruckstürme in unseren Breiten eigentlich ein Sommervorgang seien, eine Ansicht, die wohl nicht einmal für die Vereinigten Staaten, das klassische Land der Wärme- und Kältewellen, zutrifft. Bei allem Respekt vor dem weiten Blicke, der Blasius auszeichnet, braucht man natürlich nicht allen seinen Einzelergebnissen zuzustimmen. So ist ihm z. B. bekannt, daß in mittleren Breiten die meisten Kälteeinbrüche nicht, wie man zunächst erwarten möchte, aus Nordosten, sondern aus Nordwesten kommen. Kaltluftströme, die dem polaren Sammelbecken als Nordwind entquellen, müßten infolge der Erdrotation rasch zu Nordost- und später zu Ostwind werden. Daß in den Vereinigten Staaten trotzdem so viele Kältewellen aus Nordwesten kommen, erklärt Blasius durch die Annahme, daß die Kaltluftströme, aus Nordosten kommend, das meridional verlaufende Gebirgssystem treffen und durch dieses aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt werden — gewiß keine zutreffende Erklärung, wenn man bedenkt, daß man die gleiche Ablenkung der Polarströme auch in Europa und Nordasien findet. Blasius überschätzt überhaupt den Einfluß des Reliefs, obwohl man ihm beipflichten muß, wenn er behauptet, daß Gebirgsketten auf die in den unteren Schichten vorstoßenden Polarströme viel stärker einwirken als auf die in großen Höhen sich ausbreitenden Warmluftströme.

Schema der Begegnungsflächen.

Es ist bekannt, wie sehr die schematischen, von Bjerknes gegebenen Zeichnungen zum Verständnis und zur raschen Annahme seiner Ansichten beigetragen haben, trotz größter Kürze des Begleittextes. Ähnlich klare Darstellungen finden wir bei Blasius allerdings nicht, aber auch er gibt auf Taf. 7 seines Hauptwerkes das in Fig. 2 reproduzierte Schema der beiden Begegnungsflächen. Der Bogen $N—S$ stellt einen Meridian dar; rechts befindet sich das Schema eines Niederdrucksturmes (Warmfront), links das Schema eines Hochdrucksturmes (Kaltfront). Die Linie $a—b$ gibt die Begegnungsfläche im Niederdrucksturm, bei dessen Fortschreiten die Fläche polwärts, also nach links hin zurückweicht; $a'—b'$ und $a''—b''$ zeigen spätere Lagen der Begegnungsfläche, deren Schnitt mit der Erdoberfläche durch die westöstlich laufende Linie $c-d$ gekennzeichnet ist. Die Kaltluftmassen liegen links, die Warmluftmassen rechts von der Diskontinuitätsfläche. Durch eine Ellipse ist der »Kampfraum« beider Luftströme angedeutet, während Pfeile die Richtung der Luftbewegung und das Hinaufgleiten der Warmluft an der Begegnungsfläche geben. Es ist angenommen, daß die Warmluft eben ihre Ausbreitung gegen Norden beginnt. Die Kondensation im aufgleitenden Warm-

Digitized by Google

luftstrom führt zur Bewölkung in der Höhe, zunächst zu Wogenwolken, die gegen Süden in geschlossenen, immer dicker werdenden Stratus übergehen. Wenn die Luft an der Erdoberfläche längs der Linie $c - d$ an der vorgelagerten Front aufzugleiten beginnt, strömt diesem Gebiete von allen Seiten Luft aus der Umgebung als Ersatz zu, ein Vorgang, auf den sich die zentripetalen Pfeile um die Ellipse beziehen. Hier ist wohl ein Punkt, an dem die Fachmeteorologen großen Anstoß genommen haben dürften, aus dem Mißverständnis heraus, Blasius deute durch die Ellipse eine Zyklone im Sinne der synoptischen Meteorologie an. Man muß allerdings zugestehen, daß Blasius den Einfluß der Erdrotation auf die Strömungsverhältnisse recht nebensächlich behandelt hat. Andererseits, wenn er schreibt: »Der Windwechsel geht nicht

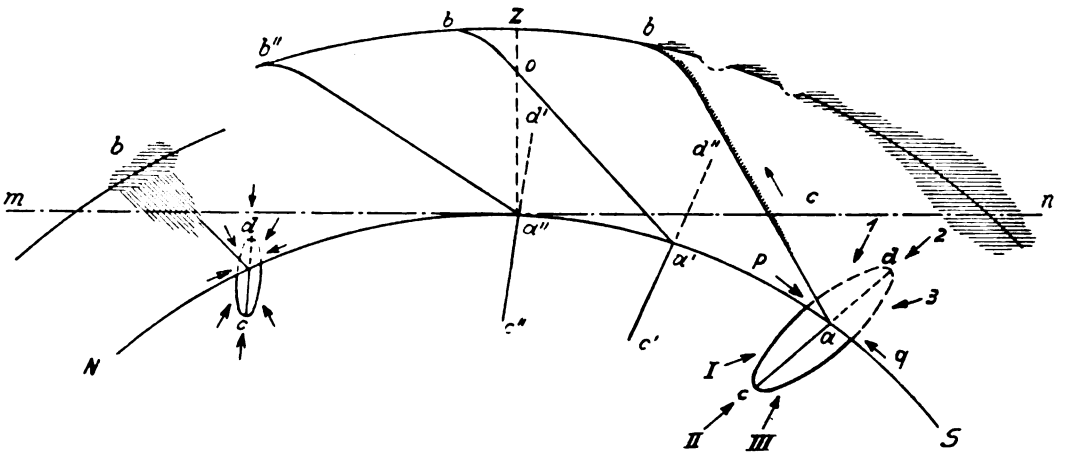


Fig. 2.

in der von den Zyklonisten allgemein angenommenen Weise, nämlich durch Umlauf eines und desselben Luftstromes vor sich, sondern durch eine Aufeinanderfolge verschiedener Ströme«, so müssen wir ihm wenigstens teilweise recht geben.

Das Schema des Hochdrucksturmes zeigt nur eine einzige Begegnungsfläche, die man sich nach rechts hin vordringend vorzustellen hat. Der Charakter der Bewölkung ist von jenem im Niederdrucksturm sehr verschieden, was in primitiver Weise angedeutet ist. Man kann gewiß nicht behaupten, daß diese zeichnerische Darstellung so klar und übersichtlich sei wie jene, die Bjerknes um 40 Jahre später gegeben hat. Aber das Wesentliche der Vorgänge ist trotzdem in einer Art dargestellt, die jedes Mißverständnis ausschließen sollte[1].

Blasius ist sich über die prognostische Bedeutung der Wolkenbildungen und ihre Beziehung zu den Fronten sehr klar gewesen. In Fig. 2 ist für

[1] In späteren Aufsätzen betont Blasius auch, sich auf Helmholtz berufend, die Identität von Begegnungs- und Diskontinuitätsflächen, freilich in einer Zeit, in der auch die Bedeutung der einschlägigen Arbeiten von Helmholtz wohl nur von sehr wenigen Meteorologen durchschaut worden ist. Auch die grundlegenden Arbeiten von Margules sind ja mehr als ein Jahrzehnt hindurch kaum beachtet worden.

Digitized by Google

einen in a'' befindlichen Beobachter der Horizont eingezeichnet. Dieser Beobachter befindet sich im Falle eines Niederdrucksturmes noch im kalten Polarstrom. Für ihn sind das erste Anzeichen des heranrückenden Warmstromes die von Süden sich nähernden Wolken (zuerst Wogenwolken, dann Stratus, beides im Cirrusniveau), die dem in a'' herrschenden Wind entgegenziehen und sich um so mehr verdichten, je mehr sich die Begegnungsfläche dem Punkt a'' nähert. Im Falle des Hochdrucksturmes hingegen sieht der im Warmstrom bei a'' befindliche Beobachter als erstes Anzeichen des bevorstehenden Kaltlufteinbruches im Norden den Wolkenwulst über seinem Horizont aufsteigen.

Nach seiner Rückkehr aus Amerika hat sich Blasius gelegentlich auch in der Diskussion von Druckregistrierungen versucht. In einem Vortrag über die Ursachen der Barometerschwankungen, anschließend an die Druckaufzeichnungen während der Hagelstürme vom 1. Juli 1891 erklärt Blasius das Fallen und Steigen des Luftdruckes durch den Wechsel verschieden temperierter Luftmassen, die über den Beobachtungsort hinwegziehen[1]. Heute wissen wir, daß die Zusammenhänge nicht ganz so einfach sind. Aber selbst in den ersten Arbeiten über die Polarfront wird noch der gleiche einfache Zusammenhang wie bei Blasius vorausgesetzt. Auch die Tatsache, daß bei dem Gegen- und Übereinanderfließen warmer und kalter Luft die Druckwirkungen, die von jedem Strome für sich ausgehen, sich gegenseitig kompensieren können, wurde von Blasius bereits erörtert. Er gibt auch — in betontem Gegensatz zu W. v. Bezold — eine richtige Erklärung der sogenannten »Gewitternasen«, ebenfalls im Anschluß an die Druckregistrierung während des erwähnten Hagelsturmes. Es ist einer der wenigen Fälle, bei deren Behandlung sich Blasius auf direkte Beobachtungen und Registrierungen bezieht.

Trotz der Forderung, jede atmosphärische Störung müsse von ihrem Beginn bis zu ihrem Ende verfolgt werden, wenn man ihr Wesen erforschen wolle, spricht Blasius nur wenig über die Entstehung der Luftströmungen. Verschiedenartige Erwärmung der Luft in verschiedenen Erdgebieten hält natürlich auch Blasius für den primären Vorgang. Und wenn er an den verschiedenen Stellen temperamentvoll gegen die synoptischen Meteorologen polemisiert, für die die Druckunterschiede das primär Gegebene seien, so übersieht er dabei, daß auch die Synoptiker trotz mancher Übertreibung die Entstehung der Druckdifferenzen in ganz ähnlicher Weise erklären wie er selbst[2].

[1] In dem Vortrag über die Ursache der Barometerschwankungen, den Blasius auf dem VI. Kongreß der Meteorologen im Juni 1892 in Braunschweig gehalten hat, bespricht er bereits die Möglichkeit gleichzeitigen Steigens von Druck und Temperatur. Er schreibt: »Verdrängt der warme den kalten Luftstrom, so fällt das Barometer, und das Thermometer steigt. Rückt in diesem Falle die Linie der größten Temperaturdifferenz über uns hinweg, so steigen Barometer und Thermometer gleichzeitig.« — Diesen Vorgang würden wir heute als Vorstoß des »äquatorialen Systems« (im Sinne von Schmauss) nach Norden deuten, der durch Eintritt hoher Temperatur bei steigendem Druck gekennzeichnet ist. Sogar die prognostische Bedeutung dieses Vorganges ist Blasius bereits bekannt: »Im Falle, daß beide, Barometer und Thermometer, gleichzeitig steigen, wird es noch wärmer als bis dahin.«

[2] Sehr drastisch schreibt Blasius (Storms S. 28): »Und so glaubt man heute, daß der Sturm die Wärme aus tropischen Regionen in die gemäßigten schafft, während in Wahrheit die Wärme es ist, die den Sturm bringt.«

Digitized by Google

Wenn es auch wahr ist, daß die Ansichten von Blasius von der zünftigen Meteorologie in fast unbegreiflichem Ausmaße mißverstanden worden sind, so soll andererseits nicht verschwiegen werden, daß Blasius sich gewiß nicht viel Mühe gegeben hat, sich in die Auffassung seiner meteorologischen Zeitgenossen hineinzudenken. Er schreibt z. B., daß in kalten Gebieten durch Ausstrahlung die Luftmassen schrumpfen, wodurch hier ein »Luftmangel« entsteht, der eine Ersatzströmung aus Süden, also Zufluß wärmerer Luft hervorruft. Oder wenn im Hochdrucksturm kalte Luftmassen nach Süden fließen, so entsteht im Norden auch wieder Luftmangel, der an anderer Stelle einen besonders energischen Zufluß warmer Luft in höhere Breiten, also einen Niederdrucksturm veranlaßt. Wie leicht wäre es für Blasius gewesen, diese Vorstellungen an die Ansichten von Hann über die Hebung bzw. Senkung der Flächen gleichen Druckes in erwärmten bzw. sich abkühlenden Gebieten anzuschließen! Wie die Dinge aber lagen, hat Blasius die Sprache der Zunft nicht gelernt, und die Zunft hat es ihrerseits verabsäumt, sich die Ausführungen von Blasius in ihre eigene Terminologie zu übersetzen. Wäre letzteres der Fall gewesen, so hätte man sicherlich das von Blasius entwickelte Frontsystem wohlwollender betrachtet.

Die Polarfront.

Unter den von Bjerknes betrachteten Fronten nimmt eine Front durch ihre Ausdehnung und Bedeutung eine ganz besondere Stellung ein, nämlich die als »Polarfront« bezeichnete Diskontinuitätsfläche, durch die im Schema das Kaltluftreservoir um den Pol gegen die Westwindzone mittlerer Breiten abgegrenzt ist und die in Wirklichkeit ein sehr bewegliches, leicht deformierbares Gebilde darstellt. Die Frage, ob eine geschlossene Front in dem von Bjerknes angenommenen Ausmaß existiert, ist hier nebensächlich; als Grundlage für das Schema hat die Einführung dieser Riesenfront sicher größten Wert. Die Art und Weise, wie die wesentlichen Störungen unserer Breiten (Zyklone und Antizyklone) in der Auffassung von Bjerknes genetisch mit dieser Polarfront verknüpft sind, kann als bekannt vorausgesetzt werden, und es ist wieder nebensächlich, ob die geniale Hypothese von Bjerknes über die Entstehung der Störungen an der Polarfront zutrifft oder ob der sogenannten »Tropfentheorie« Exners in diesem Punkte ein Vorzug zuzubilligen ist. Auf jeden Fall gehört die Polarfront zu den integrierenden Bestandteilen der Theorie von Bjerknes und hat dieser ja auch zu ihrem Namen verholfen. Für die meisten Meteorologen — auszunehmen sind vielleicht nur die unter dem Einflusse von Margules arbeitenden Österreicher — bildete diese Polarfront ein vollständiges Novum, und zunächst erinnerte sich niemand daran, daß diese Polarfront bereits seit Jahrzehnten in dem System von Blasius konstruiert vorlag, bis in Einzelheiten der Auffassung hinein. Ein Blick auf Taf. 5 des Hauptwerkes von Blasius beweist es, und dieser Blick muß für jeden modernen Meteorologen, die fast alle unhistorisch ausgebildet sind, als große Überraschung wirken. Fig. 3 gibt das Wesentliche dieser im Original in Farbendruck gebrachten Tafel wieder; die Kaltluftmassen sind schwarz wiederge-

Digitized by Google

geben, während die im Original rot angelegten Warmluftmassen nicht besonders gekennzeichnet sind. Die Pfeile zeigen die in meridionaler Richtung vorherrschenden, horizontalen und vertikalen Luftversetzungen an. In den Tropen und Subtropen entspricht das von Blasius gegebene Schema den etwas zu

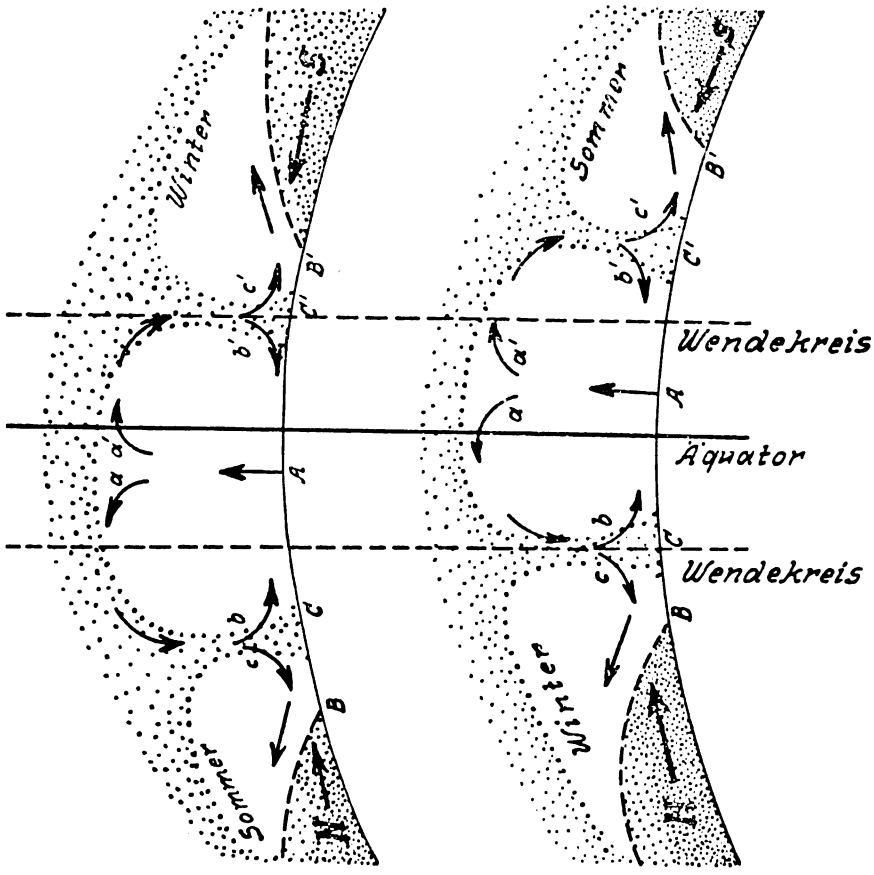


Fig. 3.

einfachen, landläufigen Vorstellungen: In der jahreszeitlich sich verschiebenden äquatorialen Kalmenzone Aufsteigen erwärmter Luft, die in der Höhe polwärts abfließt, dabei durch Ausstrahlung erkaltet und abgekühlt in den subtropischen Roßbreiten wieder herabsinkt. Während auf jeder Hemisphäre eine Verzweigung als relativ kühle Passatströmung (*b* und *b'*) zur Kalmenzone zurückkehrt, nährt eine polwärts sich wendende, relativ zur Breite warme Strömung (*c* und *c'*) die Westwinddrift mittlerer Breiten. Ganz originell hingegen und dem modernen Polarfrontschema in diesem Hauptpunkte vollständig entsprechend sind die um die Pole angehäuften, durch eine scharf markierte Diskontinuitätsfläche — die heutige Polarfront! — abgegrenzten Kaltluftmassen. Diese Kaltluftmassen keilen äquatorwärts aus und drängen in niedrigere Breiten, während andererseits die Warmluft an dieser Begegnungsfläche riesenhaften Ausmaßes aufgleitet und sich polwärts auszubreiten sucht; infolge der Erdrotation

Digitized by Google

bewegen sich die polaren Kaltluftmassen vorwiegend von Osten nach Westen, während die äquatorwärts vorgelagerte Warmluft sich vorwiegend von West nach Ost bewegt: der in Fig. 3 dargestellte Meridianschnitt kann natürlich nur die meridionalen Komponenten wiedergeben. In der Begegnungszone zwischen Polarluft und Tropikluft nimmt Blasius, wieder ganz in Übereinstimmung mit den modernen Anschauungen, einen Gürtel niedrigen Druckes an, gleichzeitig niedrigen Druck in der äquatorialen Kalmenzone und Hochdruckgürtel in den Roßbreiten.

Die Bedingungen, unter denen ein derartiges, aus Luftströmen verschiedener Dichte zusammengesetztes System stationär, die Begegnungsfläche selbst also in Ruhe bleiben kann, waren Blasius noch nicht bekannt, und auf die Betrachtungen, die Helmholtz über diese wichtige Frage angestellt hat, geht Blasius auch in seinen späteren Schriften nirgends ein. In Wirklichkeit ist die Polarfront kein stationäres Gebilde. Blasius nimmt (vgl. Fig. 3) an, daß die Polarfront im Winter einer Hemisphäre dem Äquator durchschnittlich näher liegt als im Sommer. Man findet deshalb jahreszeitliche Verschiebungen der Begegnungsfläche, aber Blasius bemerkt, daß es sich dabei nicht um eine kontinuierliche, ununterbrochene Verlagerung der Begegnungsfläche und der verschiedenen Druckzonen handele. Alle diese Verschiebungen gehen nach Blasius vielmehr oszillatorisch vor sich, und er schreibt (Storms S. 68): »So wie wir die Gezeitenwelle sich in einer Folge von Oszillationen erheben sehen, wobei jede Welle ein wenig weiter vorrückt als ihre Vorgängerin, bewegt sich auch die Atmosphäre mit ihren Druckgürteln in kürzeren Oszillationen, bis die äußersten Grenzen im Norden oder Süden erreicht sind.« An diesen Oszillationen nimmt auch die polare Begegnungsfläche teil — wie viele moderne Meteorologen, spricht Blasius dabei gerne und oft von »Wellenbewegung« —, und diese Oszillationen verursachen bei uns die häufigen, von vielen als rhythmisch angenommenen Witterungsänderungen. Sooft der Gürtel niedrigen Druckes (Begegnungszone zwischen Polar- und Tropikluft) über uns sich hinwegschiebt, beobachten wir einen Wechsel von Temperatur, Druck und Wind — kurzum, wie Blasius sich ausdrückt, einen Sturm, mit dem für einen Niederdruck- oder Hochdrucksturm charakteristischen Wolken- und Niederschlagsformen. So wird diese immer in Verschiebung und Oszillation befindliche Begegnungszone zur Region der Stürme in der gemäßigten Zone.

Bei gleichförmiger Beschaffenheit der Erdoberfläche würden die verschiedenen Druckgürtel parallel zu den Breitenkreisen entwickelt sein, und auch die polare Begegnungsfläche würde einen durchaus west-östlichen Verlauf haben. Für diesen hypothetischen Fall scheint Blasius der immerhin bestreitbaren Meinung zu sein, daß dann die von ihm angenommenen Oszillationen der Druckgürtel und der Begegnungsflächen sich in Parallelverschiebungen in meridionaler Richtung äußern würden. Der tatsächlich vorhandene Wechsel von Land und Wasser bewirkt aber, daß die Druckgürtel und die ihnen zugrunde liegende Gruppierung der verschieden temperierten Luftmassen von Gebiet zu Gebiet sehr ungleichmäßig entwickelt sind. So weist Blasius z. B. darauf hin, daß das polare Hochdruckgebiet im Winter über Land sich

Digitized by Google

weiter nach Süden erstreckt als über Wasser. In Nordamerika kann der Polarstrom im Winter, über Land vordringend, zeitweise noch die Passatbreiten beherrschen, so wie auch Bjerknes die großen Ausbrüche polarer Luftmassen in die Passatzone einmünden läßt. Mit Rücksicht auf die tatsächlich vorhandene, wechselnde Oberflächenbeschaffenheit und ihre Einflüsse darf man deshalb auch nicht erwarten, daß die Oszillationen der Druckgürtel und Begegnungszonen auf einer Hemisphäre überall gleichzeitig und gleichsinnig stattfinden. Sie vollziehen sich vielmehr in verschiedenen Gebieten zu verschiedenen Zeiten in separaten Wellen und Strömen, so wie es durch die ungleichmäßige Verteilung von Land und Wasser diktiert wird. Demzufolge löst sich in höheren Breiten alles in Teilströme und Teiloszillationen auf. In gleicher Breite sind gleichzeitig Polar- und Äquatorialstömungen entwickelt, Niederdruck- und Hochdruckstürme im Gange — alles in größter Übereinstimmung mit dem heute von Bjerknes gegebenen Schema der allgemeinen Zirkulation.

Sogar die Stürme der Tropen knüpft Blasius an Begegnungsflächen in diesen Regionen, wenn er auch noch nicht die Passatströme nach oben durch Diskontinuitätsflächen abgrenzt. Von großem Interesse sind ferner seine Bemerkungen über die Vorgänge in der Begegnungszone beider Passate (Storms S. 153ff.), von denen er den Passat der jeweiligen Winterhemisphäre als verhältnismäßig kältere Strömung behandelt, so daß es in der äquatorialen Kalmenzone zu einem Aufeinandertreffen verschieden temperierter Luftströme kommt, ein Vorgang, dem Blasius große Bedeutung für die Entwicklung der tropischen Wirbelstürme beizumessen scheint.

Wirbelstürme.

Blasius ist von der Untersuchung eines zerstörenden Wirbelsturmes ausgegangen und dabei zu dem Ergebnis gekommen, daß dieser Tornado nur die sekundäre Begleiterscheinung eines Hochdrucksturmes gewesen sei. Aus den besonderen Umständen des untersuchten Einzelfalles schloß er, daß Tornados sich nur dort entwickeln, wo dem vorrückenden Kaltluftstrome durch die entgegenwehende Warmluft im allgemeinen gerade das Gleichgewicht gehalten wird, wo also der Warmluftstrom seinen kalten Widersacher sozusagen wie ein Damm abriegelt und am weiteren Vorrücken hindert (Storms S. 113)[1]. Die zwei Ströme befinden sich in diesem Stadium im Zustand extremer »Spannung«, wie Blasius sich ausdrückt. Und in der Tat: Wenn der Kaltstrom an der Erdoberfläche nicht mehr vorrückt, während gleichzeitig von rückwärts noch kalte Luft nachströmt, so muß der Kaltluftstrom vor der Begegnungszone sich aufstauen und die Begegnungsfläche sich

[1] An vielen Stellen weist Blasius darauf hin, wie besonders gefährlich die Verhältnisse wegen der Begünstigung der Wirbelbildung werden, wenn im Hochdrucksturm die Begegnungszone stationär wird. Rückt die Wolkenwand (Kumulostratus) eines Hochdrucksturmes rasch heran, so besteht keine besondere Gefahr, da zerstörende Wirbel sich nicht entwickeln. Stellt aber die Wolkenwalze an der Front der Kaltluftmassen ihre Vorwärtsbewegung ein, so wird die Lage besonders dort gefährlich, wo die lokalen Verhältnisse rein örtlich den Vorstoß kalter Luft aus der im allgemeinen stationär gewordenen Front heraus begünstigen.

Digitized by Google

steiler stellen; die potentielle Energie des Systems, seine Spannung, nimmt also zu. Wenn nun an einer Stelle gewissermaßen ein Dammbruch eintritt, d. h. wenn infolge örtlicher Umstände (Taleinschnitt z. B.) ein lokal beschränkter, sehr vehementer Vorstoß der kalten Luft eintritt, so entsteht nach Blasius der zerstörende Wirbel. Wo die Kaltluft örtlich vorstößt (vgl. Fig. 4), wird sie seichter, und es senkt sich die Begegnungsfläche, in der eine trogförmige Depression sich entwickelt (Storms S. 154), deren Längserstreckung mit der Richtung des Kaltluftstromes übereinstimmt, im Falle des West-Cambridge-Tornados also von Nordwest nach Südost verlief. Sobald an einer Stelle diese Depression der Begegnungsfläche eintritt, strömt zunächst in der Höhe warme Luft sehr rasch als Ersatz zu, biegt aber dabei in die Längsrichtung der trogförmigen Depression um, so wie es in der Figur 4 durch die gestrichelten Windpfeile angezeigt ist. Damit ist die Bedingung zur Entwicklung eines Wirbels gegeben, der dann längs der Begegnungszone sich weiterbewegt, wobei die Wirbelbewegung rasch auf tiefere Schichten übergreift, wie es Blasius eingehend schildert und durch die Wolkenbildungen klarzumachen sucht.

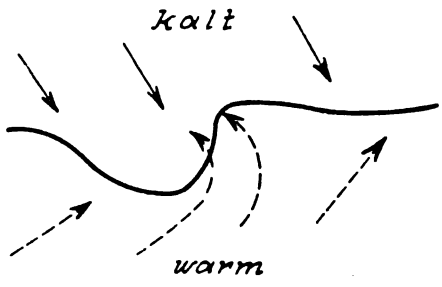


Fig. 4.

Ebenso wie die Tornados erklärt Blasius auch die tropischen Zyklonen, die Hagelstürme und Tromben als Vorgänge an im allgemeinen stationär werdenden Fronten — eine Verallgemeinerung, mit der er wohl zu weit geht. Wichtig und wesentlich aber ist die Auffassung, daß Tornados durch Vorgänge an Begegnungsflächen entstehen und daß das Vorhandensein solcher Flächen, also auch von Luftströmen verschiedener Dichte, eine notwendige Bedingung für die Entwicklung der Tornados ist. Daß letztere höheren Breiten fehlen, erklärt Blasius einfach, wenn auch nicht sehr überzeugend damit, daß bei Hochdruckstürmen die Begegnungsflächen um so leichter ihre Vorwärtsbewegung einstellen, in je niedrigere Breiten die Kaltluftmassen vorgestoßen sind.

Jedem modernen Meteorologen muß sofort auffallen, daß die Art und Weise, in der sich Blasius die Entstehung der Tornados vorstellt, sehr an die Auffassung von F. M. Exner über die Entstehung wandernder Tiefdruckgebiete (Zyklonen) erinnert. Auch im System von Bjerknes ist die Existenz einer Polarfront unerläßlich für die Entwicklung unserer Zyklonen, die allerdings weit umfangreichere Gebilde als der von Blasius untersuchte Wirbelsturm sind. Da aber Blasius die Stürme der gemäßigten Zone ebenfalls an der sich immerwährend verschiebenden, polaren Begegnungsfläche vor sich gehen läßt, liegt die Vermutung nahe, daß ihm auch bezüglich richtiger Auffassung der Zyklonenbildung unserer Breiten die Priorität zuerkannt werden müsse. Das ist aber nicht der Fall, und es empfiehlt sich, auf diesen Punkt etwas näher einzugehen, weil man von ihm aus eine Erklärung dafür findet, daß Blasius und sein System von den zeitgenössischen Meteorologen abgelehnt worden sind.

Digitized by Google

Aufbau der Zyklonen.

Nach Dove hat sich die sogenannte synoptische Richtung in der Meteorologie unter Verzicht auf des Altmeisters Grundanschauungen hauptsächlich mit den wandernden Tiefdruckgebieten, die man heute allgemein wieder Zyklonen nennt, beschäftigt und sie als wandernde Wirbel behandelt. Daß diese Wirbel bezüglich ihrer Temperaturverhältnisse asymmetrisch gebaut seien, war bekannt, aber diese Temperaturasymmetrie wurde als Folgeerscheinung, nicht als Vorbedingung der Zyklonenbildung betrachtet. Bjerknes hingegen zeigt, daß die Entstehung der Zyklonen an die Polarfront gebunden sei, also das Neben- und Übereinander verschieden temperierter, durch Grenzflächen voneinander geschiedener Luftströme zur Voraussetzung hätte. Obwohl Bjerknes mit dieser Ansicht wieder zur Grundanschauung von Dove zurückkehrt, so wäre es doch ganz verfehlt, Bjerknes als Überwinder der synoptischen Richtung hinzustellen und letztere als erledigt zu betrachten. Auch Bjerknes gründet ja seine Arbeiten durchaus auf synoptische Darstellungen, und der Fortschritt liegt darin, daß er das synoptische Bild einer Zyklone durch Einzeichnung der Fronten verfeinert und ausgestaltet. Bjerknes hat die Synthese aus Dove und Synoptik gebracht und ist durch diese Synthese in den Stand gesetzt worden, ein Entwicklungsschema der Zyklonen aufzustellen, mit dessen Hilfe es möglich ist, über die künftige Entwicklung einer Zyklone Aussagen zu machen. Hätte Bjerknes nicht an den allen zeitgenössischen Meteorologen wohlbekannten und geläufigen Begriff der Zyklone angeknüpft, so wäre er mit seiner Theorie wohl nicht so schnell durchgedrungen, abgesehen davon, daß dieser neuen Auffassung seit Beginn des Jahrhunderts, etwa seit Margules, bereits erheblich vorgearbeitet worden war. Von dem, was Bjerknes über den Aufbau einer Zyklone sagt, interessiert uns hier nur die Tatsache, daß in jeder wohlausgebildeten, noch lebensfähigen Zyklone eine Warmfront und eine Kaltfront vorhanden sind.

Wie verhalten sich nun Blasius und sein System der Begegnungsflächen zu den Wanderzyklonen mittlerer Breiten? Da ist zunächst zu bemerken, daß Blasius sein System in einer Zeit entwickelt hat, die noch nicht über Wetterkarten verfügte und von Form, Umfang, Häufigkeit und Eigenschaften der Zyklonen unserer Breiten recht wenig wußte. Seine meteorologische Überzeugung stand, wie jene Doves, bereits fest, als die Synoptik begann, und Blasius hat nach seinem Hauptwerke nichts mehr geschrieben, was verraten würde, daß er sich in die Methoden und Auffassungen der Synoptiker auch nur einigermaßen eingelebt hätte. Er lehnt die ganze Richtung ab, so wie er auch die gewiß nicht glückliche Bezeichnung »Zyklone« ablehnt, weil er immer an Tornados und tropische Wirbelstürme denkt, wenn von Zyklonen die Rede ist. Er wendet sich mit Recht dagegen, daß die Synoptiker sich ausschließlich mit diesen Gebilden beschäftigen, übersieht dabei aber, daß es sich dabei doch um höchst wichtige Gebilde handelt, die wegen ihrer Häufigkeit und ihres meteorologischen Effektes einer Untersuchung mindestens ebenso wert sind als die von ihm so liebevoll behandelten Tornados. Er lernt natürlich Wetterkarten kennen und muß zugeben, daß in den wandernden Tiefdruck-

Digitized by Google

gebieten die Luftströmungen sich wenigstens wirbelartig anordnen, wenn ihnen auch nicht in aller Strenge Wirbelcharakter im Sinne der Hydrodynamik zukommt. Was die Genesis dieser Gebilde anbelangt, kommt Blasius zu einer sehr raschen Entscheidung. Er erklärt die Zyklonen als identisch mit seinen Niederdruckstürmen, macht damit eine wichtige Entdeckung, macht sie aber leider nur zur Hälfte. Er schildert den Vorgang auf der Vorderseite der Zyklonen, den Warmfrontvorgang, angenähert so wie heute Bjerknes. Daß aber auf der Rückseite der Zyklone eine Kaltfront, also ein Hochdrucksturm vorhanden ist, der ebenso zu dem Aufbau der Zyklone gehört wie die Warmfront, hat Blasius anscheinend nicht gesehen. Hätte Blasius erkannt, daß mindestens zwei Fronten, die beide allerdings der großen Polarfront angehören, zum Aufbau einer Zyklone gehören, und hätte er die Entstehung dieser umfangreichen Luftwirbel in ähnlicher Weise gedeutet wie die Entstehung der Tornados, so wäre Blasius bereits zur heutigen Zyklonentheorie von Exner gekommen und hätte die Synthese zwischen Dove und Synoptik um ein halbes Jahrhundert früher vollzogen. Gerade dadurch, daß Blasius hauptsächlich in seinen kleineren späteren Schriften die Zyklonen kurzerhand mit seinen Niederdruckstürmen identifiziert hat, hat Blasius den Synoptikern das Verständnis seiner Ansichten sehr erschwert. Andererseits haben die Synoptiker die große Tragweite des Systems der Begegnungsflächen nicht im mindesten erkannt und es versäumt, das Frontschema in ihr Zyklonenmodell hineinzuarbeiten[1].

Blasius und die zeitgenössische Meteorologie.

Wenn die Polarfronttheoretiker auch in manchen Punkten über das von Blasius geschaffene System hinausgekommen sind, ohne eine Ahnung von der bereits geleisteten Vorarbeit zu haben, so ist andererseits kein Zweifel, daß Blasius als einziger vor Bjerknes ein Frontsystem geschaffen hat, das an Umfang und Bedeutung der modernen Theorie fast gleich kommt. Bedenkt man, daß die Polarfronttheorie sich im großen und ganzen widerspruchslos und sehr rasch bei den Meteorologen durchgesetzt hat, so ergibt sich von selbst die Frage: Wie ist es möglich gewesen, daß ein so einfaches, in fast allen Punkten durch die moderne Auffassung als richtig erwiesenes System von den zeitgenössischen Fachleuten entweder nicht beachtet oder abgelehnt worden ist, so daß der Name Blasius nicht einmal in irgendeinem der Lehrbücher der letzten 40 Jahre erwähnt worden ist?[2]

[1] Blasius nimmt zu Unrecht an, daß Vorgänge in großen Höhen der Atmosphäre keinen Einfluß auf die Entstehung und Entwicklung der Stürme haben. Wer das als Mangel fühlt, darf nicht vergessen, daß dieser Mangel auch der modernen Polarfronttheorie in ihrer ursprünglichen Fassung anhaftet. Von einer allseits befriedigenden Theorie des komplizierten Zyklonenvorganges ist die Meteorologie anscheinend noch recht weit entfernt.

[2] Nur M. Margules hat die Wichtigkeit der von Blasius entwickelten Sturmtheorie erkannt. In seiner berühmten Abhandlung »Über die Energie der Stürme« (Wien 1905) schreibt Margules: »Vor langer Zeit hat sich W. Blasius vergebens bemüht, eine ähnliche Ansicht über die Entstehung der Stürme zur Geltung zu bringen. In seinen Publikationen ist sie mit anderen, wie ich glaube, minderbegründeten Anschauungen vermischt; immerhin hätte sie größere Beachtung verdient. In die Isobaren allzu vertieft, hat man fast allgemein angenommen, daß die

Digitized by Google

Es ist natürlich, daß ein selbstherrlich seine eigene Terminologie schaffender Außenseiter immer Schwierigkeiten hat, sich bei den zünftigen Gelehrten durchzusetzen. Auch im Falle Blasius hat dann und wann zünftlerischer Hochmut sich bemerkbar gemacht. So hat Blasius einmal einen seiner im Druck erschienenen Vorträge der Direktion eines großen Instituts mit dem Ersuchen übermittelt, es möge der Vortrag in der von diesem Institut herausgegebenen Zeitschrift besprochen werden. Er hat den Vortrag unaufgeschnitten mit dem Bescheid zurückerhalten, daß eine Besprechung nicht erfolgen könne, ein Verfahren, das die Gefühle von Blasius gegen die Fachmeteorologen gewiß nicht milder stimmen konnte. Und ebenso unbegreiflich ist es, wenn im Laufe einer Polemik ein an einem der größten Institute tätiger Gelehrter behauptet, das Hauptwerk von Blasius sei ihm nicht zugänglich. Wo anders wie in der Spezialbibliothek eines großen Instituts sollen derartige Werke denn zugänglich sein? Es ist begreiflich, daß derartige Erfahrungen schließlich auch den Ton beeinflußt haben, in dem Blasius in seinen späteren Aufsätzen gegen die offizielle Meteorologie polemisiert hat. Aber das Verhalten einzelner gibt doch noch keine ausreichende Erklärung für die allgemeine Nichtbeachtung seiner Lehren. Um letztere zu begreifen, muß man Blasius nach seiner Person und nach seinem Werke im Verhältnis zu der zeitgenössischen Meteorologie, zu ihrer Richtung und zu ihren führenden Persönlichkeiten kurz betrachten.

Mehr als es sich Blasius bewußt war, war er der Nachfolger Doves, also der Nachfolger des Mannes, der eben in der Meteorologie als überwunden und erledigt galt[1], als Blasius sein Hauptwerk veröffentlichte. Ein noch dazu ganz unbekannter Forscher, der frank und frei von Polar- und Äquatorialströmungen ganz im Sinne Doves sprach, mußte den Synoptikern von vornherein als reaktionär, als unberührt von den neuen Erkenntnissen der Synoptik gelten. Viele Fachmeteorologen mögen nach einer flüchtigen Durchsicht des Werkes von Blasius den Eindruck bekommen haben, es lohne sich nicht, auf Ansichten einzugehen, die als widerlegt gelten konnten. Heute denkt man ja anders darüber. Aber man darf nicht vergessen, daß auch die Synoptik ihre Berechtigung und ihre großen Verdienste hatte und daß Blasius selbst sich der Notwendigkeit, daß eine Verbindung von seinem Frontsystem zur Synoptik geschlagen werden müsse, durchaus nicht bewußt war. Auf jeden Fall kann man sagen: Das Hauptwerk erschien in einer Zeit, die es Blasius ungemein erschweren mußte, mit seinem System sich bei den Fachleuten durchzusetzen.

Etwas anderes kam hinzu, was gerade bei den Forschern, die durchaus nicht das ganze atmosphärische Geschehen durch die Brillen der neu emporgekommenen Synoptik betrachteten, den Ausschlag gegeben haben mag: die Eigenart des Verfassers der »Storms« als Forscher. Blasius war ein Forscher von verblüffender, intuitiver Kraft und verstand es, aus einem Minimum von

Luft nur im zentralen Teil des Niederdruckgebietes aufsteigen muß und daß die Bewegungen ringsum beiläufig symmetrisch sind. Auf dieser Voraussetzung haben Ferrel sowie Guldberg und Mohn die Rechnungen aufgebaut.«

[1] Das bezieht sich selbstverständlich nicht auf Dove als Klimatologen, sondern nur auf Doves Ansichten im Bereiche der atmosphärischen Dynamik.

Digitized by Google

Beobachtungen ein Maximum von Schlüssen zu ziehen, ohne die Verpflichtung exakter zahlenmäßiger Nachweise auf sich zu nehmen oder diese Verpflichtung auch nur zu fühlen. Er untersucht einen Tornado und gründet auf das Ergebnis eines einzigen Falles eine wuchtige Konstruktion, die sozusagen die ganze atmosphärische Dynamik umfaßt. Nicht das ist der Nachteil gewesen, daß Blasius kein Mathematiker gewesen ist und von der Mathematik im Bereiche der Meteorologie äußerst wenig gehalten hat. Aber daß er fast an keiner Stelle den Versuch macht, seinen Deduktionen durch Ausnutzung des bereits reichlich vorhandenen Beobachtungmaterials eine feste Grundlage zu geben, war ein schwerer Nachteil in einer Zeit, in der die führenden Meteorologen, soweit sie nicht Theoretiker waren, sich fast ausschließlich mit der kritischen Sichtung und Bearbeitung der Beobachtungen befaßten und bei Behandlung der atmosphärischen Dynamik geistreicher, weit ausgreifender Spekulation keinen Raum ließen. Nichts ist für das Arbeiten von Blasius z. B. so charakteristisch wie sein Urteil über die nach den üblichen Methoden angestellten Terminbeobachtungen der Meteorologen. Sie scheinen ihm wertlos, und er fordert mindestens stündliche Beobachtungen, weil es ihm unmöglich erscheint, daß das atmosphärische Geschehen eines Tages sich in drei täglichen Beobachtungen widerspiegele. Nun ist es richtig, daß man mit Hilfe der damals allein üblichen Terminbeobachtungen nie dazu kommen kann, den Ablauf einer kurzdauernden atmosphärischen Störung, sei es ein Gewitter, sei es ein Wirbelsturm, zu ergründen. Aber gerade die Entstehung und Entwicklung so großer Störungen, wie es die Hoch- und Niederdruckstürme und die mit ihnen verbundenen Kälte- und Wärmewellen sind, werden auch heute noch trotz der vielen vorhandenen Registrierungen fast nur mit Hilfe der Terminbeobachtungen möglichst vieler Stationen untersucht und ergründet. Das Material zu einer exakten Erforschung dieser von ihm doch höchst ausführlich behandelten Vorgänge stand somit auch schon Blasius in den Jahrbüchern der meteorologischen Anstalten zur Verfügung, ohne daß er es irgendwie benutzt hätte. Der Richtigkeit seiner Auffassung tut das keinen Eintrag, aber seine ganze Arbeitsmethode mußte gerade die Männer, die in schwerer Arbeit sich mühten, um die Meteorologie auf eine sichere, gesunde Basis zu stellen, mit größtem Mißtrauen erfüllen. Gewiß hat Julius Hann kurze Zeit vor seinem Tode mir gegenüber einmal dem Bedauern darüber Ausdruck gegeben, daß er die Arbeiten von Blasius viel zu wenig beachtet hätte. Es ist aber doch fraglich, ob ein so exakter Forscher wie Hann, dem der gute Einfall für sich allein nichts oder nicht viel, dem die strenge Beweisführung alles galt, überhaupt Verständnis für einen intuitiv arbeitenden Konstrukteur, wie Blasius einer war, hätte aufbringen können.

Wie Blasius von dem bereitliegenden Beobachtungs- und Beweismaterial so gut wie keinen Gebrauch gemacht hat, so scheint er auch später nie einen ernstlichen Versuch gemacht zu haben, den Verlauf eines Hoch- oder Niederdrucksturmes aus den täglichen Wetterkarten abzulesen. Er selbst hatte die Forderung aufgestellt, daß Stürme von ihrem Anfange bis zum Ende verfolgt werden müßten, wenn man ihr Wesen ergründen wolle. Sieht man von ganz kurzdauernden Stürmen ab, so ist es klar, daß man dieser Forderung

Digitized by Google

in keiner Weise gerecht werden kann, wenn man sich nur auf Beobachtungen an einem einzigen Ort oder in einem sehr beschränkten Gebiete stützt, mögen die Beobachtungen auch noch so genau sein. Der von Blasius aufgestellten Forderung kann man überhaupt nur mit Hilfe der Wetterkarten genügen, und aus diesem Grunde ist es unbegreiflich, daß Blasius nach der Entwicklung der Synoptik sich nicht mit Begeisterung der von der neuen Richtung entwickelten Hilfsmittel bedient hat. Nun gehörten ja wohl die Synoptiker zunächst fast alle zu der Klasse der von Blasius heftig bekämpften »Zyklonisten«, und es ist denkbar, daß diese Gegnerschaft es ihm schwer gemacht hat, den Wert der von der Synoptik geschaffenen Wetterkarten anzuerkennen.

So kommt man zu dem Urteil, daß Blasius zwar in seinem Hauptwerk ein großartig konstruiertes System aufgestellt, daß er es aber verabsäumt hat, den von ihm aufgestellten Thesen eine sichere, nachprüfbare Grundlage zu geben. Er sprach nicht nur nicht die Sprache der Zunft, sondern er war überhaupt kein Forscher im Sinne der Zunft. Eine gute Idee ohne Nachweise von sich zu geben, bringt Erfolg nur in einer Zeit, die für die Aufnahme dieser Idee disponiert ist. Blasius hat dieses Glück nicht gehabt, und so hat sein meteorologisches Evangelium auch keine Gläubigen gefunden. In ähnlicher Weise hat Bjerknes die Polarfronttheorie den meteorologischen Fachleuten zunächst ohne Nachweise und Belegmaterial dargeboten. Er aber hat sofort Anhänger gefunden, nicht deshalb, weil er als Forscher bereits allgemein anerkannt war, sondern weil seine Theorie, wie bereits in der Einleitung erwähnt wurde, vollständig in der Entwicklungsrichtung der zeitgenössischen Meteorologie lag, weil die Bedeutung der Diskontinuitätsflächen für den Aufbau der Zyklonen bereits vor ihm erkannt worden war, weil er sein Frontschema von vornherein in das synoptische Zyklonenbild hineingearbeitet hatte und weil letzten Endes für die Meteorologen die Polarfronttheorie vielfach nur eine großartige Zusammenfassung dessen war, was seit Beginn des Jahrhunderts von vielen Forschern als Kleinarbeit geleistet worden war. Trotzdem — je höher man die Leistung von Bjerknes einschätzt, um so höher muß man auch die Leistung seines bedeutendsten Vorläufers bewerten. Wer in Zukunft die Polarfronttheorie in ihren historischen Wurzeln darstellen will, darf nicht versäumen, zwischen Dove und Margules dem fast vergessenen Wilhelm Blasius einen Ehrenplatz einzuräumen.

Digitized by Google

Über die Variabeln eines passiven Vierpols.

Von W. Cauer
in Berlin-Friedenau.

(Vorgelegt von Hrn. Wagner.)

Übersicht.

Die Größen A, B, C, D der Gleichung (1) des Textes, die man im allgemeinen als Konstanten eines Vierpols (Definition Abschnitt 1) bezeichnet, nennen wir »Variabele«, um ihre Abhängigkeit von der Frequenz hervorzuheben. Das für die Nachrichtentechnik, besonders für die Theorie der Siebketten[1] wichtige Problem zu vorgegebenen (von der Frequenz ω abhängigen) Variabeln A, B, C, D einen physikalischen Vierpol zu konstruieren und die Bedingungen anzugeben, die für eine solche Realisierungsmöglichkeit notwendig und hinreichend sind, wird in vorliegender Untersuchung für den für die Anwendungen wichtigen Sonderfall symmetrischer Vierpole ($A = D$) durch Zurückführung auf das analoge Zweipolproblem gelöst, d. h. durch Zurückführung auf das Problem, einen Wechselstromwiderstand vorgeschriebener Frequenzabhängigkeit zu realisieren.

1. Bezeichnungen — Problemstellung.

Unter einem passiven Vierpol wollen wir eine beliebige Zusammenschaltung von positiven Ohmschen Widerständen, Selbstinduktionen, gegenseitigen Induktionen und Kapazitäten mit zwei Zuführungs- und zwei Ausgangsklemmen verstehen, in derem Innern sich keine Energiequellen in Form von elektromotorischen Kräften befinden sollen. Wie üblich bezeichnen wir mit V_1, J_1, V_2, J_2 die komplexen Größen Spannung und Strom am Eingang und Ausgang, in solchen Richtungen positiv gemessen, daß $Re\,(V_1 \bar{J}_1)$ ($\bar{J}$ konjugierter Wert zu J; Re reeller Teil) die dem Vierpol zugeführte mittlere Leistung und $Re\,(V_2 \bar{J}_2)$ die vom Vierpol abgegebene mittlere Leistung darstellt.

Zwischen den Größen V_1, J_1, V_2, J_2 bestehen die bekannten linearen Gleichungen

$$\begin{aligned} V_1 &= A(\omega)\, V_2 + B(\omega)\, J_2 \\ J_1 &= C(\omega)\, V_2 + D(\omega)\, J_2, \end{aligned} \tag{1}$$

[1] Begründet in den Arbeiten von K. W. Wagner im Arch. f. Elektrot. Bd. III, S. 315. 1915 (Kettenleiter) und Bd. VIII, S. 61, 1919 (Siebketten).

Digitized by Google

für deren Determinante

$$AD - BC = 1 \tag{2}$$

gilt.

Da für unsere Untersuchung die Abhängigkeit der Größen A, B, C, D von der Frequenz ω des Wechselstroms wesentlich ist, so wurde sie in (1) besonders hervorgehoben. Wir nennen A, B, C, D die »Variabeln« des Vierpols. In mehreren Arbeiten »Sur les constantes du quadripôle passif«[1] hat Hr. M. VAULOT die notwendigen und hinreichenden Bedingungen aufgestellt, denen A, B, C, D für eine feste Frequenz genügen müssen, damit die Gleichungen (1) einem physikalisch realisierbaren Vierpol zugehören, und angegeben, wie man beim Erfülltsein der Bedingungen einen den Gleichungen (1) genügenden Vierpol realisieren kann. Am Schluß der letzten in der Fußnote zitierten Arbeiten hat Herr VAULOT die folgende für die Nachrichtentechnik, insbesondere für die Theorie der Siebketten, wichtige, aber wesentlich schwierigere Aufgabe gestellt, auf die ich schon in einer Arbeit im Archiv für Elektrotechnik (Band XVII, 1926, Heft 4. Seite 356) hingewiesen habe: einen Vierpol zu konstruieren, in dem A, B, C, D gegebene Funktionen der Frequenz sind. Die vorliegende Untersuchung gibt eine Lösung dieser Aufgabe für den praktisch wichtigen besonderen Fall, daß der Vierpol symmetrisch ist, oder, was dasselbe ist, daß $A = D$ ist.

Einfacher als das gestellte Vierpolproblem ist das analoge Zweipolproblem, mit dem ich mich in der eben schon zitierten Arbeit ausführlich beschäftigt habe, und dessen Lösung, die übrigens im Fall des Vorhandenseins aller drei Widerstandsarten, nämlich Ohmscher Widerstände, Selbstinduktionen und gegenseitigen Induktionen, Kapazitäten, erhebliche mathematische Schwierigkeiten bietet, wir hier als bekannt voraussetzen wollen. Ich werde zeigen, daß sich für symmetrische Vierpole unser hier gestelltes Vierpolproblem auf dieses Zweipolproblem zurückführen läßt.

2. Mit der Lösung zusammenhängende bekannte Sätze.

CAMPBELL hat angegeben, daß sich jeder Vierpol, der aus einer zweigliedrigen Kette hintereinander geschalteter symmetrischer Vierpole nach Bild 1a besteht, durch eine für alle Frequenzen gleichwertige Schaltung Bild 1b er-

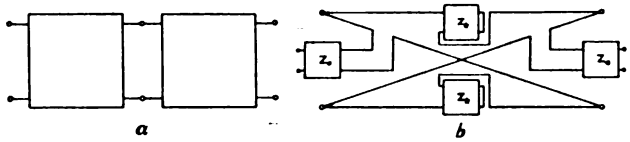


Bild 1.

setzen läßt, wenn $z_0(\omega)$ den Leerlauf- und $z_k(\omega)$ den Kurzschlußwiderstand des einfachen symmetrischen Vierpoles bedeutet[2]. Für den besonderen Fall eines

[1] Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences, 21 mars 1927, CLXXXIV, p. 742. Annales des Postes. Télégraphes et Téléphones, juillet et septembre 1927, t. XVI, p. 519 et 860. Revue générale de l'électricité du 1 octobre 1927, t. XXII, p. 493—503.

[2] Physical Theory of the Electric Wave Filter, Bell Syst. Techn. Journ., nov. 1922.

Digitized by Google

symmetrischen Kettenleiters, den man durch einen in der Mitte geführten Schnitt in zwei spiegelbildlich gleiche unsymmetrische Vierpole aufteilen kann, hat auf umständliche Weise A. C. Bartlett, General Electric Company, den entsprechenden Umformungssatz bewiesen[1]. z_0 und z_k bedeuten dann den Leerlauf- und Kurzschlußwiderstand, wie sie an einem der unsymmetrischen Teilvierpole von den Eingangs- oder Ausgangsklemmen der Gesamtschaltung gemessen werden. Einen sehr einfachen Beweis dafür, daß der Umformungssatz auch dann noch gilt, wenn die beiden spiegelbildlich gleichen Teilnetze nicht Kettenleiter, sondern beliebige unsymmetrische Vierpole sind, habe ich l. c. S. 385 und 386 gegeben.

3. Ergebnisse.

Ich werde nun den Nachweis erbringen, daß überhaupt jeder symmetrische Vierpol (der also nicht in zwei in Reihe geschaltete spiegelbildlich gleiche Vierpole zerlegbar zu sein braucht) für alle Frequenzen durch eine Schaltung Bild 2 gleichwertig physikalisch darstellbar ist. z_1 und z_2 bedeuten dann beliebige Zweipole (Wechselstromwiderstände). Demnach erhält man alle symmetrischen Vierpole, indem man alle realisierbaren Wechselstromwiderstände $z_1(\omega)$. $z_2(\omega)$ nach Bild 2 paarweise in Brückenschaltung legt. Die Aufgabe, einen symmetrischen Vierpol mit vorgegebenen von der Frequenz abhängigen Variabeln $A(\omega) = D(\omega)$, $B(\omega)$, $C(\omega)$ zu konstruieren, ist somit auf das Zweipolproblem zurückgeführt, zwei vorgegebene Funktionen als Wechselstromwiderstände zu realisieren.

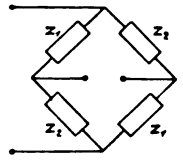


Bild 2.

Wenn man von der unwesentlichen Vertauschung der Eingangs- oder der Ausgangsklemmen absieht, durch die $A = D$, B, C nur ihre Zeichen ändern, genügen wegen der Relation (2) zwei Variable zur Charakterisierung eines symmetrischen Vierpols. Mit den durch Messung an einem Vierpol unmittelbar zu gewinnenden Größen Leerlaufwiderstand $Z_0 = \frac{A}{C}$, Kurzschlußwiderstand $Z_k = \frac{B}{A}$ hängen z_1, z_2 durch die Gleichungen

$$2 Z_0 = z_1 + z_2$$
$$\frac{2}{Z_k} = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \tag{3a}$$

und

$$z_1 = Z_0 + \sqrt{Z_0 (Z_0 - Z_k)}$$
$$z_2 = Z_0 - \sqrt{Z_0 (Z_0 - Z_k)} \tag{3b}$$

zusammen.

Bevor wir zum Beweis unserer Behauptung übergehen, seien einige Schlußfolgerungen aus unserem Resultat gezogen. Zunächst folgt, daß die von Hrn. M. Vaulot für eine bestimmte Frequenz aufgestellten hinreichenden

[1] Philosophical Magazine, febr. 1926.

Digitized by Google

und notwendigen Bedingungen nicht mehr gültig sind, wenn A, B, C, D von der Frequenz abhängen. Denn sie sind der adäquate Ausdruck dafür, daß der Energieverbrauch im Innern des Vierpols größer oder gleich Null ist. Dem würde man allein dadurch Genüge leisten, daß man den reellen Teil von z_1 und z_2 positiv wählt. Aber man weiß, daß für Zweipole diese Bedingung nicht hinreichend für die Realisierbarkeit ist.

Hr. M. VAULOT hat l. c. das Reziprozitätstheorem aufgestellt, daß mit dem Vierpol

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

auch der Vierpol

$$\begin{pmatrix} D & CR^2 \\ \dfrac{B}{R^2} & A \end{pmatrix}$$

zugleich realisierbar oder nicht realisierbar ist. Das ergibt sich für symmetrische Vierpole hier einfach aus dem entsprechenden Theorem für Zweipole, daß nämlich mit $z(\omega)$ zugleich immer $\dfrac{R^2}{z(\omega)}$ realisierbar ist oder nicht. Man braucht nur z_1, z_2 durch $\dfrac{R^2}{z_1}$, $\dfrac{R^2}{z_2}$ zu ersetzen.

Für rein imaginäre Widerstände hat O. J. ZOBEL[1] das Zweipoltheorem bewiesen. Ich habe den Beweis allgemein geführt[2]. Die hier angewandte Schlußweise scheint mir nicht überflüssig zu sein, da der von Hrn. M. VAULOT angegebene Beweis nicht zwingend ist, und insbesondere gegenseitige Induktionen dort nicht berücksichtigt werden. Damit wird aber eine unnötige Einschränkung der Gültigkeit des Reziprozitätstheorems gemacht, da sich zeigen läßt, daß nicht alle realisierbaren Zweipole ohne gegenseitige Induktion realisiert werden können.

Schließlich seien noch zwei Beispiele typischer Schaltungen angeführt:

a) Jede symmetrische Siebkette (d. h. Vierpol ohne Ohmsche Widerstände) kann durch eine Schaltung Bild 2 realisiert werden, in der z_1, z_2 (z. B.) Zweipole von der in Bild 3 gegebenen Form sind[3].

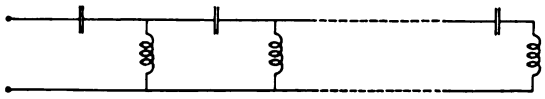


Bild 3.

[1] »Theory and Design of Uniform and Composite Electric Wave-Filters«, Bell Syst. Techn. Journ. Jan. 1923.

[2] Vgl. meinen Vortrag auf der Kissinger Mathematikertagung, Sept. 1927: »Über eine Klasse von Funktionen, die die STIELTJESschen Kettenbrüche als Sonderfall enthält.«

[3] An anderer Stelle beabsichtige ich ausführlicher auf Anwendungen auf Siebketten einzugehen und zugleich die Theorie und Praxis der unsymmetrischen Siebketten allgemein zu behandeln.

Digitized by Google

b) Jeder symmetrische Vierpol kann unter anderem durch eine Schaltung Bild 2 realisiert werden, in der z_1 und z_2 Zweipole von der

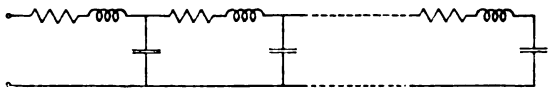


Bild 4.

in Bild 4 angegebenen Art sind[1], wo die Selbstinduktionen noch durch gegenseitige Induktionen verknüpft sein sollen.

4. Mathematischer Beweis.

Der mathematische Beweis unseres Theorems gestaltet sich recht einfach.

Ein an beiden Enden geschlossener Vierpol bildet ein Netz mit einer gewissen Zahl (n) von Freiheitsgraden, d. h., man kann n geschlossene Stromkreise (auf mannigfaltige Weise) so wählen, daß ihre Ströme J_s unabhängig sind und die Ströme sämtlicher Netzzweige sich durch algebraische Summierung aus ihnen bestimmen lassen. Die Wahl kann und soll so getroffen werden, daß der unabhängige Kreisstrom J_1 mit dem Strom durch die Eingangsklemmen und der unabhängige Kreisstrom J_2 mit dem Strom durch die Ausgangsklemmen des Vierpols übereinstimmt. Die Kreisströme und die Spannungen V_1 und V_2 am Eingang und Ausgang sind durch die linearen Gleichungen

$$
\begin{aligned}
&A_{11}J_1 + A_{12}J_2 + \cdots + A_{1n}J_n = V_1\\
&A_{21}J_1 + A_{22}J_2 + \cdots + A_{2n}J_n = -V_2\\
&A_{31}J_1 + A_{32}J_2 + \cdots + A_{3n}J_n = 0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&A_{n1}J_1 + A_{n2}J_2 + \cdots + A_{nn}J_n = 0
\end{aligned}
\tag{4}
$$

verknüpft, in denen

$$A_{st} = \lambda L_{st} + R_{st} + \lambda^{-1} D_{st} \quad \left(\lambda = i\omega,\ D_{st} = \frac{1}{C_{st}}\right)$$

ist, und die Größen L_{st}, R_{st}, C_{st} bei gleichen Indices $s = t$ Selbstinduktion, Ohmschen Widerstand und Kapazität des s-ten Stromkreises, bei verschiedenen Indices gegenseitige Induktion zwischen s-tem und t-tem Stromkreis, gemeinsamer Widerstand und gemeinsame Kapazität dieser beiden Stromkreise bedeuten.

Aus den Gleichungen (4) folgen durch Elimination von J_3, J_4, $\cdots J_n$ die Gleichungen (1). Bezeichnet man daher die Determinante von (4) mit a, $\frac{\partial a}{\partial A_{11}}$ mit a_{11}, $\frac{\partial a}{\partial A_{22}}$ mit a_{22}, $\frac{\partial a}{\partial A_{12}}$ mit a_{12}, $\frac{\partial^2 a}{\partial A_{11}\partial A_{22}}$ mit a_{1122}, so wird

$$A(\omega) = \frac{a_{22}}{a_{12}}, \quad B(\omega) = \frac{a}{a_{12}},$$

$$C(\omega) = \frac{a_{1122}}{a_{12}}, \quad D(\omega) = \frac{a_{11}}{a_{12}}.$$

[1] Der Beweis ergibt sich aus den S. 271 Anm. 2 gemachten Ausführungen.

Digitized by Google

Nach einem bekannten Determinantensatz[1] ist

$$a_{11}a_{22} - a_{12}^2 = a\,a_{1122}\,, \tag{5}$$

eine Gleichung, die einen allgemeinen Beweis für die bekannte Relation (2) gibt. Die Beschränkung auf symmetrische Vierpole besagt

$$a_{11} = a_{22}\,. \tag{6}$$

In einem physikalisch realisierten Vierpol sind die Ausdrücke

$$\sum_{s,t=1}^{n} L_{st}J_sJ_t\,, \qquad \sum_{s,t=1}^{n} R_{st}J_sJ_t\,, \qquad \sum_{s,t=1}^{n} D_{st}J_sJ_t \tag{7}$$

für alle reellen Werte der Größen J positiv oder Null (die Formen sind positiv definit). Überdies genügen die R und D noch weiteren Einschränkungen. Es läßt sich aber zeigen, vgl. l. c.[2], daß ein Quotient $\frac{a}{a_{11}}$ (und ebenso $\frac{a_{11}}{a_{1122}}$ usw.) die Widerstandsfunktion eines realisierbaren Zweipoles darstellt, wenn nur die quadratischen Formen (7) positiv definit sind. Wir führen nun statt der J neue Variable durch die Transformation

$$\begin{aligned} J_1 &= J_1' \pm \frac{J_2'}{\sqrt{2}} \\ J_2 &= \frac{J_2'}{\sqrt{2}} \\ J_3 &= J_3' \\ &\cdots \\ J_n &= J_n' \end{aligned} \tag{8}$$

ein. Bei dieser Transformation wird $\sum_{r,s=1}^{n} A_{st}J_sJ_t$ in $\sum_{r,s=1}^{n} A_{st}'J_s'J_t'$, und es werden die Formen (7) in

$$\sum_{s,t=1}^{n} L_{st}'J_s'J_t'\,, \qquad \sum_{s,t=1}^{n} R_{st}'J_s'J_t'\,, \qquad \sum_{s,t=1}^{n} D_{st}'J_s'J_t' \tag{9}$$

übergehen. Man zeigt leicht, daß

$$\begin{aligned} a_{11}' &= a_{11} \pm a_{12}\,, \\ a_{1122}' &= a_{1122} \end{aligned}$$

wird. Daher sind auch die Größen

$$z_{1,2} = \frac{a_{11} \pm a_{12}}{a_{1122}} \tag{10}$$

[1] Vgl. z. B. KOWALEWSKI, »Einführung in die Determinantentheorie«, Leipzig, Veit & Co. 1909, Satz 28.

[2] Vgl. Anm. 2 S. 271.

Digitized by Google

realisierbare Widerstände, weil mit den Formen (7) auch die Formen (9) positiv definit sind.

Unter Berücksichtigung von (5) folgt aber leicht, daß (10) mit (3b) identisch ist. (Die Wurzel in (3b) kommt nur scheinbar vor, tatsächlich sind z_1 und z_2 rationale Funktionen der Frequenz und durch endliche Schaltungen realisierbar.) Damit ist gezeigt, daß, wenn ein realisierbarer symmetrischer Vierpol durch Kurzschlußwiderstand Z_k und Leerlaufwiderstand Z_0 gegeben ist, auch die aus (3b) zu berechnenden Größen z_1 und z_2 realisierbare Zweipole sind.

Digitized by Google

Das Protactinium als radioaktives und als chemisches Element.

VON OTTO HAHN.

(Vorgetragen am 20. Oktober 1927 [s. oben S. 247].)

Das Protactinium, das langlebige radioaktive Element mit der Ordnungszahl 91, beansprucht sowohl von seiten der Radioaktivitätsforschung als auch vom Standpunkt der allgemeinen Chemie ein besonderes Interesse. Für die Radioaktivität ist es von Bedeutung als direkte Muttersubstanz des Actiniums und als Anfangsglied der Actiniumreihe, deren Stellung zu den übrigen radioaktiven Reihen auch heute noch nicht ganz geklärt ist. Als neues chemisches Element liegt seine Bedeutung darin, daß es in auch dem Chemiker zugänglichen Mengen in Uranmineralien vorkommt und seine Reinherstellung die Festlegung der genauen chemischen Eigenschaften dieses zweithöchsten Gliedes im periodischen System der Elemente erlauben wird.

Einige im Laufe der letzten Zeit im Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie durchgeführte Untersuchungen haben unsere Kenntnisse über das Protactinium sowohl in radioaktiver als auch chemischer Hinsicht erheblich gefördert, und die Frage der Reindarstellung dieses neuen Elements kann heute praktisch als gelöst gelten.

Es ist der Zweck dieser Mitteilung, diese neueren Ergebnisse kurz darzulegen. Dazu scheint es wünschenswert, an einige schon länger bekannte Tatsachen, die mit den hier zu behandelnden Fragen im Zusammenhang stehen, zu erinnern.

Es ist seit langem festgestellt, daß sich die zahlreichen radioaktiven Substanzen in drei große Zerfallsreihen einordnen lassen, die Uranreihe, die Thorreihe, die Actiniumreihe.

Zur Uranreihe gehören das Radium, die Radiumemanation, das Polonium usw. Als wichtigste Vertreter der Thorreihe seien das Mesothor und das Radiothor erwähnt. Die Actiniumreihe umfaßt das Protactinium, das Actinium und dessen zahlreiche Zerfallsprodukte. Während die Glieder der Uran- und der Thorreihe unabhängig voneinander in der Natur — und zwar die ersteren in Uran-, die letzteren in Thormineralien — vorkommen, weiß man seit langem, daß die Actiniumreihe in einem Zusammenhang mit der Uranreihe stehen muß, denn Actinium und seine Umwandlungsprodukte kommen nur in Uranmineralien vor. Aber wie die wirklichen Beziehungen des Actiniums zum

Digitized by Google

Uran sind, weiß man auch heute noch nicht. Dies liegt z. T. an der Spärlichkeit, in der das Actinium im Uran vorliegt. An Strahlungsintensität machen die einzelnen Actiniumprodukte in den Mineralien nur etwa 3 Prozent der Aktivität des Urans aus; zur Abscheidung erheblicher Aktivitäten sind daher sehr große Mengen Ausgangsmaterial erforderlich. Außerdem hatte sich die eigentliche Muttersubstanz der Actiniumreihe, also das Radioelement, dem in der Uran- und der Thorreihe das Uran und das Thor entspricht, sehr lange der Entdeckung entzogen und damit eine genauere Erforschung der Fragen sehr erschwert. Erst im Jahre 1918 haben Hahn und Meitner[1] und unabhängig davon Soddy und Cranston[2] diese neue Substanz aufgefunden und den Nachweis erbracht, daß es sich bei ihr in der Tat um die Muttersubstanz des Actiniums handelt. Hahn und Meitner konnten dabei gleichzeitig die wichtigsten anderen Eigenschaften des neuen Elements feststellen. Der von uns vorgeschlagene Name Protactinium wurde seitdem allgemein angenommen.

Das Protactinium ist ein Homologes des Tantals, diesem also in seinen chemischen Eigenschaften ähnlich und hat, wie sich bald herausstellte, eine sehr hohe Beständigkeit. Durch diese Eigenschaft beansprucht es gegenüber den meisten anderen Radioelementen, die im allgemeinen so instabil sind, daß sie in wägbaren Mengen nicht vorkommen, ein besonderes Interesse. Die Bestimmung der Halbwertszeit dieses neuen Elements war also eine Frage von besonderer Wichtigkeit. Denn je größer diese ist, desto mehr ist von der Substanz in einem Uranmineral enthalten, desto größer sind die Aussichten, sie in auch dem Chemiker zugänglichen Mengen zu gewinnen. Natürlich war es nicht möglich, diese Umwandlungsgeschwindigkeit der neuen Substanz durch direkte Aktivitätsmessungen zu bestimmen; dafür ist die Zerfallsgeschwindigkeit viel zu klein. Es bot sich aber ein anderer Weg dar, der prinzipiell durchaus zuverlässige Werte geben muß. Das Prinzip der Methode ist folgendes: Wir kennen die Aktivität des Protactiniums im Vergleich zu der des Urans, wenn das Protactinium mit dem Uran sich im radioaktiven Gleichgewicht befindet. Die Anzahl der α-Strahlen des Protactiniums beträgt dann 1.5 Prozent von der des Urans (U I + U II). Trennt man nun das Protactinium quantitativ vom Uran ab, so bildet letzteres oder ein mit ihm zusammen vorkommendes Uranisotop das Protactinium nach, und zwar geschieht diese Nachbildung nach den Gesetzen der radioaktiven Umwandlungen in dem Tempo der Halbwertszeit des Protactiniums.

Der einfachste Weg zur Lösung dieser Frage war also die Untersuchung älterer Uransalze von möglichst genau bekanntem Alter auf ihren Gehalt an Protactinium. Nach einer Umfrage bei Fachkollegen gelangten Frl. Meitner und ich in den Besitz einiger alter Uransalze, deren Mindestalter bekannt war. Mit diesen Präparaten wurden Protactiniumbestimmungen durchgeführt, und wir erhielten als Halbwertszeit für das Protactinium den Wert 12000 Jahre. Nach der Natur der Dinge mußte dies aber einen Minimalwert vorstellen. Denn die Methode setzt voraus, daß das Uransalz ursprünglich völlig frei von

[1] O. Hahn und L. Meitner, Phys. Z. **19**, 208, 1918.
[2] F. Soddy und J. A. Cranston, Proc. Roy. Soc. **94**, 384, 1918.

Digitized by Google

Protactinium war, das gefundene Protactinium also tatsächlich während der angenommenen Zeit nachgebildet war; andererseits waren die angegebenen Alterswerte untere Grenzen, die Präparate konnten älter sein, also mehr Protactinium nachgebildet haben.

Bei der Wichtigkeit der Kenntnis der Halbwertszeit des Protactiniums hat nun im Laufe der letzten Jahre Hr. E. WALLING auf meine Veranlassung neue Bestimmungen dieser wichtigsten Konstante des Protactiniums vorgenommen, und zwar unter Bedingungen, denen die unvermeidlichen Irrtumsmöglichkeiten der früheren Bestimmungen nicht mehr anhafteten[1]. Die eine Verbesserung bestand darin, daß die verwendeten Uranpräparate in bezug auf ihren Protactiniumgehalt ein einwandfrei definiertes Alter hatten. Um dies sicherzustellen, habe ich vor einigen Jahren das Protactinium quantitativ aus ihnen abgetrennt, so daß der Zeitpunkt der beginnenden Nachbildung und die ursprüngliche Reinheit einwandfrei gegeben waren. Die Trennung geschieht durch fraktionierte Kristallisation der Nitrate, bei der das Protactinium ins Filtrat geht (keine Mischkristalle, keine Adsorption). Diese Präparate wurden nun einige Jahre unverarbeitet stehengelassen und dann die Protactinium-Abtrennung gemacht. Die Dauer der Nachbildung des Protactiniums aus dem vorher an Protactinium freien Uransalz war also genau bekannt.

Die andere Verbesserung bestand in der Verwendung eines radioaktiven Indikators zur Feststellung der genauen Ausbeute an Protactinium bei dessen Abtrennung aus dem Uran. Dieser Indikator war das kurzlebige β-strahlende Uran Z, das ich vor einigen Jahren als Seitenprodukt des Zerfalls von Uran X aufgefunden habe[2]. Das Uran Z ist ein Isotop des Protactiniums, d. h. also, beide stehen im periodischen System an derselben Stelle, sie haben gleiche chemische Eigenschaften. Das Uran Z hat nun die zu radioaktiven Messungen sehr bequeme Halbwertszeit von 6.7 Stunden und emittiert β-Strahlen, die sich leicht elektroskopisch messen lassen. Werden nun das Protactinium wie das Uran Z aus der auf ihren Protactiniumgehalt zu prüfenden Lösung nach irgendeinem chemischen Abscheidungsverfahren abgeschieden, dann ist die Wirksamkeit der Abscheidung, die Ausbeute, für beide Substanzen wegen ihrer chemischen Gleichheit absolut gleich. Die Ausbeute an Uran Z läßt sich wegen dessen charakteristischen Eigenschaften recht genau bestimmen; sie ergibt sich direkt aus dem Verhältnis der bei der Abtrennung gemessenen Uran Z-Aktivität zu der Gleichgewichtsaktivität des Uran Z in dem zur Verarbeitung gelangten Uransalz[3].

Mit der Ausbeute an Uran Z hat man dann also zugleich die Ausbeute des dem Uran Z isotopen Pa und damit den Gehalt des Protactiniums in dem betreffenden Uransalz.

An einem Beispiel sei das Ergebnis eines derartigen Versuchs und seine Auswertung dargelegt.

[1] Eingehende Angaben über die Vorbereitung der Präparate und die Durchführung der Versuche finden sich in der demnächst erscheinenden Dissertation von Hrn. E. WALLING.

[2] O. HAHN, Ber. d. Chem. Ges. **54**, 1131, 1921.

[3] O. HAHN, Zs. Phys. Ch. **103**, 461, 1923.

Digitized by Google

Verwendet wurden 1.4 kg ursprünglich protactiniumfreies Urannitrat mit einem Gehalt an Uranelement von 700 g. Die α-Aktivität dieser Uranmenge ist in willkürlichen Einheiten 5.07 Millionen. Die der Aktivität dieser Uranmenge entsprechende Gleichgewichtsaktivität des Protactiniums berechnet sich folgendermaßen. Das Abzweigungsverhältnis Protactinium : Uran beträgt 3 Prozent; da beim Uran zwei α-Strahler, nämlich das Uran I + Uran II zur Messung gelangen, ist die α-Strahlen-Beteiligung Protactinium : Uran (I + II) nur 1.5 Prozent.

Bei völliger Ausnutzung der α-Strahlen von Protactinium und Uran ionisieren die α-Strahlen des Protactiniums etwa 24 Prozent stärker als der Durchschnitt der α-Strahlen von Uran I + Uran II; das Aktivitätsverhältnis Protactinium : Uran (I + II) erhöht sich dadurch von 1.5 Prozent auf 1.85 Prozent. Würden wir also das Uran so lange lagern lassen, bis es seine maximale Protactinium-Aktivität nachgebildet hätte, so betrüge diese 94000 Einheiten; dieser Prozeß würde allerdings über 100000 Jahre dauern. In unserem Falle hatte das gereinigte Uran 3.63 Jahre unverarbeitet dagestanden; die zur Messung gebrachte Protactinium-Aktivität betrug 5.54 Einheiten; die Ausbeute, geprüft durch das Uran Z, war 48.4 Prozent. Die in den 3.63 Jahren insgesamt gebildete Protactinium-Menge ist also 11.45 Einheiten gegenüber einer Gleichgewichtsaktivität von 94000. An diesen Daten läßt sich nun die Zerfallskonstante, bzw. die Halbwertszeit des Protactiniums direkt bestimmen. Es geschieht dies nach der Gleichung

$$J_t = J\infty\,(1 - e^{-\lambda t})$$

$$11.45 = 94000\,(1 - e^{-\lambda \cdot 3.63})$$

λ ergibt sich hieraus zu $3.352 \cdot 10^{-5}$ Jahre^{-1};

aus $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$ folgt $T = 20700$ Jahre.

Andere Bestimmungen, in derselben Weise durchgeführt, ergaben die folgenden Werte:

15700, 19700, 20900 Jahre.

Unter diesen Bestimmungen war die, die den Wert 15700 Jahre ergab, die erste. Wenn uns auch kein direkter Fehler bekannt ist, der sich bei dieser Bestimmung eingeschlichen haben könnte, so halten wir doch die späteren Werte für zuverlässiger. Als Mittelwert aus den vier Bestimmungen findet man 19300 Jahre, und da wir die niedrige erste Bestimmung nicht als so einwandfrei bewerten wie die drei späteren, schließen wir aus unseren Versuchen auf eine Halbwertszeit von 20000 Jahren, mit einer Fehlermöglichkeit von ± 10 Prozent.

Erwähnt sei, daß die Untersuchung eines Uransalzes, das noch aus den Präparaten des früheren Berliner Professors Rammelsberg stammte, bei Einsetzung eines Mindestalters von 44 Jahren (wofür gewisse Anhaltspunkte aus Rammelsbergs Veröffentlichungen sprachen) für die Halbwertszeit des Protactiniums, einen Wert von rund 16000 Jahren ergibt. Hier liegt aber die

Digitized by Google

gleiche Unsicherheit vor, die den früheren Halbwertszeitbestimmungen von HAHN und MEITNER anhafteten: das Präparat konnte in Wirklichkeit noch älter sein, als wir angenommen haben, oder von der Herstellung her noch kleine Mengen Protactinium enthalten; es kann sich also nur um eine untere Schätzung handeln.

Aus dem oben angeführten Zahlenbeispiel sieht man, um welch außerordentlich geringe Aktivitäten von Protactinium es sich bei diesen Bestimmungen handelt, und es bedurfte besonderer Vorsichtsmaßregeln, um diese Versuche ohne Infektion mit anderen radioaktiven Stoffen durchzuführen. Selbstverständlich wurde in allen Fällen aus der Art und Durchdringbarkeit der Strahlen der Nachweis erbracht, daß es sich bei der gemessenen Aktivität, nachdem das Uran Z und Uran X zerfallen waren, um im radioaktiven Sinne reines Protactinium handelte, also irgendeine Infektion mit anderen aktiven Substanzen nicht stattgefunden hatte.

Legt man die neu ermittelte Halbwertszeit des Protactiniums von 20000 Jahren den folgenden Berechnungen zugrunde, so ergibt sich die Gewichtsmenge des Protactiniums pro Gramm Uran I zu

$$\frac{20 \cdot 10^3}{4.5 \cdot 10^9} \cdot 0.03 \cdot \frac{230}{238} = 1.29 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{g}.$$

Als Halbwertszeit des Uran I ist dabei der Wert $4.5 \cdot 10^9$ Jahre, für das Atomgewicht des Protactiniums 230 angenommen. Da gewichtsmäßig das in der Natur vorkommende Mischelement Uran (I + II) zu 99 Prozent oder mehr aus U I besteht, bezieht sich die obige Angabe also praktisch auch auf das gewöhnliche Uran. Eine Tonne eines beliebigen Uranminerals enthält also 129 mg Gewicht Protactiniumelement oder rund 150 mg Protactiniumpentoxyd (Pa_2O_5). Die entsprechende Radiummenge pro Tonne Uran ist 340 mg Radiumelement. In Uranmineralien finden sich also auf 100 Teile Radium rund 40 Gewichtsteile Protactinium. Wenn man bedenkt, daß heute auf der Erde bereits mehrere 100 Gramm Radium hergestellt sind, und daß in Belgien zur Zeit aus den hochwertigen Uranerzen des Kongostaates mehrere Gramm pro Monat gewonnen werden können, dann sieht man, daß theoretisch dem nichts im Wege steht, auch das neue radioaktive Element grammweise zu gewinnen.

Wie steht es nun aber mit der chemischen Herstellbarkeit dieser Substanz? Ein geeignetes Ausgangsmaterial sind die bei der Uran- und Radiumfabrikation zurückbleibenden letzten unlöslichen Rückstände, die sog. Rückrückstände. In solchen Rückständen haben L. MEITNER und der Verfasser seinerzeit auch das Protactinium entdeckt. Sie enthalten etwa 50 Prozent des in dem Mineral enthaltenen Protactiniums, dagegen nur geringe Mengen der übrigen radioaktiven Elemente. Durch Verarbeitung von etwa 10 kg dieser Rückstände haben wir schon vor einer Anzahl von Jahren Protactinium-Präparate gewonnen, die mehr als 500 mal so stark waren als gleiche Mengen Uran; nach Gewichtsprozenten Protactinium berechnet, waren diese Präparate aber noch sehr verdünnt, sie enthielten höchstens einige Zehntel Prozent.

Digitized by Google

Wir haben dann den Versuch gemacht, durch eine Verarbeitung in viel größerem Maßstabe stärkere Präparate zu gewinnen. Zu diesem Zweck wurden uns im Jahre 1920 von der Wiener Akademie der Wissenschaften 200 kg Rückrückstände gütigerweise zur Verfügung gestellt. Eine Rohaufarbeitung geschah in der Oranienburger Fabrik der Deutschen Gasglühlicht-Auer-Gesellschaft unter Leitung der HH. Direktor Peters und Dr. Oppenheimer[1]. Leider waren zu dieser Zeit aber die Abscheidungsbedingungen noch nicht sehr gut bekannt; auch die Bewältigung der Materialschwierigkeiten für große Flußsäuremengen und die Beschaffung einwandfreier Reagenzien war in diesen schlimmsten Jahren nach dem Kriege so schwer, daß der Erfolg nicht sehr befriedigend war. Mit Hilfe unserer Mitarbeiter Dr. H. Gille und Dr. K. E. Pütter erhielten wir als bestes angereichertes Material etwas über 500 Gramm eines auf das etwa 50fache des ursprünglichen Gehaltes angereicherten Produktes, das damals nicht weiter verarbeitet wurde. Sein Gehalt an Protactinium betrug, unter Einsetzung des neuen Wertes für die Halbwertszeit 3.5 bis 4 mg Protactinium.

Die weitere Verarbeitung dieses Materials wurde erst in jüngster Zeit wieder aufgenommen, und zwar durch meinen Mitarbeiter Hrn. Dr. v. Grosse, dem es in kurzer Zeit gelungen ist, eine einwandfreie Konzentrationsmethode für das Protactinium aufzufinden. Hr. v. Grosse ging dabei von folgendem Gedankengang aus[2]:

»Bei den bisherigen Anreicherungsversuchen war von der Vorstellung ausgegangen worden, daß das Protactinium, als Ekatantal, seinem niedrigeren Homologen, dem Tantal, chemisch etwa ebenso ähnlich sei wie das Radium dem Barium. Vergleicht man jedoch die Reihennachbarn des Protactiniums im periodischen System, das Thor und Uran, mit ihren niedrigeren Homologen, so sieht man, daß während das Zirkon-Hafnium (Niob-Tantal) und Molybdän-Wolfram unter sich chemisch und analytisch sehr ähnlich sind, ihre höheren Homologen sich in mancher Hinsicht von ihnen unterscheiden.

Es war nach dem periodischen Gesetz zu erwarten, daß das Protactinium ebenfalls manche charakteristischen Eigenschaften besitzen wird, u. a., daß sein höchstes Oxyd Pa_2O_5 basischer sein wird als das Ta_2O_5 und, ähnlich dem ThO_2 und UO_3, Salze wird bilden können.«

Es wurde also bewußt nicht die Ähnlichkeit des Protactiniums mit dem Tantal, sondern die zu erwartenden Verschiedenheiten in den Eigenschaften der beiden homologen Elemente den Anreicherungsmethoden zugrunde gelegt. Auf Einzelheiten soll hier nicht eingegangen werden[3]. In großen Zügen ist der Gang der Verarbeitung folgender:

1. Überführung des protactiniumhaltigen Materials in wasser- bzw. säurelösliche Form.
2. Abscheidung des Protactiniums mit Zirkon als Phosphat.

---

[1] Auch an dieser Stelle möchten Frl. Meitner und ich den genannten Herren für ihre große Hilfe unseren ganz besonderen Dank aussprechen.

[2] A. v. Grosse, Naturwissenschaften, **15**, 766, 1927.

[3] Sie finden sich in einer im Druck befindlichen Veröffentlichung von Hrn. v. Grosse.

Digitized by Google

3. Abtrennung der Phosphorsäure durch alkalischen Aufschluß.
4. Wiederinlösungbringen des Zirkons + Protactinium und Fraktionierung der Oxychloride.
5. Abtrennung des Protactiniums vom Zirkon mittels Oxalsäure nach Zugabe von Thorium.
6. Trennung des Protactiniums von Thorium durch Flußsäure.

Hr. v. GROSSE hat nach diesem Verfahren etwa 2 mg Protactiniumoxyd gewonnen, das unserer Meinung nach ein nahezu reines Material vorstellt, sicher über 90prozentig ist. Daß es sich tatsächlich hier um fast reines Protactinium handeln muß, schließen wir aus mehreren Gründen. 1. Die Aktivität des Pentoxyds ist rund 230000mal so groß wie die einer gleichen Gewichtsmenge Uran I. Aus dem Verhältnis der Lebensdauer von Uran I zu Protactinium $4.5 \cdot 10^9 : 2 \cdot 10^4$ und unter Berücksichtigung der verschieden starken Ionisation der Strahlung des Protactiniums gegenüber dem des Urans und seinem etwa 2 Prozent niedrigeren Atomgewicht sollte man theoretisch 225000 erwarten. 2. Durch weitere chemische Trennungen ließ sich diese Aktivität nicht mehr weiter anreichern. 3. Die chemischen Reaktionen des Protactiniums sind charakteristisch und von denen der anderen Elemente verschieden.

Natürlich wäre es wünschenswert, durch Aufnahmen des Röntgenspketrums die Reinheit der erhaltenen Präparate zu kontrollieren. Es ist dies bisher nicht in Angriff genommen, weil bei den geringen zur Verfügung stehenden Mengen die Verlustmöglichkeiten zu groß sind; durch die einwandfreie Aktivitätskontrolle ist ja auch die röntgenspektroskopische Kontrolle nicht so aktuell wie etwa bei der Untersuchung anderer neuer Elemente, bei denen andere Prüfungen auf Reinheit bisher nicht vorliegen.

Was die Strahlungseigenschaften des Protactiniums anbelangt, so hat es sich gezeigt, daß das Protactinium außer seinen den Atomzerfall bedingenden α-Strahlen augenscheinlich auch γ-Strahlen emittiert. Diese wurden indirekt nachgewiesen durch eine charakteristische verhältnismäßig weiche β-Strahlung, die sicher sekundären Ursprungs ist. Durch Messung dieser β-Strahlen und Prüfung ihrer Absorbierbarkeit hat man jetzt eine sehr bequeme Methode zur Messung stärkerer Präparate und zu deren Prüfung auf radioaktive Reinheit; denn die Anwesenheit anderer β-strahlender Beimengungen läßt sich durch die Aufnahme der Absorptionskurve der β-Strahlen sehr leicht nachweisen.

Nachdem jetzt die Wege zur wirksamen Anreicherung des Protactiniums und zur Kontrolle dieser Anreicherung gegeben sind, ist die Gewinnung größerer Mengen dieses neuen Elements nur noch eine Frage der Materialbeschaffung und Materialbewältigung. Was die Materialbeschaffung anbelangt, so besitzt das Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie durch das Entgegenkommen der tschechischen Regierung nahezu eine halbe Tonne Joachimsthaler Rückrückstände, eine Menge, in der knapp 100 mg Protactiniumgewicht enthalten sind. Die Verarbeitung dieser großen Materialmenge kann natürlich nicht mit den Hilfsmitteln unseres Laboratoriums vorgenommen werden. Es besteht aber die Aussicht, daß wir eine vorläufige Anreicherung an diesem Material

Digitized by Google

in einem Laboratorium der chemischen Großindustrie durchführen können. Die Konzentrierung und Reindarstellung kann dann im Laboratorium geschehen.

Ganz kurz möchte ich noch auf die Bedeutung der Reindarstellung etwas größerer Mengen des neuen Elements eingehen. Die mit der reinen Substanz zu lösenden Fragen liegen, worauf schon eingangs hingewiesen wurde, sowohl auf dem Gebiete der Radioaktivitätsforschung als auf dem der allgemeinen Chemie.

Wie schon erwähnt, ist die Frage nach dem Ursprung der Actiniumreihe auch heute noch nicht geklärt. Die eine Möglichkeit ist die, daß das Protactinium durch einen dualen Zerfall entweder des Uran I oder des Uran II entsteht, derart, daß sich 97 Prozent der betreffenden Atome in die Glieder der Radiumreihe, 3 Prozent in die der Actiniumreihe umwandeln. Das Atomgewicht des Protactiniums würde sich dann zu 234 oder zu 230 berechnen, je nachdem die Bildung bei Uran I oder bei Uran II statthätte. Der Wert 234 ist aus verschiedenen Gründen sehr unwahrscheinlich. Nach einer von L. Meitner aufgestellten Regel muß das α-strahlende Protactinium ein niedrigeres Atomgewicht haben als das mit ihm isotope β-strahlende Uran X_2, dessen Atomgewicht sicher 234[1] ist. Außerdem müßte bei einem Atomgewicht des Protactiniums von 234 das Endprodukt der Actiniumreihe, das Actinium D, ein solches von 210 aufweisen (234 minus 6 α-Strahlen = 210). Dies steht im Widerspruch zu den experimentellen Ergebnissen über das Atomgewicht des sog. Uranbleis. Für dieses wurden in einer Anzahl von Fällen Werte gefunden, die sicher niedriger sind, als sie sich aus einem Gemisch von 97 Teilen Radium G (206) und 3 Teilen Actinium D (210), auch unter Berücksichtigung der Energieverluste durch die Emission von 5 α-Strahlen zwischen Radium und Radium G, berechnen lassen[2].

Der Wert 230 für das Atomgewicht des Protactiniums wäre möglich, ist aber nicht bewiesen.

Die andere Möglichkeit der Entstehung der Actiniumreihe ist die zuerst von Piccard[3] ausgesprochene, daß die Glieder der Actiniumreihe nicht aus dem Uran vom Atomgewicht 238, sondern einem bisher unbekannten Uranisotop, Actino-Uran, entstehen, das danach einen Bestandteil des gewöhnlichen Urans ausmachen würde. Ein derartiges Actino-Uran von einem höheren Atomgewicht als 238 könnte das im Verhältnis zum Radium (226) zu hohe Atomgewicht des Urans (238.2) erklären. Um bei einer solchen Annahme nicht wieder in einen Gegensatz zu dem Atomgewicht des Uranbleis zu kommen, müßte man 2 Actino-Urane mit entsprechenden Zwischengliedern annehmen[4]; die Suche nach solchen Substanzen ist bisher allerdings ergebnislos verlaufen[5].

In neuester Zeit wurde von Russell[6] aus gewissen Regeln, die sich aus den Astonschen Isotopenforschungen ergeben, auf ein Atomgewicht des Protactiniums zu 233 geschlossen. Die Schwierigkeiten werden hiermit aber nicht

[1] L. Meitner, Naturwissenschaften **14**, 719, 1926.

[2] Das Verbindungsgewicht eines solchen Uranbleis berechnet sich zu 206.09: gefunden sind Werte bis zu 206.02 herab (Th. W. Richards und L. P. Hall, Journ. Americ. Chem. Soc. **48**, 704, 1926).

[3] A. Piccard, Arch. sc. phys. et nat. **44**, 161 (1917).

[4] A. S. Russell, Phil. Mag. **46**, 642, 1924.

[5] O. Hahn, Zs. anorg. allgem. Ch. **147**, 16, 1925.

[6] A. Russell, Nature **120**, 402, 1927.

Digitized by Google

behoben. G. FOURNIER hält den Wert 231 für wahrscheinlich; er schließt es aus Beziehungen zwischen den Atomgewichten isotoper Radioelemente und der Geschwindigkeit der von ihnen emittierten α-Strahlen[1]. Zu dem gleichen Ergebnis gelangte früher schon FAJANS aus Beziehungen zwischen den Atomgewichten und Zerfallskonstanten innerhalb der einzelnen Plejaden[2]. Ein Beweis für die Richtigkeit der angenommenen Werte läßt sich natürlich auch hier nicht erbringen.

Mit der Reindarstellung größerer Protactiniummengen könnte hier Klarheit geschaffen werden, und zwar durch die direkte Atomgewichtsbestimmung des neuen Elements. Mit der Kenntnis des Atomgewichts des Protactiniums lösen sich die oben besprochenen Schwierigkeiten ganz von selbst[3].

Wertvoll in radioaktiver Hinsicht ist das Protactinium auch als Muttersubstanz des Actiniums. Aus gealtertem Protactinium läßt sich in Zukunft das Actinium in praktisch gewichtsloser Form auf einfachste Weise gewinnen. Bisher geschah dessen Herstellung aus Uranmineralen durch Abscheidung mit den seltenen Erden, von welch letzteren es dann wieder nach gewissen Anreicherungsverfahren abgetrennt wurde. Ein wirklich gut arbeitendes Fraktionierungsverfahren zur beliebigen Anreicherung des Actiniums aus Erdgemischen ist bisher nicht bekannt.

Die Bedeutung des Protactiniums in chemischer Beziehung ist die, daß es erlaubt, die besonderen chemischen Eigenschaften des Elements der Kernladungszahl 91 festzustellen, insbesondere auch im Vergleich zu seinen niederen Homologen Niob und Tantal und seinen Nachbarn Thor und Uran. Auf das relativ seltenere Vorkommen von Elementen ungerader Ordnungszahl gegenüber benachbarten Elementen mit gerader ist ja häufig hingewiesen worden[4]. In der letzten Horizontalreihe des periodischen Systems steht uns dieser Fall besonders deutlich vor Augen. Die geradzahligen Elemente Radium, Thor und Uran sind gut bekannt und gewichtsmäßig darstellbar. Von den ungeradzahligen Elementen Ekacäsium, Actinium und Protactinium ist das Ekacäsium unbekannt, und die Aussichten sind gering, daß es gefunden werden wird[5]. Das Actinium ist nur als radioaktives Element bekannt. Als chemisches Element wird es immer nur in verschwindend geringen Mengen darstellbar sein. Es bleibt als einziges das Protactinium, aus dessen Herstellung also auch die allgemeine Chemie würde Nutzen ziehen können.

[1] G. FOURNIER, C. R. **184**, 878, 1927.

[2] K. FAJANS, Phys. Zs. **16**, 456, 1915.

[3] In bezug auf obige Fragen wäre auch die Untersuchung des Massenspektrums von Uranblei von großer Bedeutung. Denn dieses ist ja ein Gemisch von 97 Prozent RaG vom Atomgewicht 206 und 3 Prozent AcD von unbekanntem Atomgewicht. Nachdem ASTON (Nature **120**, 224, 1927) unlängst die Aufnahme des Massenspektrums des gewöhnlichen Bleis geglückt ist, wäre beim Uranblei die Hauptschwierigkeit lediglich die Beschaffung eines möglichst reinen, d. h. von gewöhnlichem Blei freien Materials. Aus dem Atomgewicht von AcD ergäbe sich sofort das Atomgewicht des Pa, denn die Anzahl der Heliumabspaltungen zwischen Protactinium und AcD ist ja bekannt.

[4] Zuerst von W. D. HARKINS, Journ. Americ. Chem. Soc. **39**, 856, 1917.

[5] O. HAHN, Naturwissenschaften **14**, 159, 1926. — G. v. HEVESY, Mitt. dän. Akademie d. Wiss. VII, 11, 1926. — O. HAHN und O. ERBACHER, Phys. Zs. **27**, 531, 1926.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1927

XXXIV. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. 22. Dezember.

Vorsitzender Sekretar: i. V. Hr. Planck.

1. Hr. M. Planck sprach »über die Potentialdifferenz verdünnter Lösungen«.

Der von P. Henderson für das Diffusionspotential zweier Lösungen abgeleitete Ausdruck wird mit der entsprechenden vom Verfasser entwickelten Formel in Vergleich gebracht und die Möglichkeit der experimentellen Prüfung erörtert.

2. Hr. Johnsen legte eine Arbeit des Hrn. Dr. Hans Seifert (Berlin) Die Symmetrie von Kristallen des Pentaerythrit vor.

Der Verfasser gelangt durch morphologische Untersuchung der tetragonalen Kristalle des Pentaerythrit $C(CH_2OH)_4$ zu der Symmetrieklasse S_4, die lediglich eine vierzählige Drehspiegelungsachse enthält: mit dieser Klasse ist nur das alte Tetraedermodell der Pentaerythrit-Molekel verträglich, nicht das neuere Pyramidenmodell von Karl Weissenberg. Übrigens ist S_4 die einzige der 32 Kristallklassen, für die man bisher noch keinen Vertreter im Kristallreich gefunden hatte.

Digitized by Google

Über die Potentialdifferenz verdünnter Lösungen.

Von MAX PLANCK.

§ 1. Die Potentialdifferenz zweier aneinander grenzender Lösungen des nämlichen Lösungsmittels, das sogenannte Diffusionspotential, spielt zwar, quantitativ genommen, im allgemeinen nur eine geringe Rolle unter den verschiedenen Arten von Kontaktspannungen, aber sie besitzt ein besonderes prinzipielles Interesse durch den Umstand, daß man zur Berechnung ihrer Größe keiner anderen Konstanten bedarf als der absoluten Gaskonstanten und der elektrischen Ladungen sowie der Beweglichkeitszahlen der Ionen. Voraussetzung dabei ist allerdings eine Verdünnung, die so hochgradig ist, daß die Ionen sich vollkommen unabhängig voneinander verhalten, wozu auch gehört, daß ihre Beweglichkeit unabhängig ist von der Konzentration[1].

Falls man diese Bedingung als erfüllt annehmen darf, so ist in einem beliebigen ungleichmäßig konzentrierten Elektrolyten, wie zuerst W. NERNST gezeigt hat, sowohl das lokale Potentialgefälle als auch der ganze zeitliche Verlauf des Diffusionsvorgangs vollständig bestimmt und angebbar, wenn man die VAN'T HOFFsche Theorie des osmotischen Druckes kombiniert mit der ARRHENIUSschen Theorie der elektrolytischen Dissoziation und der dadurch bedingten unabhängigen Wanderung der Ionen. Ein jedes Ion bewegt sich nämlich unter der Einwirkung zweier verschiedener Kräfte: der durch sein Konzentrationsgefälle bedingten osmotischen Kraft, und der durch das Potentialgefälle bedingten elektrischen Kraft, nach Maßgabe seiner Beweglichkeit, und das Potentialgefälle ist dadurch bestimmt, daß in jedem Augenblick und überall die entgegengesetzten Ionenladungen sich neutralisieren, also für einwertige positive Ionen mit den Konzentrationen $c', c'', c''', \ldots$ und einwertige negative Ionen mit den Konzentrationen $\bar{c}', \bar{c}'', \bar{c}''', \ldots$:

$$c' + c'' + c''' + \cdots = \bar{c}' + \bar{c}'' + \bar{c}''' + \cdots = c, \tag{1}$$

wobei c die Gesamtkonzentration bezeichnet.

Werden die entsprechenden Beweglichkeitszahlen für die Kationen mit $u', u'', u''', \ldots$, für die Anionen mit $v', v'', v''', \ldots$ bezeichnet, und setzt man zur Abkürzung:

$$\left.\begin{aligned} u'c' + u''c'' + u'''c''' + \cdots &= U \\ v'\bar{c}' + v''\bar{c}'' + v'''\bar{c}''' + \cdots &= V, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

so ergibt sich auf dem geschilderten Wege für das lokale Gefälle des elektrischen Potentials ϕ im stromlosen Zustand:

[1] Vgl. hierzu A. BÄUML, Ann. d. Phys. **84**. p. 211, 1927.

Digitized by Google

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{RT}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{U+V} \cdot \frac{\partial (U-V)}{\partial x} \tag{3}$$

(x Raumkoordinate, R Gaskonstante, T Temperatur, ε Ladung eines g-Ions), woraus dann durch Integration die Potentialdifferenz aus dem Konzentrationsgefälle zu berechnen ist.

§ 2. In der vorstehenden Form versagt aber die Theorie gerade in dem interessantesten Fall: dem der Berührung zweier homogener Elektrolyte. Denn hier ist das Konzentrationsgefälle durchweg gleich Null, während die Konzentrationen selber an der Berührungsfläche unstetig sind. Macht man die naheliegende Annahme, die Unstetigkeitsfläche zu ersetzen durch eine Übergangsschicht von kleiner, aber endlicher Dicke, so werden die Konzentrationen durchweg stetig, während die Konzentrationsgefälle innerhalb der Schicht sehr große Werte annehmen. Aber je nach der Art des für die einzelnen Ionengattungen angenommenen Übergangs fällt die Potentialdifferenz der beiden Lösungen 1 und 2:

$$\phi_2 - \phi_1 = E = \int_1^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot dx \tag{4}$$

verschieden aus, und um zu einem bestimmten Wert von E zu gelangen, ist eine neue Voraussetzung nötig.

Eine derartige Voraussetzung habe ich durch folgende Betrachtung eingeführt und zu begründen gesucht. Geht man von einer beliebigen Beschaffenheit der Grenzschicht aus, so wird sich dieselbe im allgemeinen sehr schnell mit der Zeit ändern. Denn sowohl die osmotische als auch die elektrische Kraft ist innerhalb der Schicht sehr groß. Es wird daher sehr bald ein quasistationärer Zustand eintreten, der dadurch bedingt ist, daß die beiden sehr großen Kräfte sich gegenseitig nahezu kompensieren, so daß die aus ihrem Gegenspiel herrührende zeitliche Änderung der Konzentrationen klein ist gegen die aus der Wirkung jeder einzelnen Kraft herrührende Änderung. Für den so definierten quasistationären Zustand ergibt sich aus (3) ein ganz bestimmter, von der Dicke der Übergangsschicht unabhängiger Wert von E.

Bedenklich bleibt bei dieser Deduktion freilich noch der Sprung des Konzentrationsgefälles an den Grenzflächen 1 und 2 der Übergangsschicht. Aber ich glaube, daß der hierdurch bedingte Fehler von verschwindender Größenordnung ist, weil für eine unendlich dünne Übergangsschicht der Einfluß des Sprungs der Konzentration den des Sprunges des Konzentrationsgefälles weitaus überwiegen dürfte.

Für einwertige Ionen führt die Berechnung von E auf eine gewisse transzendente Gleichung[1]. Einen Fall mehrwertiger Ionen hat K. R. Johnson[2] durchgerechnet. Auch sonst ist diese Theorie mehrfach behandelt worden (von N. Bjerrum[3], J. Guyot[4], G. Gouy[5], E. Denina[6]), aber an Versuchen, sie durch

[1] M. Planck, Ann. d. Phys. **40**, p. 561, 1890.
[2] K. R. Johnson, Ann. d. Phys. **14**, p. 995, 1904.
[3] N. Bjerrum, Zeitschr. f. phys. Chem. **53**, p. 428, 1905.
[4] J. Guyot, Journ. de Phys. **6**, p. 530, 1907. — J. Guyot et B. Brunhes, ibid. **7**, p. 27, 1908.
[5] G. Gouy, Journ. chim. phys. **14**, p. 185, 1916.
[6] E. Denina, Gazz. chim. ital. **56**, p. 798, 1926.

Digitized by Google

eine bessere zu ersetzen, ist mir nur ein einziger bekannt geworden, von P. HENDERSON[1].

§ 3. HENDERSON benutzt statt der von mir eingeführten Annahme eine andere, höchst einfache und anschauliche, indem er voraussetzt, daß die Lösung an irgendeiner Stelle der Übergangsschicht sich additiv zusammensetzt aus einem gewissen Bruchteil α der Lösung 1 und dem komplementären Bruchteil $1-\alpha$ der Lösung 2. Also:

$$\left.\begin{aligned} c' &= \alpha c_1' + (1-\alpha) c_2', \\ c'' &= \alpha c_1'' + (1-\alpha) c_2'', \\ &\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

usw. für alle positiven und negativen Ionen, wobei α für sämtliche Ionengattungen den nämlichen Wert besitzt und nur von der Raumkoordinate x abhängt. Man kann das auch so ausdrücken, daß man sagt: die beiden Lösungen vermischen sich als Ganzes, durch einfache Konvektion.

Der Vorteil dieser Annahme beruht darauf, daß die Beschaffenheit der Lösung innerhalb der Übergangsschicht nur von einem einzigen Parameter α abhängt, der für die Lösung 1 den Wert 1, für die Lösung 2 den Wert 0 besitzt.

HENDERSON hat zur Berechnung von E nicht die hier dargestellte kinetische, sondern eine thermodynamische Methode benutzt. Aber eine nähere Betrachtung, auf die ich hier nicht eingehen will, zeigt, daß man auf diesem Wege zu genau der nämlichen Formel für E gelangt wie oben. Der Zusammenhang des Parameters α mit der Raumkoordinate x bleibt dabei ganz offen. In der Tat kann man in der Differentialgleichung (3) für ϕ und ebenso in dem Integralausdruck (4) für E einfach dx durch $d\alpha$ ersetzen und erhält dann aus (2) und (5) ganz allgemein als Potentialdifferenz nach HENDERSON:

$$E_H = \frac{RT}{\varepsilon} \cdot \frac{U_1 - U_2 - V_1 + V_2}{U_1 - U_2 + V_1 - V_2} \log \frac{U_1 + V_1}{U_2 + V_2}, \qquad (6)$$

abweichend von der Potentialdifferenz E_P nach PLANCK.

Die Formeln für E_H und E_P stimmen für einige spezielle Fälle überein. Für $c_1 = c_2$ ist beispielsweise:

$$E_P = \frac{RT}{\varepsilon} \cdot \log \frac{U_1 + V_2}{U_2 + V_1}, \qquad (7)$$

was im allgemeinen von E_H abweicht. Aber sowohl für $V_1 = V_2$ als auch für $U_1 = U_2$ ist $E_H = E_P$.

§ 4. Systematische Messungen zur Prüfung der beiden Formeln an der Erfahrung sind vor kurzem ausgeführt worden von PAUL F. BÜCHI[2], mit dem Ergebnis, daß die Formel von HENDERSON in allen untersuchten Fällen den Vorzug verdient. Indessen glaube ich nicht, daß man die Messungen von BÜCHI in einen Zusammenhang mit meiner Formel bringen kann. Denn diese ergibt das eigentliche Diffusionspotential, mit Ausschluß jeglicher Konvektion. Bei den Versuchen von BÜCHI aber ist der Einfluß von Flüssigkeitsbewegungen

[1] P. HENDERSON, Zeitschr. f. phys. Chem. **59**, p. 118, 1907; **63**, p. 325, 1908.
[2] P. F. BÜCHI, Zeitschr. f. Elektrochemie **30**, p. 443, 1924.

Digitized by Google

nicht nur nicht nach Möglichkeit vermieden, sondern durch Verzicht auf jegliches die freie Zirkulation der Flüssigkeiten hemmendes Mittel, z. B. stopfende Watte, sogar mit Absicht begünstigt worden. Außerdem wurden die Messungen nicht unmittelbar nach der Zusammenbringung der beiden Lösungen, sondern erst etwa eine Stunde später ausgeführt, nachdem sich schon merkliche Änderungen der Potentialdifferenz vollzogen hatten.

Es dürfte gewiß prinzipiell von Interesse sein, die beiden Formeln auch unter dem Gesichtspunkte zu vergleichen, daß man Konvektionsbewegungen möglichst ausschließt und so das eigentliche Diffusionspotential zu trennen von dem zusätzlichen, durch den Einfluß der Konvektion bedingten Potential.

Dabei wird man selbstverständlich am zweckmäßigsten solche Fälle untersuchen, für welche die Werte E_H und E_P möglichst weit voneinander abweichen. In den von Büchi ausgeführten Messungen findet sich die größte Differenz von E_H und E_P bei der Potentialdifferenz zwischen Salzsäure in normaler Verdünnung und Kaliumchlorid in einhundertstel normaler Verdünnung:

$$H\,Cl\,|\,0.01\;K\,Cl. \tag{8}$$

Hierfür ergibt sich bei Zimmertemperatur 18° C und den Beweglichkeitszahlen:

$$u' = 315 \quad \text{für } \overset{+}{H},$$
$$u'' = 64 \quad \text{für } \overset{+}{K},$$
$$v' = 65.5 \quad \text{für } \overset{-}{Cl},$$
$$E_H = 94.2\ mV, \quad E_P = 83.5\ mV.$$

Man kann aber durch Verwendung verschiedenartiger Anionen die Differenz von E_H und E_P noch erheblich steigern. So habe ich z. B. für eine Kombination von Salzsäure mit Natriumacetat:

$$H\,Cl\,|\,0.01\;Na\,C_2H_3O_2 \tag{9}$$

mit $u'' = 43.5$ für $\overset{+}{Na}$

$v'' = 31$ für $\overset{-}{C_2H_3O_2}$

folgende Werte berechnet:

$$E_H = 103\ mV, \quad E_P = 85\ mV.$$

Die Differenz ist jedoch sicherlich noch einer weiteren Vergrößerung fähig. Freilich fällt es wegen der Kompliziertheit der Formel für E_P nicht leicht, die Bedingungen dafür zu übersehen. Eine systematische Untersuchung dieses Punktes habe ich begonnen und hoffe über das Ergebnis derselben seinerzeit berichten zu können.

Digitized by Google

Die Symmetrie von Kristallen des Pentaerythrit.

Von Dr. H. Seifert
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Johnsen.)

Einleitung.

Seit einigen Jahren erregt der Pentaerythrit $C(CH_2OH)_4$ das höchste Interesse der Chemiker, denn nach K. Weissenbergs stereochemischen Vorstellungen[1] erscheint er als sichere, allerdings einzige experimentelle Stütze dafür, daß im Kristallzustand das Molekül einer Substanz Ca_4 nicht nur tetraedrischen oder quasitetraedrischen, sondern auch pyramidalen Konfigurationstypus besitzen kann; das bedeutet, daß die vier gleichartigen Gruppen (CH_2OH) nicht im Sinne van't Hoffs wie die Ecken eines Tetraeders oder tetraederähnlichen Körpers, sondern wie die Ecken der Grundfläche einer vierseitigen Pyramide liegen sollen, in deren Spitze sich das zentrale C-Atom befindet.

Die Röntgenanalyse[2] hat bis jetzt keine Entscheidung gebracht. Ohne genaue Intensitätsmessungen und Parameterbestimmungen sind ihre Ergebnisse mehrdeutig; in einer soeben publizierten Studie zeigt S. B. Hendricks[3] erneut, daß sowohl eine Raumgruppe (S_4^2), in der eine tetraederähnliche Anordnung der CH_2OH-Gruppen um das Zentralatom stattfindet, in Betracht kommt als auch eine solche Raumgruppe (C_4^5), in der das Molekül notwendig pyramidalen Aufbau besitzt. So schien eine eindeutige kristallographische Symmetriebestimmung zur Nachprüfung der bisherigen Festsetzungen äußerst dringlich.

Die kristallographische Erstuntersuchung von J. Martin[4] stellte den Pentaerythrit in die hemimorphe Hemiedrie des tetragonalen Systems (C_{4v}). Diese Zuteilung gründete sich einzig auf die Form der am Lösungsspiegel hängend gebildeten Kristalle, die an den beiden Enden der vierzähligen Achse verschieden ausgebildet waren, ferner auf ein paar sehr unvollkommene Versuche, nach denen die beiden Pole dieser Achse beim Ätzen mit Alkohol eine verschieden große Auflösungsgeschwindigkeit gezeigt haben

[1] K. Weissenberg, Ber. d. dtsch. chem. Ges. **59**, 1526; 1926; vgl. auch H. Mark und K. Weissenberg, Zeitschr. f. Phys. **17**, 301; 1923. F. Richter, Naturwissenschaften **14**, 889; 1926.

[2] H. Mark und K. Weissenberg, Zeitschr. f. Phys. **17**, 301; 1923. M. L. Huggins und S. B. Hendricks, Journ. Amer. Chem. Soc. **48**, 164; 1926. J. Nitta, Bull. Chem. Soc. Japan **1**, 62; 1926.

[3] S. B. Hendricks, Zeitschr. f. Krist. **66**, 131; 1927.

[4] J. Martin, N. Jahrb. f. Min. usw. Beil.-Bd. **7**, 18; 1888.

Digitized by Google

sollen; ebenso sollten die nach MARTINS Angaben und Zeichnungen sehr unvollkommenen Ätzfiguren auf der Basis nach Verteilung und Tiefe eine verschiedene Auflösungsgeschwindigkeit von Fläche und Gegenfläche erweisen. TH. LIEBISCH[1] gab später pyroelektrisches Verhalten an. Die Polarität der vierzähligen Achse schien dann neuerdings sichergestellt durch den Nachweis der Piezoelektrizität nach dem Pulververfahren von E. GIEBE und A. SCHEIBE[2]. Außerdem hatte man auf Grund eines älteren LAUE-Diagramms von H. HAGA und F. M. JAEGER[3] die der vierzähligen Achse parallelen Symmetrieebenen fallengelassen und so den Pentaerythrit schließlich in die hemimorphe Tetartoedrie (C_4) verwiesen[4], also eine Klasse, die enantiomorphe Formen zuläßt, die man jedoch nie beobachtet hat. Das WEISSENBERGsche Pyramidenmodell verträgt sich mit der Klasse C_4 ebenso wie mit der obengenannten Klasse C_{4v}[5].

Neue Bestimmung der Kristallsymmetrie des Pentaerythrit.

Schon einfache Kristallisationsversuche lieferten ein befremdendes Bild. Aus übersättigter reiner wäßriger Lösung schied sich Pentaerythrit (Kahlbaum) im allgemeinen in bipyramidalen Kristallen, also scheinbar holoedrisch und ohne erkennbaren Unterschied der beiden Enden der tetragonalen Hauptachse aus; die Kristalle sind überwiegend mit einer Pyramidenfläche aufgewachsen und nach dieser abgeplattet. Nur unter speziellen Wachstumsbedingungen erhält man MARTINS hemimorph erscheinenden Typ, bei dem die Kristalle mit einer Basisfläche oder einer ihr nahe benachbarten (rationalen oder irrationalen) Fläche am Flüssigkeitsspiegel hängen oder an den Gefäßwänden aufsitzen.

Die genannten scheinbar holoedrischen Kristallgestalten sagen über ihre wahre Symmetrie nichts Entscheidendes aus. Es kann sich bei ihnen z. B. auch um Ergänzungszwillinge von Kristallen der genannten Symmetrieklasse C_4 handeln. Diese Möglichkeit haben offenbar A. SCHLEEDE und E. SCHNEIDER[6] in ihrer soeben erschienenen Notiz nicht in Betracht gezogen. Nimmt man das Ergebnis der Durchstrahlung nach der LAUE-Methode parallel der Hauptachse (HAGA und JAEGER, HENDRICKS) als gesichert an, so kann der Pentaerythrit nur in eine der drei tetragonalen Symmetrieklassen C_{4h}, C_4, S_4 gehören. So verfahren SCHLEEDE und SCHNEIDER. Weiter schließen sie dann aus Wachstums- und Auflösungsversuchen, daß eine polare Achse an den Kristallen nicht vorhanden sein könne, da die beiden Enden der Hauptachse sich stets gleich verhielten, ferner daß von den beiden übrigbleibenden Klassen C_{4h} und S_4 auch C_{4h} ausscheide; denn in 90 Prozent der untersuchten Fälle waren die an den Enden der Achse vorhandenen kleinen Basisflächen als kleine Rechtecke ausgebildet, deren lange Seiten gekreuzt zueinander lagen. Die beigegebene Textfigur läßt das allerdings nicht erkennen.

[1] TH. LIEBISCH, Grundriß d. physikal. Kristallogr. Leipzig 1896. 141.
[2] E. GIEBE und A. SCHEIBE, Zeitschr. f. Phys. **33**, 760; 1925.
[3] H. HAGA und F. M. JAEGER, Proc. K. Akad. van Wetensch. Amsterdam **18**, 1350; 1926.
[4] H. G. K. WESTENBRINK und F. A. VAN MELLE, Zeitschr. f. Krist. **64**, 548; 1926.
[5] H. MARK und K. WEISSENBERG, Zeitschr. f. Krist. **65**, 499; 1927.
[6] A. SCHLEEDE und E. SCHNEIDER, Naturwissenschaften **15**, 970; 1927.

Digitized by Google

Die im folgenden beschriebenen Erscheinungen gestatten auch ohne Kenntnis des Laue-Diagramms nach (001), alle anderen als die drei genannten tetragonalen Symmetrieklassen streng auszuschließen. Das soll aber nicht durchgeführt werden, sondern es soll auch hier der Röntgenbefund zu Hilfe genommen, und nur zwischen den drei Klassen C_{4h}, C_4, S_4 entschieden werden.

Auf den acht Flächen der scheinbaren Bipyramide kann man asymmetrische Ätzfiguren und -streifungen erzielen. Ihre Anordnung (Fig. 1) ist einmal vierzählig um die Richtung der Hauptachse; außerdem ist sie spiegelbildlich nach der Basis (001). Diese zweite Beobachtung ist mit dem Vorhandensein einer polaren Achse nur dann verträglich, wenn es sich um Zwillinge zweier enantiomorpher Individuen der Klasse C_4 handelt, die zueinander spiegelbildlich nach der Basis sind; die beiden Individuen stoßen dann außen längs der Mittelkanten zusammen.

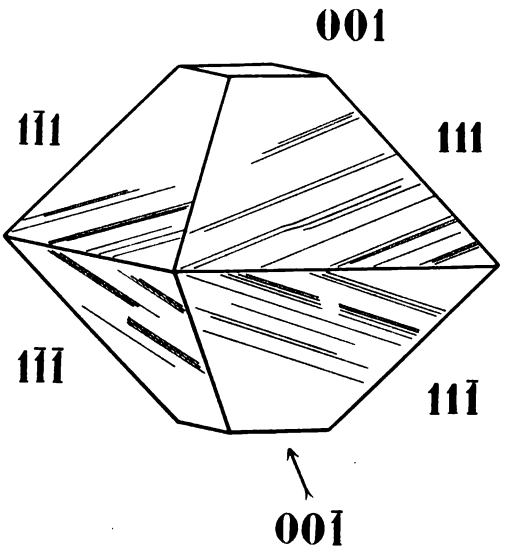


Fig. 1.

Kappt man durch Spalten an den bipyramidalen Kristallen die Spitzen ab und läßt sie in übersättigter Lösung, auf eine Pyramidenfläche gelegt, ausheilen, so entstehen stets wieder bipyramidale Körper, die sich in jeder Hinsicht wie direkt gewachsene Kristalle dieser Tracht verhalten. Das läßt sich nur unter Verwerfung der Anschauung deuten, es handle sich um Zwillinge hemimorpher Kristalle nach der Basis. Jede kleine abgespaltene Pyramide wäre dann sicher ein einzelnes Kristallindividuum; es würde nicht in der geschilderten Weise zu einem modellartigen Zwillingsgebilde der angenommenen Art ausheilen. Die Klasse C_4 mit polarer Achse ist abzulehnen.

Es muß nun eine Entscheidung zwischen den beiden Klassen C_{4h} und S_4 getroffen werden. Es läßt sich leicht zeigen, daß auch die Klasse C_{4h} ausscheiden muß. Es genügt, die Erfahrungen beim Ätzen basischer Spaltungsplatten (mit Alkohol bzw. Alkohol + Wasser in verschiedenen Mischungsverhältnissen) heranzuziehen. Erstens ist die einzelne Ätzfigur nicht tetrasymmetrisch, es entstehen in diesem Falle rechteckige Ätzgrübchen. Zweitens ist die Ätzung auf Fläche und Gegenfläche nicht spiegelbildlich nach der Basis, die in der Klasse C_{4h} eine Symmetrieebene ist.

So bleibt für den Pentaerythrit nur die sphenoidische Tetartoedrie S_4 als Symmetrieklasse übrig. Diese Klasse besitzt nur ein einziges Symmetrieelement $A_2 = D_4$, d. h. eine zweizählige Symmetrieachse, die gleichzeitig eine vierzählige Drehspiegelungsachse ist; ein Vertreter war bisher für sie nicht bekannt. Die letzte Aufgabe besteht darin, sämtliche

Digitized by Google

kristallmorphologischen Beobachtungen als mit den Symmetrieforderungen dieser Klasse in Einklang zu erweisen. Auch gegen sie scheinen zunächst einige Beobachtungen zu sprechen. 1. Die geschilderte Anordnung der Ätzfiguren und -streifen auf den Pyramidenflächen, die jetzt richtig als Bisphenoide zu kennzeichnen sind, ist vierzählig in bezug auf die Hauptachse. 2. Zwar sind die Ätzerscheinungen auf Fläche und Gegenfläche von {001} nicht spiegelbildlich, aber die Gesamtheit der Erscheinungen in einer Hälfte eines bipyramidalen Kristallkörpers ist spiegelbildlich zu der der anderen Hälfte in bezug auf eine Medianebene (001) in der gleichen Weise wie die soeben genannten Ätzerscheinungen auf den Bisphenoidflächen.

Die Deutung wird ermöglicht durch eine genaue Analyse der Ätzerscheinungen auf basischen Spaltplatten, wie sie die beigegebene Textfigur 2 darstellt. Die vier durch Diagonalen geteilten Quadrate a, b, c, d bedeuten vier

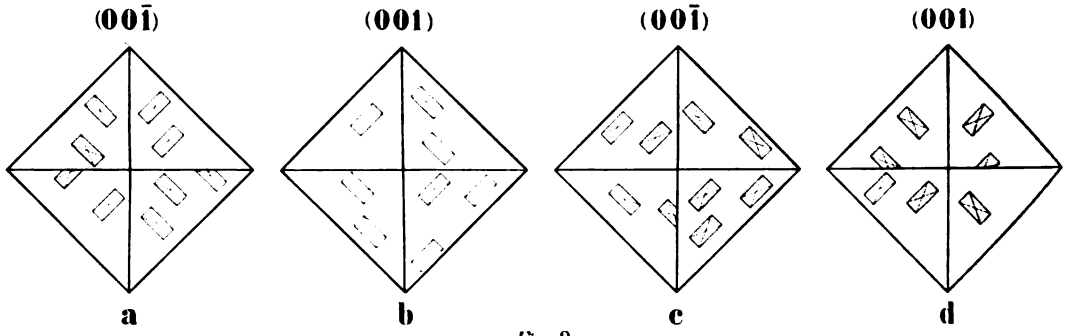


Fig. 2.

basische Schnitte durch einen bipyramidalen Pentaerythritkristall, von links nach rechts in der Reihenfolge von einer Spitze zur anderen hin, je zwei aus jeder Kristallhälfte, a und b wie auch c und d je Fläche und Gegenfläche. Die Ätzfiguren in jedem der dreieckigen Felder, die in diesen Schnitten zugleich die Anwachspyramiden der Bisphenoidflächen darstellen, haben Aussehen und Lage der eingezeichneten Rechtecke. Man darf sich nicht dadurch stören lassen, daß die erzeugten Figuren zufällig noch Symmetrieebenen zeigen, die dem Pentaerythrit nach anderen Beobachtungen (in Übereinstimmung mit dem Röntgenbefund) fehlen. Nun verlangt die Klasse S_4 für {001} einen Drehungsmittelpunkt von der Ordnung zwei als Flächensymmetrie und die physikalische Gleichheit je eines Bivektors in (001) mit einem dagegen um 90° gedrehten in der Gegenfläche (00$\bar{1}$). Die Deutung kann also nur lauten: Es liegen Durchdringungszwillinge zweier Bisphenoide gleichen Vorzeichens vor; die beiden Individuen sind symmetrisch in bezug auf die Basis, und daher hat der Zwilling als solcher die Symmetrie der Klasse C_{4h}. Verwachsen sind die beiden Individuen im großen und ganzen nach den Flächen des verwendeten Prismas {100}, den Begrenzungsebenen der Anwachspyramiden der Bisphenoidflächen. Durch die gegebene Deutung finden ersichtlich die Ätzerscheinungen auf den Bisphenoidflächen auch in S_4 eine einwandfreie Erklärung. Eine gute Bestätigung dieser Deutung liefern die beim Ätzen auf den Flächen des Prismas {100} auftretende Felderteilung

Digitized by Google

und der gleiche, aber nach (001) spiegelbildliche Charakter der Ätzerscheinungen in den verschiedenen Feldern.

Es muß zum Schluß betont werden, daß die von Giebe und Scheibe nachgewiesene Piezoelektrizität durchaus mit der Klasse S_4 verträglich ist[1]. Ich bemerke hierzu, daß ich bei Temperaturänderungen an den Pentaerythritkristallen scheinbare pyroelektrische Effekte erhielt, die in Beziehung zu setzen waren zu den immer auftretenden, schon Martin bekannten optischen Anomalien und die vermutlich ebenso wie bei Quarz auf die Piezoelektrizität zurückgeführt werden können; echte Pyroelektrizität ist in S_4 nicht möglich.

Schlußbetrachtungen.

Das Ergebnis der kristallographischen Untersuchung, daß der Pentaerythrit in die Symmetrieklasse S_4 gehört, hat die folgende allgemeinere Bedeutung. Es ist damit nachgewiesen, daß das Weissenbergsche Pyramidenmodell für $C\alpha_4$ auch in der einzigen dafür in Anspruch genommenen Kristallart nicht existiert. Sofern in der Struktur des Pentaerythrits das Molekül erkennbar sein wird, sind die vier gleichwertigen CH_2OH-Gruppen um das zentrale C-Atom nach den Ecken eines tetraederähnlichen Bisphenoids angeordnet.

Nach den bisher vorliegenden Ergebnissen der röntgenographischen Strukturanalyse liegt dem Pentaerythrit ein raumzentriertes tetragonales Gitter zugrunde. Danach kommt von den beiden S_4 isomorphen Raumgruppen nur S_4^2 in Frage. Diese Raumgruppe hat als höchstzählige nur achtzählige Punktlagen. Es steht weiter bereits fest, daß sich zwei Moleküle $C(CH_2OH)_4$ im Elementarkörper befinden. Es ist demnach die bemerkenswerte Tatsache festzustellen, daß die zunächst als gleichartig anzusehenden 16 an den C-Atomen der Gruppen direkt hängenden H-Atome zu je 8 zwei verschiedene Punktlagen $[xyz]$ und $[x'y'z']$ einnehmen. Die H-Atome des freien Moleküls erleiden also in dem hier vorliegenden kristallisierten Aggregatzustand eine verschiedenartige Deformation; sie liegen zu zwei Gruppen von je 8 in einem zwar asymmetrischen, aber doch verschiedenartig asymmetrischen Kräftefeld — eine Punktlage $[xyz]$ unterliegt keiner Symmetriebedingung. Hierin sehe ich die letzte Ursache der am Pentaerythrit auftretenden optischen Anomalien, die um so bemerkenswerter sind, als es sich hier um einen, anscheinend den ersten kristallographisch beschriebenen chemisch reinen Körper mit solchen Anomalien an ungestört gewachsenen Kristallen handelt.

Hier wurden keine anderen als Zwillingskristalle gefunden. Es ist beabsichtigt, durch weitere Versuche den auffallenden Unterschied gegenüber dem Ergebnis von Schleede und Schneider aufzuklären, die bei ihren Versuchen den gemachten Angaben zufolge stets einfache Kristalle, wenn auch von der gleichen Symmetrieklasse S_4 erhalten haben.

[1] Vgl. A. Hettich und A. Schleede, Zeitschr. f. Phys. **46**. 147; 1927.

Ausgegeben am 14. Februar 1928.

Digitized by Google

NAMEN- UND SACHREGISTER.

Adressen: an Karl von Goebel zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum. 31. 48–49. — an die Royal Society in London zur Feier des 100. Geburtstages von Joseph Lister. 106. 107. — an Karl Grobben zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum. 111. 135. — an das University College in London zur Zentenarfeier. 154. 155. — an Hans Horst Meyer zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum. 200. 202.

Anatomie und Physiologie: Geldbewilligung für vergleichende physiologische Untersuchungen von Krüger. 247. — Über die physiologische Bedeutung des Lignins pflanzlicher Nahrungsmittel, von Rubner. 50. — Die Verbrennungswärmen der Zellkerne und ihrer Bausteine, von Rubner. 50. — Über die Untersuchung und Benennung der Kugelgelenkbewegungen im allgemeinen und die Schulterbewegung im besonderen, von Fick. 105. — Über die Entwicklung des Vorderdarmes beim Bachneunauge, von Keibel. 157.

Antrittsreden: v. Ficker. LXXVII–LXXVIII. Erwiderung von Planck. LXXIX–LXXX. — Hesse. LXXX–LXXXII. Erwiderung von Rubner. LXXXII–LXXXIII.

Apstein, Karl, tritt in den Ruhestand. 201.

Astronomie: Geschichte des Fixsternhimmels. XLIV. 1. 51. 157. 200. 246. — Geldbewilligung für Arbeiten zur Eros-Opposition, von Koreff. 1. Vergleichung lichtelektrischer, photographischer und visueller photometrischer Beobachtungen der vier hellen Jupitersatelliten, von Gutnick. 111. 112–134. — Über den 61 Cygni-Sternstrom, von Ludendorff. 142.

Bauschinger, Julius, zum korrespondierenden Mitglied gewählt. 247.

Bieberbach, Bericht der Kronecker-Kommission. LXI.

—, Die Darstellung der Bewegungsgruppe der Lobatschefskischen Ebene durch Gruppen orthogonaler Transformationen. 110.

Biographisches Jahrbuch, Deutsches: Bericht. LXVIII. — Geldbewilligung. 201.

Bodenstein, Versuche zur Prüfung einer Theorie der katalytischen Ammoniakverbrennung. 205.

Botanik: Das Pflanzenreich. XLIII–XLIV. 50. 109. — Flora von Papuasien und Mikronesien. LXVI. 157. — Sekundäre Unterschiede zwischen männlichen und weiblichen Individuen getrenntgeschlechtiger Blütenpflanzen, von Correns. 14. — Zur Zytologie und Physiologie des weiblichen Gametophyten von *Oenothera*, von Haberlandt. 31. 33–48.

Brauer, R., Über minimale Zerfällungskörper irreduzibler Darstellungen. Mit E. Noether. 220. 221–228.

Chemie: Über die Bedeutung der Radikale für die organische Chemie, von Schlenk. XXXI–XXXVI. — Stereochemische Ergebnisse aus dem Studium alkaliorganischer Verbindungen, von Schlenk. 154. — Das Protactinium als radioaktives und chemisches Element, von Hahn. 199. — Die Reaktionsfähigkeit von Chlorwasserstoff mit Metallen, von Hofmann. 203. — Versuche zur Prüfung einer Theorie der katalytischen Ammoniakverbrennung, von Bodenstein. 205.

Cauer, W., Die Variabeln eines passiven Vierpols. 246. 268–274.

Correns, Sekundäre Unterschiede zwischen männlichen und weiblichen Individuen getrenntgeschlechtiger Blütenpflanzen. 14.

Einstein, Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz. Mit J. Grommer. 1. 2–13.

—, Zu Kaluzas Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität. 15. 22. 23–30.

—, Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz. 214.

Engler, Bericht über das Pflanzenreich. XLIII–XLIV.

—, Bericht über die Bearbeitung der Flora von Papuasien und Mikronesien. LXVI.

Digitized by Google

Euler-Ausgabe: Veröffentlichung. 22.
Festreden: Ansprache, gehalten in der öffentlichen Sitzung zur Feier des Jahrestages König Friedrichs II., von Rubner. XVII–XXVI. — Über die Bedeutung der Radikale für die organische Chemie, von Schlenk. XXXI–XXXVI.
Fick, Die Untersuchung und Benennung der Kugelgelenkbewegungen im allgemeinen und die Schulterbewegung im besonderen. 105.
von Ficker, Antrittsrede. LXXVII–LXXVIII.
—, Das meteorologische System von Wilhelm Blasius. 246. 248–267.
Fixsternhimmel, Geschichte desselben: Bericht. XLIV. — Geldbewilligung. 51. 200. — Veröffentlichung. 1. 157. 246.
Flora von Papuasien und Mikronesien: Bericht. LXVI. — Veröffentlichung. 157.
Geldbewilligungen: Biographisches Jahrbuch. 201. — Leibniz-Ausgabe. 201. — Tierreich. 247. — Geschichte des Fixsternhimmels. 51. 200. — Für Arbeiten zur Eros-Opposition von Kopff. 1. — Für die Opuscula Ichneumonologica von Schmiedeknecht. 1. 247. — Für eine Expedition nach den Kleinen Sunda-Inseln (Rensch). 51. — Für eine Forschungsreise nach den Philippineninseln (Schmidt). 144. — Für eine Forschungsreise nach Neapel (Erdmann). 200. — Für vergleichende physiologische Untersuchungen von Krüger. 247.
Geographie: Die Ursachen der Eiszeit, von Penck. 16.
Geologie: Ein neuer Zeuge uralten Lebens, von Pompeckj. 16. — Über das Leben der algonkischen und kambrischen Zeiten, von Pompeckj. 31.
Goebel, G. v., Adresse an ihn zum 50jährigen Doktorjubiläum. 31. 48–49.
Graebe, Karl, gestorben. 32.
Grobben, Karl, Adresse an ihn zum 50jährigen Doktorjubiläum. 111. 135.
Grommer, J., Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz. Mit A. Einstein. 1. 2–13.
Guthnick, Bericht über die »Geschichte des Fixsternhimmels«. XLIV.
—, Vergleichung lichtelektrischer, photographischer und visueller photometrischer Beobachtungen der vier hellen Jupitersatelliten. 111. 112–134.
Haberlandt, Zur Zytologie und Physiologie des weiblichen Gametophyten von *Oenothera*. 31. 33–47.
Hahn, Das Protactinium als radioaktives und chemisches Element. 199.
Hasse, H., Existenz gewisser algebraischer Zahlkörper. 220. 229–234.
Hellmann. Die Entwicklung der meteorologischen Beobachtungen bis zum Ende des XVIII. Jahrhunderts. (*Abh.*) 162.
Hesse, zum ordentlichen Mitglied gewählt. 1.
—, Antrittsrede. LXXX–LXXXII.
—, Temperaturregulierung beim Elefanten. 51.
Hoffmeister, Cuno, erhält die silberne Leibniz-Medaille. CIII–CIV.
Hofmann, Die Reaktionsfähigkeit von Chlorwasserstoff mit Metallen. 203.
Hopf, E., Elementare Bemerkungen über die Lösungen partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischen Typus. 106. 147–152.
Johnsen, Über farbige Mineralien. 153.
Keibel, Über die Entwicklung des Vorderdarmes beim Bachneunauge. 157.
Klebahn, Henrich, erhält die silberne Leibniz-Medaille. CIII.
Koebe, Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen (Erste Mitteilung). 163. 164–196.
Kolhörster, Werner. Die tägliche Periode der Höhenstrahlung. Mit G. v. Salis. 31. 92–104.
Kronecker-Kommission: Bericht. LXI.
Landau, Über die Nullstellen Dirichletscher Reihen. II. 17. 19–21.
von Laue, Über neuere Fortschritte der Schrödingerschen Wellenmechanik, insbesondere ihre Anwendung auf den Stoß von Elektronen gegen Atome und den Compton-Effekt. 108.
Leibniz-Ausgabe: Bericht. XLIV. — Geldbewilligung. 201.
Leibniz-Medaille: Verleihung. CIII–CV.
Literaturzeitung, Deutsche: Bericht. XLV.
Ludendorff. Über den 61 Cygni-Sternstrom. 142.
Mathematik: Euler-Ausgabe. 22. — Herausgabe der Werke von Weierstrass. XXXIX. — Kronecker-Kommission. LXI. — Über die Nullstellen Dirichletscher Reihen. II, von Landau. 17. 19–21. — Über die rationalen Darstellungen der allgemeinen linearen Gruppe, von Schur. 57. 58–75. — Zur Theorie der Darstellungen kontinuierlicher Gruppen, von J. v. Neumann. 57. 76–90. — Elementare Bemerkungen über die Lösungen partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischen Typus, von E. Hopf. 106. 147–152. — Die Darstellung der Bewegungsgruppen der Lobatschefskischen Ebene durch Gruppen orthogonaler Transformationen, von Bieberbach. 110. — Elementarer Beweis einer Thetaformel von G. Pólya. 157. 158–161. — Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen (Erste Mitteilung), von Koebe. 163. 164–196. — Die Differentialgleichung der schwingenden Seite und verwandte Differential- und Integralgleichungen, von Schmidt. 197. — Einige Folgerungen aus bekannten Thetaformeln, von

Digitized by Google

Schottky. 214. 215–218. — Über minimale Zerfällungskörper irreduzibler Darstellungen, von R. Brauer und E. Noether. 220. 221–228. — Existenz gewisser algebraischer Zahlkörper, von H. Hasse. 220. 229–234.
Mertens, Franz, gestorben. 52.
Meteorologie: Die Entwicklung der meteorologischen Beobachtungen bis zum Ende des XVIII. Jahrhunderts (*Abh.*), von Hellmann. 162. — Das meteorologische System von Wilhelm Blasius, von von Ficker. 246. 248–267.
Meyer, Hans Horst, Adresse an ihn zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum. 200. 202.
Mineralogie: Über farbige Mineralien, von Johnsen. 153. — Die Symmetrie von Kristallen des Pentaerythrit, von Hans Seifert. 284. 289–293.
Moldenhauer, Gerhard, erhält die silberne Leibniz-Medaille. CIV.
Nansen, Fridtjof, zum korrespondierenden Mitglied gewählt. 163.
Nernst, Die Verdünnungswärme von Salzen bei sehr kleinen Konzentrationen. II. Mit W. Orthmann. 17. 136–141.
Neumann, J. v., Zur Theorie der Darstellungen kontinuierlicher Gruppen. 57. 76–90.
Noether, E., Über minimale Zerfällungskörper irreduzibler Darstellungen. Mit R. Brauer. 220. 221–228.
Nomenclator animalium generum et subgenerum: Bericht. XLI–XLIII. — Veröffentlichung. 1. 200.
Orthmann, W., Die Verdünnungswärme von Salzen bei sehr kleinen Konzentrationen. II. Mit Nernst. 17. 136–141.
Paläontologie: Geldbewilligung für eine Forschungsreise nach den Philippineninseln (Schmidt). 144. — Ein neuer Zeuge uralten Lebens, von Pompeckj. 16. — Über das Leben der algonkischen und kambrischen Zeiten, von Pompeckj. 91.
Paschen, Die Lichtanregung durch den metastabilen Zustand der Edelgasatome. 206. 207–213.
Penck: Die Ursachen der Eiszeit. 16.
Pflanzenreich: Bericht. XLIII–XLIV. — Veröffentlichung. 50. 109.
Physik: Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz, von Einstein und Grommer. 1. 2–13. — Zu Kaluzas Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität. 15. 22. 23–30. — Die Verdünnungswärme von Salzen bei sehr kleinen Konzentrationen, von Nernst und W. Orthmann. 17. 136–141. — Die tägliche Periode der Höhenstrahlung, von W. Kolhörster und G. v. Salis. 31. 92–104. — Über neuere Fortschritte der Schrödingerschen Wellenmechanik, insbesondere ihre Anwendung auf den Stoß von Elektronen gegen Atome und den Compton-Effekt, von von Laue. 108. — Ausbreitung kurzer elektrischer Wellen rund um die Erde, von Wagner. 162. — Die Lichtanregung durch den metastabilen Zustand der Edelgasatome, von Paschen. 206. 207–213. — Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz, von Einstein. 214. — Die Variabeln eines passiven Vierpols, von W. Cauer. 246. 264–274. — Über die Potentialdifferenz verdünnter Lösungen, von Planck. 284. 285–288.
Planck, Bericht über die Werke von Weierstrass. XXXIX.
—, Erwiderung auf die Antrittsrede von von Ficker. LXXIX–LXXX.
—, über die Potentialdifferenz verdünnter Lösungen. 284. 285–288.
Pólya, G., Elementarer Beweis einer Thetaformel. 157. 158–161.
Pompeckj, ein neuer Zeuge uralten Lebens. 16.
—, über das Leben der algonkischen und kambrischen Zeiten. 91.
Radlkofer, Ludwig, gestorben. 32.
Rubner, Ansprache, gehalten in der Sitzung zur Feier des Jahrestages König Friedrichs II. XVII–XXVI.
—, Erwiderung auf die Antrittsrede von Hesse. LXXXII–LXXXIII.
—, über die physiologische Bedeutung des Lignins pflanzlicher Nahrungsmittel. 50.
—, die Verbrennungswärmen der Zellkerne und ihrer Bausteine. 50.
Salis, Gubert v., Die tägliche Periode der Höhenstrahlung. Mit W. Kolhörster. 31. 92–104.
Sars, Georg Ossian, gestorben. 109.
Schlenk, Über die Bedeutung der Radikale für die organische Chemie. XXXI–XXXVI.
—, Stereochemische Ergebnisse aus dem Studium alkaliorganischer Verbindungen. 154.
Schmidt, Die Differentialgleichung der schwingenden Seite und verwandte Differential- und Integralgleichungen. 197.
Schottky, Einige Folgerungen aus bekannten Thetaformeln. 214. 215–218.
Schur, Über die rationalen Darstellungen der allgemeinen linearen Gruppe. 57. 58–75.
Seifert, Hans, Die Symmetrie von Kristallen des Pentaerythrit. 284. 289–293.
Spiess, Fritz, erhält die goldene Leibniz-Medaille. CIV–CV.
Stumpf, Johannes, Die Kraftzentrale Klingenberg. 220.
Technik: Die Kraftzentrale Klingenberg, von Joh. Stumpf. 220.
Tierreich: Bericht. XL–XLI. — Veröffentlichung. 200. — Geldbewilligung. 247.

Digitized by Google

Todesanzeigen: Graebe. 32. — Radlkofer. 32. — Mertens. 52. — Sars. 109.
Urheberrecht: Erklärung über die Schutzfrist desselben. 51. 52–55.
Wagner. Ausbreitung kurzer elektrischer Wellen rund um die Erde. 162.
Wahl: ordentlicher Mitglieder: Hesse. 1.
—: korrespondierender Mitglieder: Nansen. 163. — Winkler. 163. — Bauschinger. 247.
Weierstrass: Herausgabe seiner Werke: Bericht. XXXIX.
Wentzel-Stiftung: Bericht. LXII–LXVIII.
Winkler, Hans, zum korrespondierenden Mitglied gewählt. 163.
Zoologie: Das Tierreich. XL–XLI. 200. 247. — Nomenclator animalium generum et subgenerum. XLI–XLIII. 1. 200. — Geldbewilligung an Prof. Dr. Schmiedeknecht für seine Opuscula Ichneumonologica. 1. 247. — Geldbewilligung für eine Expedition nach den Kleinen Sundainseln (Rensch). 51. — Geldbewilligung für eine Forschungsreise nach Neapel (Erdmann). 200. — Temperaturregulierung beim Elefanten, von Hesse. 51.

Ausgegeben am 14. Februar 1928.

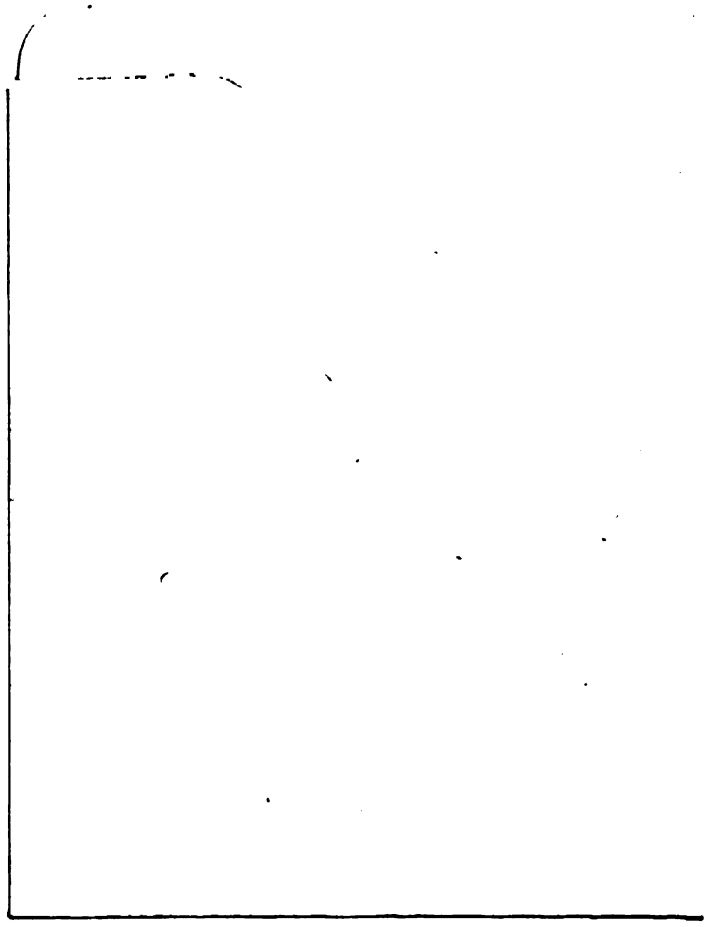
Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

UNIVERSITY OF MINNESOTA
3 1951 D00 011 681 U

Minnesota Library Access Center
9 ZA H02 D18 S07 TK H

Digitized by Google